TITLE:

公共土木計画への費用便益分析適用性に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

森杉, 壽芳

CITATION:

森杉, 壽芳. 公共土木計画への費用便益分析適用性に関する研究. 京都大学, 1978, 工学博士

ISSUE DATE:

1978-03-23

URL:

https://doi.org/10.14989/doctor.r3542

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ KURENAI 紅 Kyoto University Research Information Repository

公共土木計画への費用便益分析適用性に関する研究

昭和52年6月

森　杉　寿　芳

序

土木計画学研究委員会が土木学会の中で発足して、今年度で丁度１０年になる。本研究は、土木計画学の発展に促がされて遂行した成果をまとめたものであり、計画学の中心課題である土木計画の評価に際して、費用便益分析がいかなる長所と短所をもっているか、また短所はいかにして克服し得るかを述べたつもりである。

以上のように、本研究が土木計画学研究委員会の成果をその母体としている意味で、土木計画学研究委員会の諸先生方すべてに対して感謝の意を述べるべきであるが、とりわけ、本論文の作成にあたっては、終始、御指導、御鞭撻を賜わった京都大学長尾義三先生に心から深甚の謝意を表する次第である。また、常に心からの激励と暖かい援助の手を差しのべていただいた岡山大学工学部米谷栄二教授、京都大学工学部天野光三教授、佐佐木綱教授、吉川和広教授、現在米国ペンシルバニヤ大学に在籍する藤田昌久助教授をはじめとする諸先生方に心から感謝の意を表する。一方、本研究は京都大学工学部起終点施設学研究室の諸兄、三菱総合研究所の神谷庄一常務、システム開発部藤井潤二部長および杉野昇副部長をはじめとする三菱総合研究所の諸兄からの絶大なる御好意がなくてはありえなかった。ここに記して謝す。なお、第２章、３章の経済学的考察に関してはペンシルバニア大学アイサード教授、京都大学経済研究所尾上久雄教授、神戸大学伊賀隆教授、京都大学山田浩之助教授，神戸商科大学阪本靖郎助教授から御指導を得た。第４章は、竹中工務店本城勇介氏の、第５章は、三菱総合研究所吉田哲生氏の、第６章は、運輸省黒田秀彦氏、西村隆夫氏の協力を得た。第７章および第８章は、ペンシルバニア大学ミラー教授、香川大学井原健雄助教授ほか前記尾上、伊賀、阪本諸先生の御指導と建設省佐藤信秋氏の協力を得た。また、第９章は、運輸省山田孝嗣氏の協力による。ここに心から感謝の意を表わす次第である。

昭和５２年６月

森　杉　寿　芳

目　　次

第1章　序　論

1・1　研究の目的

「計画案の評価は土木計画学の永遠の命題である。」[注1] 事実、過去10回に及ぶ土木計画学シンポジウムにおいて「評価」が主要テーマとしてとりあげられたのは、実に3回にのぼり、各回とも常に「評価」をめぐって活発な議論がかわされてきた。その集大成ともみなすことができる第9回シンポジウムにおいては、土木計画の評価の側面として経済、環境技術の3つをとりあげ、これらの側面からみた評価のあり方について討論がなされた。この討論のまとめとして同シンポジウムはつぎのように述べている。

経済面からの評価手法としての、費用便益分析(Cost Benebit Analysis，以下略してCBA)には限界があり、「その第1の問題点は、経済的要素以外の自然、景観、文化財、健康、生態系など金額で計測できない要素の壁にぶつかることである。……その第2の問題点としては、配分の問題が取扱えないことである。すなわち、だれかが利益を受け、だれかが害を受けるという分配の不公平がほとんどすべての環境問題の根源であるが、この問題が取扱えないという大きい欠点がある。」[注2]

以上の問題をもつCBAあるいは経済的評価の重要性については、「(評価の)必要条件であることは明らかである。……われわれはこれらの道具を捨て、また科学追求への心を失ってはならない。経験科学を主軸とする経済判断の限界はある。しかし、正当な判断をもち、情報源として尊重せずして定性的判断や個人的直観、声の大きいもの、力強いものに従うことは真の価値評価をめざすものの態度ではない。あくまで合理性を尊重し、強力な情報を確保するため、客観的な評価基準を生み出す任務があると思われる。」[注3]

本研究も、また、上記の土木計画学研究委員会の問題提起と現状認識に関して全面的に賛成するものである。したがって、本研究では、費用便益分析を土木計画学における経済的評価に適用するときに、発生する諸問題を提起し、これらの解決法を理論的側面からと土木計画の適用上の側面からとのアプローチによって試みる。具体的には、以下に述べる問題に対する解答を見い出すことを目的とする。

問題①CBAでは、費用は市場価格で評価し、便益はプロジェクトサービスの利用者の支払い対価(willingness to pay，略してWTP)で定義され、効率性基準といわれている純現在価値(net present value，略してNPV)最大化基準が採用されている。このような評価基準が社会構成員の効用といかなる関係をもっているかという点に関する従来の研究が整理される必要がある(2章)。

注1)　土木計画学研究委員会(1975a)P．5より引用

注2)　土木計画学研究委員会(1975a)P．131

注3)　土木計画学研究委員会(1975a`P．19

問題②計画学シンポジウムが述べているように、ＣＢＡでは公平性が考慮されていないという批判をよく聞く。しかし、効率性基準と公平性基準の結合法については従来から研究がなされてきた。このような公平性基準の導入方法についての整理とそのあり方に関する提案は緊急を要する（２章）。

問題③ＣＢＡを使用するとき、その費用および便益の測定の可能性が常に問題となる。とくに、土木計画学シンポジウムで述べられているように、経済的要素以外の要素（これは主に公共財である）の費用および便益の計測の可能性が追求される必要がある（３章、６章、７章）。

問題④便益の測定には多大の労力を要する場合が多い。この便益測定という困難を避けるためによく「費用最小」なる評価基準が彩用される。これは、計画目標としてプロジェクトサービスが貨幣ターム以外の尺度で測定されているので「費用有効度分析（cost effectiveness analysis，略してＣＥＡ）」の一種であるといえよう。このような費用最小化基準では、先決的に与えられている計画目標の値の妥当性が問題となる。この妥当性の検討方法の追求がなされねばならない（４章および7章）。

問題⑤土木計画において決定するべき要素として施設の規模、配置などがあるが、これらの要素の中で、“いつ”というプロジェクトの実行時期を決定することのできる評価基準は、ＣＢＡあるいはＣＥＡを除いてない。しかし、ＣＢＡあるいはＣＥＡにおける段階的投資計画に関する従来の研究では、第１に便益構造の変化が最適実行時期に与える影響が分析されていない。第２に上記の分析が不十分のため、２段階建設論で一括、段階、追いかけ型それぞれの有利不利と費用、便益構造との関係が十分に研究されていない（第５章、第８章）。

問題⑥通常のＣＢＡでは唯一の評価主体が存在していることが暗黙のうちに仮定されている。しかし、現実には、地方公共団体など多くの主体が存在する。このため、多地域多部門多段階投資計画を分権的に達成するための補助金（罰金）システムのあり方などが追求される必要がある（第５章、第９章）。

２・２　研究の概要

本研究は、２部１０章からなる。第１部は２章から５章までであり、ここでは、費用便益分析自身のもつ理論的問題点の提起とその解決法を提案する。これに対して、第６章から９章までを第２部とし、ここでは、費用便益分析を土木計画に適用する際に発生する種々の特殊問題とその解決法について述べる。以下に各章の概要を記す。

第２章では、2.1に述べた問題①および②を取扱い、ＣＢＡの依拠する社会的厚生関数について述べる。ＣＢＡは公共土木事業の社会的望ましさを評価する１つの手法である。したがって、ＣＢＡは社会的望ましさをいかに定義しているかが問題となる。このため、第１に費用および便益の定義と人々の効用との関係の理論的整理（2.2）、第２に、効率

性基準の特徴の公平性基準の導入法に関する従来の研究の整理（2.3、2.4）を行なった後、実行された計画から逆に計画主体が暗黙裡に想定している公平性基準を推定する方法を提案する。

第3章では、問題③に関連して費用、便益および効用の測定方法について述べる。本章では、特別に新しい手法の提案をしているわけではなく、むしろ、従来の研究の理論的整理を行っている。[注] その第1は、市場価格と費用便益との関係である。特に、問題③で提起されている環境などの公共財の測定方法について、本章で整理した（3.2）。
第2は、費用および便益の帰属形態に対する理論的整理である。これは、費用および便益を測定する面からも、また公平性基準の導入という面からも極めて重要であるにもかかわらず、2、3の研究成果を除いて、十分に整理したものが見当らないためである（3.3）。
最後に、費用、便益と効用との橋渡しとなる所得の限界効用の計測方法についても整理を行っている。これもまた重要な概念であるにもかかわらず、不十分な研究しか行われていない。

第4章は、問題④に関するものである。費用有効度分析の典型的評価基準である有効度一定下の費用最小化基準を取扱い、与件である有効度（これを計画目標とよぶ）の妥当性の検討方法を提案する。妥当性の基準には純現在価値最大化基準を採用しているので、本検討方法によって、設定された目標が純現価を最大にする水準と一致するためには、いかなる便益関数でなければならないかが判明する。このことは、計画主体が暗黙裡に想定している便益構造を明白にすることを意味する。なお、第6章で本方法を工業開発地の選定計画に適用してその実用性を検討している。

第5章は、問題⑤および⑥を取扱い、段階的投資計画について述べる。ここでは、第1に、未発達の分野である便益構造の変化が最適実行時期に与える影響を分析し、この結果を応用して、2段階建設計画の一般論を展開する。すなわち、一括、段階、追いかけ型それぞれの有利、不利を便益費用構造との関係において明確に示す。第2に、段階建設の最も拡張した形態である多地域多部門多段階投資計画の策定方法を提案し、最適解の性質を利用して、本計画を分権的に達成するための補助金システムのあり方を提案する。

以上の第2章から第5章までの第1部で理論的考察を行った後、第6章以下第9章までの第2部ではＣＢＡの土木計画の適用例を示している。以下にその概要を記す。

第2部の最初の章第6章では、費用便益分析による外港計画の策定方法を提案している。ここで提案している港内の静穏性の定量化およびその便益の算定方法は、安全性という公共財の特殊形態であるので、問題③に対する1つの解答でもある。

第7章は、費用最小化基準による工業開発地の選定とその規模の決定方法を提案している。ここで提案しているモデルは、計画目標として用地需要をとり、公害による社会的費

注）　安全性の便益の1例として泊地の静穏度の便益の計測方法については、第6章で提案している。また、大気汚染の社会的費用と発生源との相関分析については、第7章を参照。

用を含む費用最小を目的関数とする０－１ＩＰである。ゆえに、第１に本章では、大気汚染の社会的費用を計算している点では問題③、第２に、計画目標の妥当性を検討している点で問題④に対する１つの解答を与えている。なお、副産物として、０－１ＩＰの解法の長短所の整理、ＩＰにおける感度分析の開発を行う。

第８章は、第７章に時間軸を導入し、開発地の規模にくわえて"いつ"という開発時期をも同時に決定する工業開発地の多地域多段階計画モデルを提案している。本モデルは、第５章で分析した多段階投資計画の１つの形態であるので、５章の適用例である。

最後の章、第９章では、外部不経済を考慮したターミナル立地選定の分権的達成の方法を提案する。本章は、手法的には第５章5.4の段階投資計画の分権的達成の応用である。しかし、ここでは、ターミナル立地主体、ターミナルサービスの利用主体および中央計画主体の３種類があるために、補助金および罰金システムのほかにターミナル使用料を決定しなければならない。

第1部　費用便益分析の問題点

第２章　費用便益分析の依拠する社会的厚生関数[注1)]

ー効率性と公平性ー

２．１　概　説

費用便益分析（ＣＢＡ）は公共プロジェクトの社会的望ましさを評価するための１つの手法である。したがって、第１に、ＣＢＡを公共土木計画に適用するに際して、ＣＢＡが社会的望ましさをいかに定義しているか問題となる。
社会的望ましさを表わす指標を社会的厚生（social welfare，以下ＳＷと略す）という。

ＣＢＡでは、公共サービスを含むさまざまな財、サービスおよび資源に対する人々の支払い対価（willingness to pay，以下ＷＴＰと略す）を合計した総支払い対価（total willingness to pay）の大きい状態ほどよいというＳＷをその基礎にしている。すなわち、ある公共プロジェクトによって、あるサービスまたは財の消費する状態の変化したとする。このとき、ある個人のＷＴＰの変化は、その変化した財またはサービスが市場で売買されると想定したときに支払うに値すると考える額で定義される。これら個人のＷＴＰの変化を単純に合計した総ＷＴＰが正であれば、そのプロジェクトは実行に値し、負であれば実行に値しないという判定基準をもつ。この判定基準の意味は、もし、総ＷＴＰが正であれば、ＷＴＰがプラスである個人は、プロジェクト実行されなかった場合の効用を一定に保つためにマイナスのＷＴＰとなった個人に補償して、社会全体としては誰も効用水準を悪化することがないようにすることができるという主張にその正当性の根拠をおく。[注2)]

この補償基準は仮想の所得移転であるから実際には、プロジェクトによって有利になる人もあるし、不利になる人もいる。この有利・不利の度合は個人のＷＴＰで測定される。そして、このＷＴＰは個人の効用の変化分$\triangle u$をその人の所得の限界効用λで除した値として近似的に表現することができる。したがって、ＣＢＡの依拠するＳＷは結局次式のように表現することができる。

$$\triangle SW = \sum_{i=1}^{I} \frac{\triangle u_i}{\lambda_i} \qquad (2.1.2)$$

ここに、$\triangle SW$　：　社会的厚生のプロジェクトによる増加分

$\triangle u_i$　：　個人iの効用の増加分

λ_i　：　〃　　所得の限界効用

注1)　森杉（１９７２），長尾・森杉・税所（１９７５），森杉（１９７６）などよりまとめた。

注2)　これを補償基準あるいは、潜在的パレート基準という。

ＣＢＡにおける効率性基準が（ 2.1.2 ）式のような目的関数をもっていることを証明するには、ＣＢＡにおける便益および費用の定義がなされねばならない。そして、定義された費用および便益と効用との関係を明白にすることによって、効率性基準が（ 2.1.2 ）式のような目的関数を最大にしていることを導く。

つぎに、（ 2.1.2 ）式で示されるＳＷＦがいかなる特徴をもっているかという問題がある（ 2.3 ）。これは、第１に効率性基準といわれているように、潜在的パレート最適性を満足するという長所をもっている。しかし、つぎのような欠点をもっている。第１に、個人の所得の限界効用λを一定と仮定していることからの帰結として、λｉを大巾に変動させるような大規模なプロジェクトの評価には使用できない。第２に、いかなる特定のλｉの 値を使用すべきか、あるいは、使用しているかという問題に関して、通常、CBAでは、既存の市場価格を成立せしめている背景にある所得分布を使用しているので、現状の所得分布を暗黙のうちに最適と是認している。第３に、（ 2.1.2 ）式のＳＷＦは、高所得者の効用の増加を低所得者のそれに比較してより重要視しているという不公平性をもっている。すなわち、もしも社会全構成員が同一の効用関数をもっているものと仮定すると、通常、高所得者の限界効用は、低所得者のそれに比較して小さい。(注) したがって、（ 2.1.2 ）式は、相対的に高所得者の効用の１単位の増加に対して大きな重み付けをし、低所得者の効用の１単位の増加に対して小さい重み付けをしていることになる。これは、いわゆる１人１票という民主主義に計して、"ドルによる民主主義"を是認していることになる。

以上のような効率性基準の欠点を補うために、ＣＢＡにおいては、公平性基準に関する研究がなされてきた。これらの研究の批判検討と若干の提言を行なったものが本章2.4である。この場合、つぎのような問題が提起される。

第１に、個々のプロジェクトの評価において公平性基準の導入を必要とするかという問題がある。効率性基準の主張者達は、個々のプロジェクト評価においては公平性を導入すべきではなく、むしろ、公平性は税制などのような政治機構を通じて決定すべきであると主張する。この主張の是非については2.4.1で論点を整理した。第２に、もし公平性基準を必要とするという立場にたてば、具体的な公平性基準を提案しなければならない。しかし、この提案は、効率性基準以上の価値判断を社会に対して押しつけることを意味する。このため、公平性基準に関しては、過去の意思決定から逆にその意思決定者が暗黙のうちに想定している公平性基準をあばき出す方法の検討にとどめる。2.4.2において、公平性基準の推定方法に関する従来の研究を整理し、若干の批判検討を行ない、2.5において、都市的土地利用計画を例にとって、１つの公平性基準の推定方法を提案する。

注） 第３章 3.4参照

2．2　費用および便益の定義

2．2．1　支払い対価の定義 注)

ＣＢＡにおける費用および便益は、社会を構成する個々人が、もし対象とする財が市場で売買されたとした場合に、支払うに値すると思っている支払い対価（willingness to pay，以下ＷＴＰと略記する）で評価される。この定義の常識的な意味は、つぎのような例によって明白になる。たとえば、新しく建設された道路に転換してきた利用者の新道路サービスに対する支払い対価は、新道路が建設される以前に利用していた道路の利用費用となる。なぜならば、新道路の利用費用が旧道路のそれに比較して低減しているからこそ転換したのであり、かつ、新道路がない場合には旧道路の利用費用であっても彼は支払っていたからである。このような支払い対価を数学的に定義することが本節の課題である。このためには、まず、完全競争下での消費者行動の記述を必要とする。

完全競争下での合理的な消費者は、所与の所得（Income）Ｙと所与のＪ個の財の価格ベクトルＰのもとで、彼のもつ効用 $u(X)$ を最大化する行動をとるものと仮定される。すなわち、

$$\max \quad u(X) \qquad (2.2.1\,a)$$

$$\text{s.t.} \quad P'X = Y \qquad (2.2.1\,b)$$

ただし、Ｘ　は1.～Ｊ財の消費量を示すＪ次ベクトル

（2.2.1）式の最適条件は、衆知のラグランジェ定数（Lagrangian multipler）λ を用いてつぎのように示される。

$$P = \nabla u(X) / \lambda \qquad (2.2.2\,a)$$

$$P'X = Y \qquad (2.2.2\,b)$$

$$\lambda = \frac{\partial u}{\partial Y} \qquad (2.2.2\,c)$$

（2.2.2 c）式からただちにわかるように、λ は、所得の限界効用（marginal utility of income　略してＭＵＩ）を示している。

さて、（2.2.2）式は、２つの意味をもっている。第１に、市場価格ベクトルＰを対象としている個人の所得Ｙが所与のとき、合理的消費者は、それぞれの財をいくら買うかを示している。すなわち、消費者の購入する種々の財の量　Ｘ　の満足すべき条件を示している。この解釈は、通常の需要関数（demand function ~~fquntion~~　）の導出に（2.2.2）式が利用できることを示している。数学的表現をすれば、（2.2.2）式においてＰおよびＹをパラメ

注）　支払い対価の定義には２通りの流れがある。第１は、所得の限界効用を一定と仮定して、効用の増加分の貨幣換算値とする立場であり、第２は、一定の効用を保持するために支払ってもよいとする補償所得をもって定義する立場である。本研究は、実用上からのわかりやすさに重点をおいて前者の立場で述べている。理論的には、後者の方が一貫している。たとえば　Mishan (1974)，Boadway (1975)、吉田 (1976) 参照

ーターとして、Xおよびλについて解いた式、

$$\left.\begin{aligned} X &= X\ (P, Y) \\ \lambda &= \lambda\ (P, Y) \end{aligned}\right\} \qquad (2.2.3)$$

として表現される。

もう1つの解釈は、(2.2.2a)式の右辺に、(2.2.2b)を代入して要素表示することによって得られる。すなわち、(2.2.2)式より次式を得る。

$$\frac{\partial u}{\partial X j} \Big/ \lambda = \frac{\partial u}{\partial X j} \Big/ \frac{\partial u}{\partial Y} = \frac{\partial Y}{\partial Xj} \qquad (2.2.4)$$

$(j = 1, \cdots\cdots J)$

(2.2.4)式は、ある財jの限界的1単位が無償で手に入るとすれば、効用レベルが同一であるためには、所得がいくら減少してもよいかという所得と財jの限界代替率(marginal substitution rate)を示している。この所得の限界的減少分は、消費者がj財の限界的なその消費に対して支払うに値すると考える額、すなわち、限界的支払い対価(marginal willingness to pay)とみなすことができる。換言すれば(2.2.2)式において、第1の解釈とは逆に、XおよびYをパラメーターとしてPおよびλについて解いた式

$$\left.\begin{aligned} P &= P(X, Y) \\ \lambda &= \lambda(X, Y) \end{aligned}\right\} \qquad (2.2.5)$$

として表わしたとき、Pは、所与の財の状態および所得が与るられた場合の限界的支払い対価を示している。したがって、(2.2.5)式から支払い対価の定義は、次式で計算される。

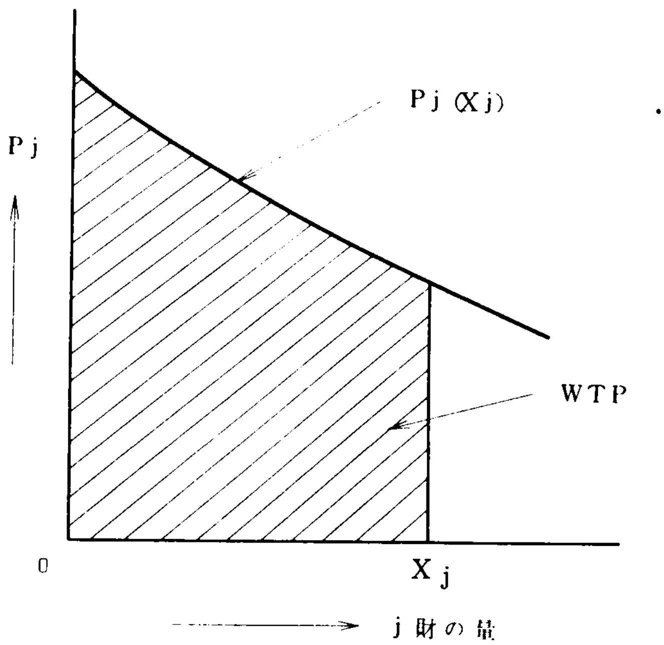
$$\begin{aligned} WTP(X, Y) &= \int_{O \to X} P(X, Y)\, dX \\ &= \int_{O \to X} \left[\triangledown u(X) / \lambda(X, Y) \quad dX\right] \qquad (2.2.6) \end{aligned}$$

ここに、WTPは、Xに対する支払い対価、また、記号$\int_{O \to X}$は、J次元ユークリッド空間における原点O からS点Xまでのある経路に沿った線積分を示している。

ところで(2.2.6)式で定義されたWTPは、2つの意味で不都合である。第1に、原点附近では、各財の限界効用 $\partial u / \partial X j$ は無限大になっているので、積分ができないという点である。この問題をさけるために、すべての財がゼロではないある状態O を積分定点とする。

つぎの問題は、通常（ 2.2.6 ）式の積分値は定点0からXまでの経路に依存するということである。注1) このことは、財の消費状態が0点からX点までの増加（あるいは減少）の仕方に依存するということを示す。この問題が発生しないために、1つの仮定「所得の限界効用λを一定とする」を設ける。このとき、線積分の可積分条件（ integralibility condition ）が成立し、（ 2.2.6 ）式の積分値は、経路に依存しないことになり、状態XおよびYのみの関数となる。注2) 以上のような事情により、所得の限界効用を一定とする意味については後述することにして、この仮定のもとで、（ 2.2.6 ）式の積分値を財Xに対する支払い対価（ＷＴＰ）と定義する。注3)

定義されたＷＴＰを通常の需要曲線と関連づければ図－2.2.1のようになる。いま、財jに着目し、他の財の価格および所得を所与とすれば、財jに対する需要曲線は、図－2.2.1における曲線 $P_j(X_j)$ として描くことができる。上記定義にもとづき、P_j はまた限界支払い対価曲線でもある。



図－2.2.1　需要曲線とＷＴＰとの関係

注1)　山田、岡野（1974）pp・184～202

注2)　最近の研究によれば、所得の限界効用を一定とする仮定を設けずに、ある一定の効用を維持するのに必要な自発的支払い額または補償額（compensating variation）をもって、ＷＴＰを定義する場合がある。これらの詳細は、Mishan(1974)，Boadway(1975)，Mäler（1974），Currie, Murphy and Schmitz（1971）および吉田（1976）参照。

注3)　何故ならば、被積分関数が効用関数uの包配ベクトルとなるからである。

したがって、ある j 財の量 X_j に対する支払い対価は図の斜線の面積で支えられ、X_j における限界支払い対価は、$P_j(X_j)$で支えられる。

以上の定義より、あるプロジェクトが実施されたとき、対象としている個人 i に対して $\triangle X_i$ なる影響があるものとすれば、個人 i の支払い対価の変動$\triangle WTP_i$ は次式で支えられる。

$$\triangle WTP_i = \int_{X_i \to (X_i + \triangle X_i)} (\triangledown u_i / \lambda)\, dx \qquad (2.2.7)$$

ここにX i は、プロジェクトが実施されなかった場合の個人 i の消費状態を示す。

(2.2.7) 式で示される個人 i の支払い対価の単位は、貨幣タームであるから、社会全体の支払い対価$\triangle WTP$を計算することができ、それは、次式で示されるように個々人の支払い対価の合計である。

$$\triangle WTP = \sum_{i=1}^{I} \triangle WTP_i = \sum_{i=1}^{I} \int (\triangledown u_i / \lambda_i)\, dx_i \qquad (2.2.8)$$

ところで、λi が一定とすれば、 $X_i \to X_i + \triangle X_i$

$$\int_{X_i \to X_i + \triangle X_i} (\triangledown u_i / \lambda_i)\, dx_i = \frac{1}{\lambda_i} \left[u_i (x_i + \triangle x_i) - u_i (x_i) \right]$$

であり、かつ、効用関数は、単調変換に関して選好順位を考えないので、プロジェクトのない状態 X_i での効用水準を各自においてゼロとすれば、(2.2.8) 式は、(2.2.9) 式のように書きなおすことができる。

$$\triangle WTP = \sum_{i=1}^{I} u_i (\triangle x_i) / \lambda_i \qquad (2.2.9)$$

(2.2.9) 式が示すように、個人の支払い対価の単純合計は、個々人の効用関数の単純和ではなく、ui をある分配状態 (X_i , Y_i)での所得の限界効用λ_i の逆数で重みづけたものの合計になっている。[注1] 純現在価値最大という行動は、実は、暗黙のうちに、(2.2.9) 式のような社会的厚生関数を前提としている。[注2]

注1） もちろん、エクスシュタインが仮定したように、もし、$\lambda_1 = \cdots\cdots \lambda_i = \cdots\cdots \lambda_1$ なる仮定が成立していれば、個人の効用の単純和に等しい。しかし、通常 $\lambda_1 = \cdots\cdots = \lambda_i = \lambda_1$ なる仮定は成立していない。したがって、エクスシュタインの分析はこの？に関して不明瞭である。Eckstein(1958) PP, 70～73参照。

注2） 補償所得に従う学説によつても、個々人の補償所得の和をもつて、社会的なプロジェクトを評価していることは同じである。しかし、λ_i を一定と仮定していないために (2.2.9) 式自体を導出することができない。ただし、2.3 に述べるような特徴はだいたい同じである。

2．2．2　社会的便益および費用の定義

社会的便益および費用を定義するために、対象としている公共土木プロジェクトについてつぎのような仮定を設ける。すなわち、対象としているプロジェクトは、ただ1つの産出物（またはサービス）を産出し、この産出に必要な投入財は多種にわたる。しかし、プロジェクトに使用する投入財の量は、社会全体で使用する量と比較して少量であるものとする。この仮定のもとでは、プロジェクトに対する全社会構成員の支払い対価の合計値は、（2.2.6）および（2.2.7）式より、

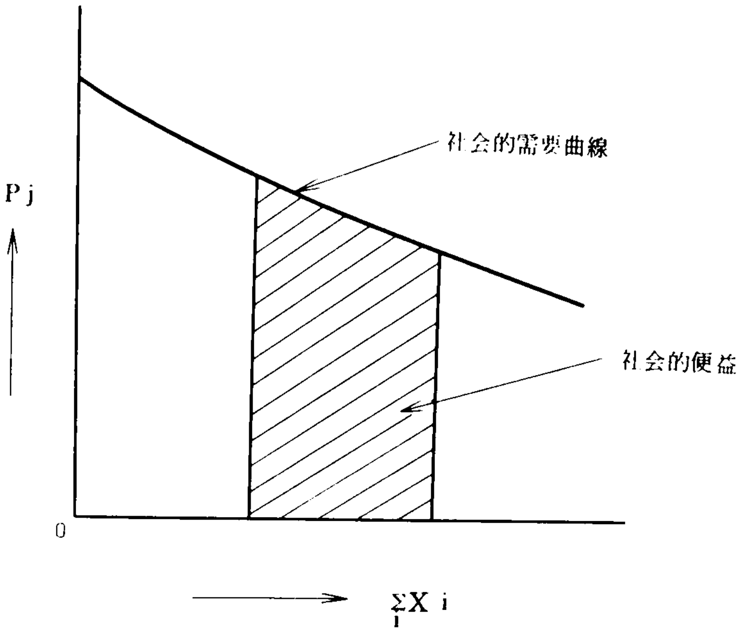
$$\Delta WTP = \sum_{i=1}^{I} \int_{Xi \to Xi+\Delta Xi} (\nabla u_i / \lambda i)\, dXi$$

$$\fallingdotseq \sum_{i=1}^{I} \int_{Xij}^{Xij+\Delta Xij} \left(\frac{\partial ui}{\partial Xij} / \lambda i \right) dXij \quad - \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=2}^{j} \left(\frac{\partial ui}{\partial Xj} / \lambda i \right) \Delta Xij$$

$$= \sum_{i=1}^{I} \int_{Xij}^{Xij+\Delta Xij} \left(\frac{\partial ui}{\partial Xij} / \lambda i \right) dXij \quad - \sum_{j=2}^{J} \left(\sum_{i=1}^{I} \left(\frac{\partial ui}{\partial Xij} / \lambda i \right) \right) \Delta Xij$$

ここに、サフィックス1は、プロジェクトの産出物を示し、j＝2，…，J財は投入財を示す。また、プロジェクトの効果は、ベクトルΔ Xi（i＝1，…，I）で支えられている。

（2.2.10）式の第1項の積分子は、財1に対する個々のWTPを合計した需要関数にほかならないので、第1項は社会全体の需要関数の下の面積を示している。（図－2.2.2参照）[注]



図－2.2.2　社会的便益の定義

注）　マーグリンは、Mass. et al（1963）pp. 22～28において、この部分を効率性便益（efficiency benefit）と定義し、分配便益（distributional benefit）を消費者余剰の増加分と再定義している。この2つの定義の関係はあいまいさを残す。効率性便益は上述の定義に一致するが分配便益は、効率性の帰属の問題として上記定義よりの帰結である。（第3章3.3参照）

第２項は、プロジェクトの投入財が社会全体の需要に比較して微少であるという仮定から得られる近似式である。

ＣＢＡでは、（2.2.10）式における第１項をプロジェクトの産出物１に対する社会的便益Ｂ、第２項をプロジェクトの費用Ｃと定義する。すなわち、

$$B=\sum_{i=1}^{I}\int_{Xi1}^{Xi1+\triangle Xi1}\left(\frac{\partial ui}{\partial Xi1}\Big/\lambda i\right)dXi1 \qquad (2.2.11)$$

$$C=\sum_{j=2}^{j}\left(\sum_{i=1}^{I}\left(\frac{\partial ui}{\partial Xij}\Big/\lambda i\right)\triangle Xij\right) \qquad (2.2.12)$$

この定義は、プロジェクトが複数の産出物をもつ場合、あるいは、プロジェクトの投入財が社会全体の消費に比較して微少とはいえない場合などに拡張できる。以下に、便益の定義の拡張を示す。費用の定義は投入財に対してまったく同様にして行なわれる。

(1) プロジェクトがℓ個の産出物をもっており、かつ、これらの産出物に対するＷＴＰが独立である場合の便益は、つぎのように定義される。注1)

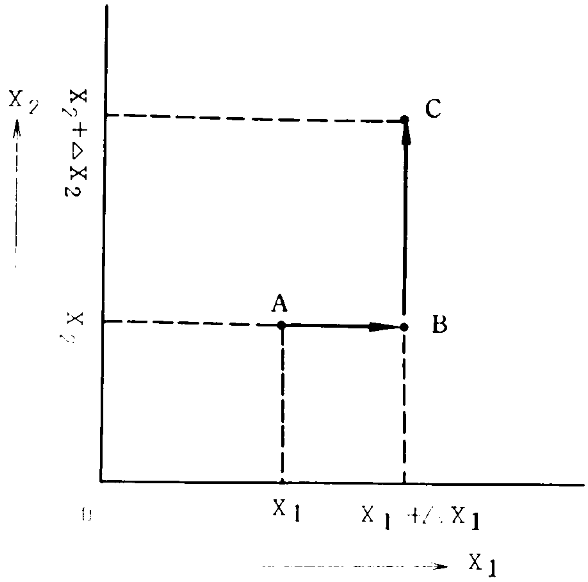
$$B=\sum_{j=1}^{\ell}\sum_{i=1}^{I}\int_{Xij}^{Xij+\triangle Xij}\left(\frac{\partial ui}{\partial Xij}\Big/\lambda i\right)dXij$$

(2) プロジェクトが２つの産出物をもっており、かつ、これらの産出物に対するＷＴＰが独立でない場合、すなわち、１つの産出物に対するＷＴＰか他の産出物を享受するレベルに依存している場合には、（2.2.8）式における線積分が積分経路に依存しないこととと着目してつぎのように定義する。

$$B=\sum_{i=1}^{I}\int_{Xi1}^{Xi1+\triangle Xi1}\left(\frac{\partial ui}{\partial Xi1}\bigg|_{Xi2=0}\Big/\lambda i\right)dXi2$$

$$+\sum_{i=1}^{I}\int_{Xi2}^{Xi2+\triangle Xi2}\left(\frac{\partial ui}{\partial Xi2}\bigg|_{Xi1=Xi1+\triangle Xi1}\Big/\lambda i\right)dXi2$$

注1) ＷＴＰの独立性は、λ一定という仮定に加えて、効用関数が産出物に関して変数分離形（additional form）であれば成立する。



図－2.2.3　積　分　経　路

上記、積分経路は、図－2.2.3に示すように点（X_1，X_2）から（$X_1+\triangle X_1$，X_2）、次に、（$X_1+\triangle X_1$，X_2）から（$X_1+\triangle X_1$，$X_2+\triangle X_2$）なる経路によって計算していることを示している。

このように拡張された費用および便益の定義にもとづくとき、いわゆる純現価最大化基準は、（2.2.9）式で示される$\triangle$WTPを最大にすることに一致することがわかる。したがって、純現価最大化基準の背景にあるSWは、まさに（2.2.9）式に他ならないことがわかる。以下、この基準を効率性基準と称する。[注1)]

2.2.3　公共財の導入

2.2.1および2.2.2で定義された社会的便益および費用（したがって対応するSW）は、外部性（externality）といわれる公害、あるいは産業の集中立地にともなう生産コストの低減などが考慮されていない。本研究では、これら外部性をもつ財を公共財（public goods）としてとりあつかう。ここに、外部性のある財、サービスあるいは資源とは、つぎの2の条件を満足するものをいう。[注2)]

① ある財、サービスまたは資源の生産・消費活動が他の生産者の生産活動または消費者の効用に影響を与える。一相互依存効果（interdependency）

注1）この名称は、本評価基準が、社会構成員の誰に帰属しているかを問わず、社会全体の便益（費用）を単純合計することによって、公平性を無視していることに由来する。

注2）Dasgupta & Pearce (1972), Chap・5

② ①の影響に価格づけがなされていないかあるいは補償されていない。一無価格（non−pricing）

大気汚染、水質汚濁、騒音などの環境悪化は、通常、ある生産者の活動か、他の生産者の利用または消費者の効用に影響を与え、かつ、それが無補償であるという点で典型的な外部不経済（external diseccnomy）である。逆に、交通施設、水資源などの多くの公共土木施設は、典型的な外部経済（externaleconcmy）を支える財またはサービスということができる。

また、本研究でいう公共財とは、つぎの2つの条件を満足する財、サービスまたは資源をいう。(注)

(1) もし当該財が1人の人に供給されたならば、他の人々にもその財が供給される性質をもつ。

(2) たとえ当該財が1人の人に供給されてもそのことは、その財を別の人が消費することを妨げない。一排除不可能性。

大部分の環境悪化、混雑現象のない公共土木施設サービスは、地域的ではあるが典型的な公共財である。しかも、これらの公共財は外部性をもっている。したがって、本研究では公共財に対する支払い対価を定義することにより、公共財に対する社会的費用および便益を導出する。

（2.2.1）式に公共財の状態を示すベクトルZを導入すると、消費者行動は次式で示される。

$$\max \quad u(X, Z) \qquad (2.2.1'\,a)$$

$$\text{s.t.} \quad PX + \delta Z = Y \qquad (2.2.1'\,b)$$

ただし、δは公共財1単位に対して個人が負担する費用負担額である。最適条件は、

$$P = \nabla_X u(X, Z) / \lambda \qquad (2.2.2'\,a)$$

$$\delta = \nabla_Z u(X, Z) / \lambda \qquad (2.2.2'\,b)$$

$$PX = \delta Z = Y \qquad (2.2.2'\,c)$$

$$\lambda = \partial u / \partial Y \qquad (2.2.2'\,d)$$

（2.2.1）のとまったく同様に、δは所与の公共財の状態に対する限界支払い対価を示しているので、

$$WTP(X, Z, Y) = \int_{(0,0)\to(X,Z)} [P(X, Z, Y), \delta(X, Z, Y)][dX, dZ]$$

注） 公共財の定義にも諸説あるがここでは、Dasgupta & pearce (1972) chap 5 を参照した。

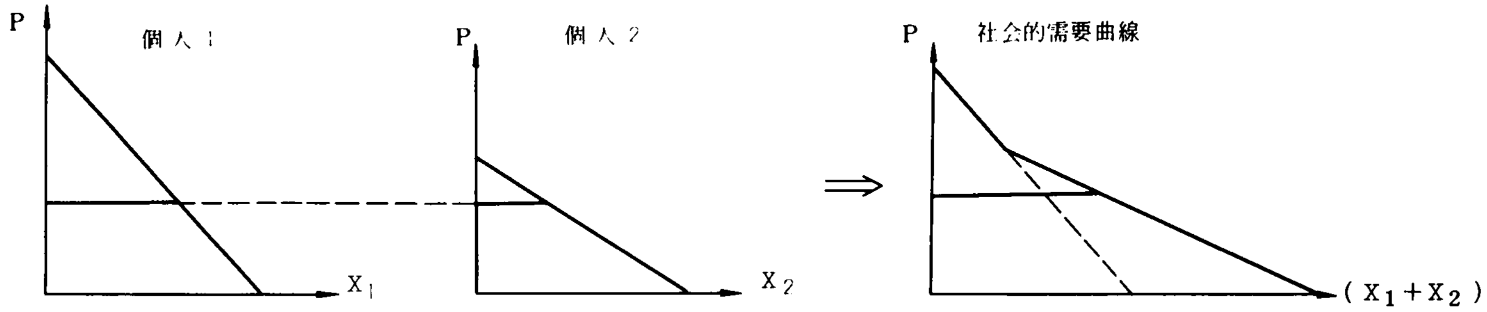
が個人の支払い対価である。

以上の考え方は、通常の私的財であっても公共財であっても、まったく同様である。ただし、公共財の定義に従がい、個々人は、その消費量をコントロールすることができない。ゆえに、公共財の状態の変化に対応する社会的費用（または便益）の定義式（2.2.10）式は、つぎのように書き換えられる。

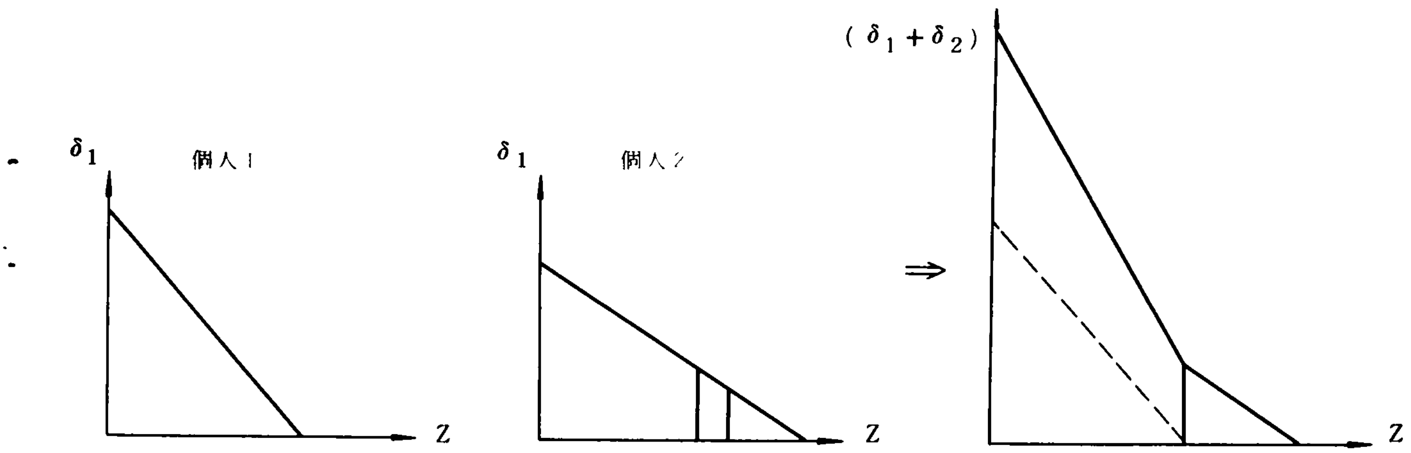
$$\triangle WTP = \sum_{i=1}^{I} \int_{Z \to Z + \triangle Z} (\nabla_Z u_i / \lambda_i)\, dZ$$

$$= \sum_{i=1}^{I} \int_{Z \to Z + \triangle Z} \delta(X, Z, Y_i)\, dZ \qquad (2.2.10')$$

（2.2.10′）式は、公共財と私的財の便益の計算方法の相違点を示している。すなわち、私的財の市場評価が図－2.2.4(a)のように個人の需要曲線を横に合計するのに対して、公共財のそれは、図－2.2.4(b)のように縦に合計したものになっている。



図－2.2.4(a)　私的財の需要曲線



図－2.2.4(b)　公共財の需要曲線

2．2．4　異時点の考慮－社会的割引率

2.2.1～2.2.3ここで定義された社会的便益および費用（したがって対応するSW）は、時間という要素を考慮していない静学的基準である。多くのプロジェクトの資本費用の時間的流れは比較的短期であり、かつ、その便益の発生時期にくらべて早期に発生する。これに対して、便益および公害などの外部不経済にともなう費用は、プロジェクトの供用開始後毎年毎年くりかえし長期にわたって発生する。このとき、異時点の支払い対価で評価された便益および費用をいかに評価するかという問題が発生する。この問題に対して、通常、CBAでは社会的割引率（social discount rate：以下SDRと略記する）とよばれる概念を導入して、将来の便益あるいは費用を割引いて現在価値に換算する。

SDRを決定するためには2つの概念を必要とする。その1つは、社会的時間選好率（social time preference rate；略して、STPR）といわれるもので、異なる時期の消費量に対する社会全体としての相対的評価を示すものであり、これは、社会全体が将来のために現在の消費を犠牲にすべき限界代替率をあらわす指標である。第2のそれは、社会的機会費用（social opportunity cost 略してSOC）といわれるもので、公共投資によって犠牲となる私的投資の収益率をいう。SOCは私的資金市場が完全競争場であれば、一義的に定まるが、現実の資本市場は不完全であることによって推定が困難となる。STPRは、SW の決定問題と同様、価値観の導入を必要とする。こうして、この2の概念の結合と社会的割引率の決定方法に関して長い論争が続き、現在でもその結論が確立されていない。注1)

したがって、ここでは、つぎのような若干のコメントをつけて、2.2.1および2.2.2の定義の単純な拡張としてのSDRの性質について述べるにとどめることとする。

効率性基準にもとづくCBAは、もし時間的要素がなければ、（2.2.9）式に示したように、社会構成員のプロジェクトの物理的効果に対するWTPを単純集計したものである。この考え方をもし異時点間にわたって発生する効果に対して適用すれば、（2.2.9）式をいかに修正すればよいかを考察してみよう。

このため、2期にわたってプロジェクトの効果が同じX，Zであり、個人iの効用関数は不変であるが、所得が1期Y(1)から2期Y(2)（ただし、Y(1)＜Y(2)）と仮定する。このとき、個人iの（X，Z）に対する第t期のWTPは、u（X，Z）／λ（t）、（ここにλ（t）はt期の所得の限界効用を示す）となる。通常、λ（t）は、Yが大きくなるにつれて小さくなる。注2)　したがって、λ(1)＞(2)なる関係がある。

注1) SDR論争のまとめには、Mishan (1975), Dasgupta & Pearce (1972), 宮川（1969）貝塚（1971）が詳しい。また、土木計画からみたまとめには、長尾（1972）参照。
なお、現実と使用されているSDRは、3％～14％の広範囲にわたっている。

注2) 3.4 参照

さて、1期と2期のWTPの比を計算すると、

$$\frac{\dot{u}(X(1), Z(1))}{\lambda(1)} \Big/ \frac{u(X(1), Z(2))}{\lambda(1)} = \frac{\lambda(2)}{\lambda(4)} = \frac{1}{1+r}$$

ここに、γは、正の数、（なぜならば、（$\lambda(2)/\lambda(1) < 1$）なる関係を得る。すなわち、2期の状態Xに対するWTPは1期の同じ状態に対するWTPに比較してより小くなりその比率が1／（1＋r）となる。このγを個人iの時間選好率という。したがって、（2.2.9）式の定義による異時点の評価の単純な拡張は、各期の各人の便益（または費用）にこの時間選好率を乗することが考えられる。

この方法は、第1に、各個人によって異なるγを知ることが困難であり、第2に、たとえ各個人毎にγを知ることができたとしても、存在しない将来の世代の効用を考慮していないという欠点をもつ。しかし、現存する社会構成員の効用のみを要素とする効率性基準にもとづき、各期で個人は与えられた所得のもとで効用最大化行動をとるものと仮定できれば、使用されるべきSDRは、上記γの平均値であることになる。[注1)]

2．2．5　効率性評価基準

仮に、適当な社会的割引率が決定されたとき、2.2.2で述べた効率性基準にもとづくプロジェクトの評価基準は、（2.2.9）式からわかるように純現在価値基準（net present value）が採用されている。すなわち、次式の純現価NBを最大にするプロジェクト（群）の諸元を最適とする。

$$\max NB = \sum_{t=1}^{T} \frac{Bt - Ct}{(1+r)^t} \qquad (2.2.13)$$

ここに、　NB　：　純現在価値

B_t　：　t期の便益

C_t　：　t期の費用

γ　：　社会的割引率

（2.2.13）式で示される純現価基準に対して、いろいろと他の代替的な基準が提案されてきた。その主要なものは、費用便益比（cost benefit ratio)および内部収益率（internal rate of return）である。これら3者の長短所についても長い論争がある。[注2)]

注1) γを使用してSDRを計算する方法に関してはDasgupta & Pearce (1972)，訳、pp. 165～169参照。彼等は、γに対して、死亡率と経済成長率による修正をほどこしている。

注2) 論争の概要は、Dasgupta & Pearce (1972) 第7章, Mishan (1974) part IV参照。なお、世銀では社会的割引率の決定が困難であるという理由により内部収益率を採用している。

本研究は、もし社会的割引率が所与であれば、費用便益の定義より純現在価値あるいは純現価最大化基準が最も適当であると考える。したがって、以下、効率性基準とは、純現価最大化基準を意味する。ただし、費用便益比や内部収益率も計算しないわけではないが、純現価最大化基準によって選択されたプロジェクト（の諸元）の意味を明白にするための参考にすぎない。また、以下（特に第4章および5章）では、費用最小化基準が採用されている場合もある。この場合には、純現価最大化基準との関係を常に言及する。

2．3　効率性基準の特徴

2.2で定義された費用および便益を基礎とする純現価最大化基準は、結局、社会全体の支払い対価（ＷＴＰ）である（2.2.9）式の形式をもつ社会的厚生（ＳＷ）を最大化することに一致する。この社会的厚生関数（ＳＷＦ）の特徴は、（2.2.9）式を観察することによってつぎのように要約することができる。

(1)　本ＳＷＦは、所得の限界効用（ＭＵＩ）を一定と仮定している。

(2)　一定であるＭＵＩの値 λi は、個人 i の状態が所得Ｙ i におけるＭＵＩである。

(3)　本ＳＷＦは、社会構成員のそれぞれの効用の増加分に対してＭＵＩの逆数によって重み付けされた値の合計値によって表現されている。

以上の3つの特徴の妥当性とその意味するところについての検討を以下に試みることとする。

第1の所得の限界効用を一定としている点は、対象としているプロジェクトが、現況の所得分配の水準に比較して、大巾な変化を誰に対しても及ぼさないならば、近似的に納得し得る。このことは、ＣＢＡは国家の経済の方向を大巾に変更する“バターの大砲か”といった大規模なプロジェクトの評価には適用できないということを示している。

第2の問題は、λi の値に関する問題である。すなわち，仮に対象としているプロジェクトが大巾な所得分配を変動させず、したがって、各人の所得の限界効用（ＭＵＩ）は一定であるという仮定が納得できるとしても、どのような所得分配におけるＭＵＩを採用すべきかという問題である。

通常のＣＢＡの適用にあたっては、ある理想とする所得分配におけるＭＵＩを測定するようなことはしない。むしろ、次章で述べるように、便益や費用の測定にあたっては、市場が完全である場合には市場価格を採用し，不完全である場合には、世界市場の価格などを利用して計算価格（accounting price または shadow price）で代用する方法がとられる。このような場合には、採用されている市場価格や計算価格の背景になっている所得分布におけるＭＵＩを“暗黙”に採用していることを意味する。すなわち、ＭＵＩの選択は、ＳＷＦの選択に際しての価値付けであるから、効率性基準は、費用および便益を測定した市場の背景にある所得分配を最適であるとみなしていることを示している。

第3の問題は、ＭＵＩの値 λi の大小に関する性質に関係する。本来、効用関数は個人

個人によって異なるため、MUIの値についてもまた個人の相異を比較することはできない。しかし、CBAにおける効率性基準の性質を明らかにするために、「全社会構成員が同一の効用関数をもっているもの」という仮定を設けてみる。この仮定のもとで、さらに、直観的にも経験的にも確かめられている事実である"MUIはてい減する"という仮定を設ける。

このとき、λiは高所得者ほど小さく、低所得者ほど大きい。(2.2.9)式で示されるSWFは、λiの逆数($1/\lambda i$)によって個人の効用を重みづけしているので、同一の効用増加に対して、高所得者ほど社会的に重視されていることがわかる。これは、(2.2.9)式のSWFがいわゆる"ドルによる民主主義"を是認していることを示している。

さらに第4の問題がある。以上のうち、第2および第3の問題点は公平性に関する問題点であった。第4の問題とは、仮に以上の公平性の基準を認めるとしても、(2.2.9)式がパレート最適性を達成するか否かという問題である。注)

CBAの依拠するSWF(2.2.9)式がパレート最適を満足するには、所得の移転がなされるという前提条件を必要とする。すなわち、もし、純便益を得た人が損失を蒙った人にその利得分を移転して、誰の効用レベルについても、プロジェクトが実行されない状態の効用レベル以上を保つことができれば、パレート最適は達成されることになる。

実際のプロジェクトにあたっては、このような補償や利益の還元が完全に行なわれていないのでパレート最適は達成されていない。しかし、もし、所得の移転が可能であればパレート最適が達成されるという意味で"潜在的"パレート性を有しているということができるので、一般に、(2.2.9)式を効率性基準といっている。

2．4　公平性基準の導入

2．4．1　公平性基準導入の意義

効率性基準の依拠する社会的厚生関数(2.2.9)式は、2.3.1で述べたようにつぎの2つの特徴をもっている。

① 本基準は、計算価格や市場価格を利用した背景の所得分布を最適であると是認している。

② 本基準は、所得の限界効用の逆数によって個人の効用を重み付けしているために、高所得者の効用の増加を相対的に重視し、低所得者のそれを相対的に軽視している。

上記2つの特徴の是非を論ずるためには、公平性基準が提示されねばならない。公平性基準の設定には、社会構成員の誰か(複数の場合を含む)の価値観を導入する必要があ

注)　パレート最適とは、他の人の効用レベルを下げることなく、どの個人の効用レベルも上昇させることができない状態をいう。

る。ここに、社会構成員の価値観の集計という問題が発生する。すなわち、個々人の利害を調整して社会全体の意思決定を行なう政治機構の分析が必要となる。この政治機構と個々のプロジェクトにおける評価基準との関係について、基本的態度は2つに分類される。第1の態度は、個々のプロジェクトの評価は効率性のみに従がうべきであって、公平性は政治機構で決定されるべきであるという態度である。これに対して、第2の態度は、政治機構の公平性を遂行する機能は不十分であるから、個々のプロジェクトにおいても公平性を考慮しなければならないという態度である。以下に、それぞれの態度に関して若干の分析を行なう。

個々のプロジェクトの評価においては、公平性基準を導入すべきではなく、効率性基準のみで評価すべきであるという主張は、初期のCBAの研究者によって主張された。(注)彼等の主張の根拠は以下のように要約することができる。すなわち、

個々のプロジェクトは経済全体が営まれている規模に比較して非常に微少な影響しかおよぼさないので、相対価格を変化させないであろう。もし、相対価格が変化しなければ、個々人の実質所得は、支配的価格に消費量を乗じた値として計算される。プロジェクトの影響は微少であるから現存の所得分配を変化させない。したがって、公平性基準の導入の必要はない。

彼等の主張は、さらにつぎのように続く。

効率性基準はたしかに、支配的価格を利用しているので、その背景になっている現存の所得分配状態を暗黙のうちに最適と考えている。現存の所得分配が最適である根拠はつぎのとおりである。すなわち、

① 所得は完全競争場であれば個人の限界生産性を反映している。

② 現存の所得分配状態は社会的に政治決定によって是認されている。

百歩譲って現存の所得分布が不合理なものであれば、再分配は個々のプロジェクトではなく政治決定機構でなされるべきである。

以上のような効率性基準の主張者達に対して当然のことながらつぎのような反論をなし得る。

第1に、新幹線あるいはロンドン第3空港のように大規模なプロジェクトは、相対価格を変化させ、かつ、所得の再分配効果を生ぜしめている。このような大規模プロジェクトの評価には効率性基準だけでなく何らかの公平性基準の導入が不可欠である。

第2に、たとえ1つ1つのプロジェクトの再分配効果は小さくとも、多数のプロジェクトが現実には実施されている。したがって、多数のプロジェクト全体の再分配効果は大きくなる可能性が高い。

第3に、現存の所得分布に関して、それが限界生産力に応じたものであるという保証は

注) Eckstein (1958) pp, 36~37

ない。また、たとえそうであるにしても、限界生産力に応じた所得分布はパレート最適という点からみた1種の価値判断にすぎない。さらに、政治機構による再分配機能に関しても、それが円滑に現実に行なわれているという保証はない。むしろ、公害問題などにみられるように非常な遅れをもって、しかも、しばしば、大きな紛争を伴なっているため，社会的損失ははかり知れないものがある。

以上の反論からわかるように，現在では効率性基準のみでプロジェクトを評価するという主張は、説得力をもっていない。しかし，政治機構を無視してすべてのプロジェクトの評価は行ないえない。この問題に対して、1つの解答を与えているのはGoldfarb and waglom の研究である。[注1)]

彼等は、従来のプロジェクトの評価方式に関する主張を2つに分類する。第1の主張はMusgrave に代表される。[注2)] すなわち、個々のプロジェクトの評価は効率性基準のみに従うべきであり、公平性については政治機構，特に税制によって達成されるべきであるという主張である。これに対して、第2の主張は、 Weisbrod に代表される。[注3)] すなわち，個々のプロジェクトの評価において常に公平性が評価されるべきであり，従来の効率性基準にかわって公平性基準が設定されるべきである。 Goldfarb らは、以上の分類を行なった後、2つの主張の長短所を整理してつぎのように要約した。

第1の主張の長所は、長期的展望に立ったとき、よりパイを大きくするという点にあるが、政治機構が不公平性に対して時間的遅れ無しで反応する場合にのみ正しいという欠点をもつ。これに対して、第2の主張は、個々のプロジェクトにおいて公平性を考えているという長所をもっているが、政治機構はいっさい公平性に関して反応しないという非現実的な仮定をおいている。したがって、これら2つの主張は両極端であって、現実には、政治機構は不公平性に対して一定の遅れを保ちつゝ反応していくものと考えられる。

以上の認識にたつとき、個々のプロジェクトの評価基準は、政治機構のあり方と密接に関係してくる。そこで、 Goldfarb らは，議会の公平性に対する反応機構を簡単なモデルで示し、その反応機構に応じて、プロジェクト評価基準がいかに変化してくるかを分析した。

このような考え方自体は実際的であり、かつ、説得力をもっているが、現実の複雑な政治機構の理論的解析は困難をきわめる。とはいえ、これらの研究はCBAあるいは広く公共土木計画学が将来遂行せねばならない重要な残された課題である。

2．4．2　公平性基準の推定に関する従来の研究

公平性基準を積極的に導入せねばならないという立場にたったとき、価値判断を必要と

注1) Goldfarb & Waglom (1974)

注2) Musgrave (1969)

注3) Weisbrod (1968) および Freeman Ⅲ (1967)

する。人々を説得する価値判断を提示するための基本的態度は、2つに分けられる。

第1の態度は、積極的に真正面から価値判断を提案する。これまでの提案の多くは、いわゆる"民主主義的"な公平性基準

$$SW = \sum_{i=1}^{I} u_i \quad (X) \qquad (2.4.1)$$

なる形の提案である。(2.4.1)式は(2.2.9)式と比較して、各個人の効用に対する重みづけが全て等しくなっている。個人誰もは社会にとって平等であるべきと主張している。この基準によってプロジェクトを評価するには、個人の所得の限界効用 λi を測定して、個人 i の便益または費用に λi を乗ずる必要がある。したがって λi の推定が重要性をおびてくる。注1)

第2の態度は、価値判断を提案することはせずに、過去の政府の意思決定から、逆に、意思決定者が暗黙裡に想定していた公平性基準を推定し、価値判断の参考資料を提示しようとする態度である。この考え方の典型は、Mcguire and Garnの述べたつぎの言葉にみられる。注2)

「要点は、ある特定のもっともらしいSWFを生み出すことではない。むしろ、それは、管理者の選好を発見し、それを伝達可能な形で表現することである。したがって、管理者の選好からその底にあるSWFを引き出してもよいという本質的な妥当性の保証は、いろいろな不合理に対する一般的な防止を与えるにすぎない」

ここに、いろいろな不合理とは、具体的にはつぎのように解釈されている。注3)

1)ある政策と他の政策における個人の効用に対する重みづけが相違している場合がある。これは評価の一貫性の検証である。

2)政策者の意図と実際に決定に際して暗黙裡につけられている重みづけとは異なっている場合がある。これは、目的と手段における目的連関的一貫性の検討である。

本研究は、以上のような不合理をより明白にし、合理的な価値判断の参考資料として、過去の意思決定からその背景にある公平性基準を推定することは、極めて重要であると考える。したがって、以下に、これらの研究の整理と批判検討を行なう。

(1) Weisbrodの研究

Weisbrodは、諸グループの便益の帰属が既知であるときに、過去の政府の決定を分析することによって、政府が想定している諸グループが享受している便益に対する重みづけ係数を推定する方法を提案した。注4) その方法はつぎのとおりである。

注1) λi の推定法については、3章3.4参照

注2) Mcguire & Garn (1969) P. 884

注3) Dasgupta & Pearce (1972) 邦訳 PP. 70〜71

注4) Weisbrod (1968)

ある意思決定者が同じ費用のn個のプロジェクトの選択に直面している。予算制約が存在するために、彼は、n個のうち、(n－1)個のプロジェクトしか実行できない。個々のプロジェクトの受益者はm個のグループに分れている。効率性基準にもとづけば(すなわち、m個のグループの享受している便益を単純に合計すれば)、プロジェクト1が最も大きく、順次2,3,…,nの順に小さい。したがって、効率性基準では、プロジェクト1,…,(n－1)が採用され、プロジェクトnは実行されない。しかし、現実には、当該意思決定者は、プロジェクト1を拒絶しプロジェクト2,3,…,nを実行したとする。

この意思決定が合理的であるためには、彼はあきらかにm個のグループの享受している便益に対して適当な重みづけを行なっていなければならない。その重みづけは、つぎのような性質をもっているはずである。

$$\sum_{j=1}^{m} B_{ij} W_j = B_i \qquad (i=1,\cdots,n) \qquad (2.4.2a)$$

$$B_i \geqq B_1 \qquad (i=2,\cdots,n) \qquad (2.4.2b)$$

ただし、 $$\sum_{j=1}^{m} W_j = 1 \qquad (2.4.2c)$$

ここに、B_{ij} : プロジェクトiによって2番目のグループが受ける便益

Bi : プロジェクトiの重みづけが行なわれたときの評価値

当該意思決定が合理的であるための条件式(2.4.2b)式に(2.4.2a)式を代入すれば、(2.4.2)式は次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{m} W_j = 1 \\ &\sum_{j=1}^{m} (B_{ij} - B_{ij}) W_j \geqq 0 \quad (i=2,\cdots,n) \end{aligned}\right\} \qquad (2.4.3)$$

Weisbrodは、(2.4.3)式における未知数W_jを求めるために、第1に、(2.4.3)式の不等号を等号であると想定する。[注1)]

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{m} W_j = 1 \\ &\sum_{j=1}^{m} (B_{ij} - B_{1j}) W_j = 0 \quad (i=2,\cdots,n) \end{aligned}\right\} \qquad (2.4.4)$$

注1) この意味はほとんど不明である。もし等号であれば、すべてのプロジェクトの評価値は等しいので、無差別である。

(2.4.4)式のW_jを求めるにあたってつぎの３つの場合がある。

① m＝nの場合。このとき、W_jは一義的に解ける可能性がある。もし、解けた場合のW_jの意味は、プロジェクト１，…，nがすべて無差別であるような重みづけ係数を示している。

② m＞nの場合。このとき、(2.4.4)式がたとえ斉合的であっても解の１意性は保証されない。１意性を得るためには２つのアプローチがある。第１は、グループの数をmからnに減らす。第２は、重みづけ係数W_jの間にある合理性をもった（m－n）個の関係式を導入する。こうして、問題は場合① に帰着する。

③ m＜nの場合。たとえば、最小自乗という基準を設けてW_jを決定する。

以上の分析の後、Weisbrod は、上記の方法を米国での水資源開発計画に適用している。そして、(2.4.3)式における不等号を等号に近似した理論的欠点を補なうために、(2.4.4)式の右辺の値をゼロの代りに適当な正の値を入れたときに、解かいかに変動するかという感度分析を行なっている。

以上のワイスブロッドの研究についてはつぎのような問題がある。注1)

第１に、意思決定者は、公平性以外の要因（景気の安定性など）を考えて決定しているかも知れない。もし、そのような要因が考えられていたとすれば、その要因もまた重みづけの値に反映しているので、推定されたW_jの値は、純粋に公平性を示す重みづけとはいえない。

第２に、便益の分布が完全にわかっている場合はきわめてまれであるにもかかわらず、Weisbrod の研究ではB_{ij}が与件となっている。注3) したがって、実際的適用が困難である。

第３に、以上の問題がすべて解決している場合を想定しても、Weisbrod は、(2.4.3)式ではなく、等式(2.4.4)式を満足するW_jの値を求めているにすぎない。(2.4.3)式を満足するW_jの値をなんらかの方法で求めるべきである。

(2) 目良の研究 注4)

目良は、過去の米国連邦政府の所得税制を分析することによって連邦政府の想定している社会的厚生関数（SWF）を推定した。特に、連邦政府の想定している所得階層別の効用関数を導出した。

まず、彼の設けた仮定はつぎのとおりである。

① 社会構成員個々人の効用は、それぞれの可処分所得の関数である。

② 社会構成員は誰も同一の効用関数をもっている。

注1) Weisbrod (1968) におけるヘイブマンおよびマックのコメント (PP, 209～222) 参照
注2) 次章3.2参照
注3) Mera (1969)
注4) Mera (1969)

③　連邦議会が想定しているＳＷＦは、すべての社会構成員の効用関数の単純和である。すなわち，

$$SW = \sum_{i=1}^{I} u_i \quad (Y_i) \qquad (2.4.5)$$

ここに，SW：社会的厚生、u_i および Y_i はそれぞれ、第 i 番目の個人の効用および所得を示す。

④　連邦議会は、誰も同一量の効用の減少があるように所得税を課税しているものとする。（ the ~~pimeiple~~ principle of equal absolute sacrifice of utility）

以上の仮定①　～④　のもとでは、

［平均限界効用］×［１人当りの所得税］＝一定

なる公式が成立する。注1)　そこで、家族構成を単身者、夫婦２人、４人家族に分類して、１９４８年度の年間所得3,０００ドルの単身者の限界効用を１とし、実際の税収から限界効用と所得の関係をプロットし、これより最小自乗法によって

$$\frac{du}{dY} = \left(\frac{Y}{3{,}000}\right)^{-1.5} \qquad (2.4.6)$$

なる関数式を推定している。

なお、目良は、仮定④　のかわりに、所得税が一定の効用値以上の余剰分に比例して課税されているという仮定（the ~~pimeiple~~ principle of equal proportional sacrifice of utility）を用いた場合についても所得の限界効用の測定法を提案し、同一データにもとづいて推定している。しかし、結果に関しては，仮定④　の場合にくらべて経年的バラツキが大きいという事実より、仮定④　の方がより現実的であると結論づけている。

注意せねばならないことは、目良が推定した（限界）効用関数は、社会構成員が各自で想定している関数ではない。むしろ，それは、連邦政府が、規範的にあるべきだと設定している個人の効用関数の形態である。したがって、連邦政府の考える規範的な効用関数は，個々人が実際にもっている効用関数とは異なる可能性がある。

(3)　McGuire and Garn の研究注2)

Weisbrod および目良の研究が、過去の意思決定から社会的厚生（ＳＷ）を推定する方法であるのに対して、McGuire and Garn の研究は実際に意思決定者に直接面接し

注1)　平均とは課税前と後の限界効用の平均値のことである。

注2)　McGuire & Garn (1969)

てその意見にもとづいてＳＷＦを作成する方法を提案したものである。対象としているプロジェクトは米国の過疎地域開発プロジェクト群である。数多くのプロジェクト実行のための補助金の配分を連邦政府（のEconomic Development Agency)が行なうにあたってのＳＷＦを定量化することを目的としている。プロジェクトの効果は、地域住民１人当りの所得の上昇と失業率の減少という２つの指標で示される。

ＳＷＦを推定するために、まず、連邦政府はつぎのようなＳＷＦをもっていると仮定する。

$$SW = Lf(E) + Ng(W)$$

ここに

L ： 就業可能者数

E ： 雇用率、（ $E = e/L$, e ： 雇用者数 ）

N ： 世帯数

W ： 平均世帯収入額（ $W = w/N$ ： w ： 世帯収入 ）

SW： 地域厚生水準

したがって、あるプロジェクトの効果△eおよび△wによる地域厚生増加分は

$$\triangle SW = \frac{\partial f}{\partial y} \triangle e + \frac{\partial g}{\partial N} \triangle w \qquad (2.4.7)$$

となる。ここで、世帯収入額の中間値をＹとしてつぎのような仮定をおく。

1） $W/Y = \theta \ (= \mathrm{Constant})$

2） $f(E) = K_1 - \dfrac{\bar{E}a}{\alpha - 1} (\bar{E}/E)^{\alpha - 1}$

3） $g(W) = K_2 - \dfrac{b}{\beta} \left(\dfrac{\theta \bar{Y}}{\theta Y}\right)^{\beta}$

ここに、$\bar{E}$および$\bar{Y}$はそれぞれ雇用率および世帯収入の全国平均値を示し、K_1 ，K_2 ，a，α，およびβは定数である。

上記の仮定のもとでは、（ 2.4.7 ）式を次のように変形できる。

$$\triangle SW = \left[a\left(\frac{\bar{E}}{E}\right)^{\alpha} + b\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{\beta} \right] \triangle e$$

$$= \lambda(E, Y) \triangle e$$

ここに、

$$\lambda = a\left(\frac{\bar{E}}{E}\right)^{\alpha} + b\left(\frac{\bar{Y}}{Y}\right)^{\beta} \qquad (2.4.8)$$

こうして、地域厚生の増分$\triangle SW$の推定は、その限界厚生λを推定することに帰着する。すなわち、（2.4.8）式の定数a，b，α，およびβの推定せねばならない。このため、意思決定の意向をつぎのように規定した。

① 雇用率Eおよび平均世帯収入がそれぞれ全国平均値に一致しているとき、$\lambda=1$とする。これは、地域厚生水準の原点を規定する。

② 最悪の状態にある地域のλの値を15とする。これはλの測度を規定する。

③ 任意の地域に1単位の仕事を与えることと平均世帯収入の中間値$\overline{Y}$の所得の増加とは、地域厚生からみて無差別である。

④ 非常に高い失業率（15%以上）であって、かつ、非常に低い所得（平均世帯収入$1850以下）の地域に、1つの仕事を与えることと所得$1850を与えることとは地域厚生からみて無差別である。

5 雇用の増加と所得の増加の間の限界代替率はてい減するものとする。

以上の①〜5の意思決定者の意向を、米国地域開発補助金というプロジェクトのデータを使用して、彼等は、地域の限界厚生をつぎのように推定した。

$$\lambda = 0.5\left(\frac{0.96}{E}\right)^{22.4} + 0.5\left(\frac{5600}{Y}\right)^{2.5} \qquad (2.4.9)$$

2.5 公平性基準推定に関する一提案 注)
ー土地利用用途選定問題を例にとってー

2.5.1 問題の設定

現在の都市の土地利用計画の問題点は、その計画案を実現する手段に関する分析が不十分である点にあるだけでなく、その計画がいかなる立場にたっているかという点、つぎに、その立場にたったときには、一貫した合理的基準のもとに土地利用用途が選定されているかということが定量的に明示されていない点にも問題がある。

本研究では、土地利用計画の計画主体が特定の立場に立つべきであるという主張をしようとするものではない。本研究は、計画主体はさまざまな立場に立ち得ることを容認するが、もしも仮にある立場にたったならば、その立場にたったときの具体的なあるいは定量的な土地利用用途の選定方法はいかにあるべきかという問に答えることを目的とする。

土地利用計画の立場とは、商業、工業、住宅などのさまざまな都市的土地利用者の各地域に対する評価値に、計画主体（通常、公共団体）の立場にもとづいたウエイト(weight)をつけ、その総計が最大（最小）になることを最適とする目的関数によって表示される。

注) 森杉（1972），大阪市，関西情報センター（1972）

各地域に対する土地利用者の評価値は、土地利用者によって異なると同時に、地域の立地条件によっても異なる。立地条件を大きく左右するものは、都市的公的施設（public infrastructure）および周囲の土地利用状況である。したがって、本研究では、都市的公共施設の配置パターンは，パラメーターとする。

本研究の課題を要約する。

ある空間的な広がりをもった都市を想定する。この都市の土地利用計画の対象地域が設定されているものとし、計画対象地域に対して、土地利用形態別床面積需要が与えられているものとする。計画対象地域内の道路、鉄道、ガス、水道などの都市的公共施設の整備パターンも与件とする。そして、計画対象地域をN個のゾーンに分割することができるものとする。その際、同一ゾーン内のいずれの地点に対するいずれの土地利用者の評価値も同一であるように分割することができるものとする。また、各土地利用者は、ゾーンの都市的公共施設の整備水準の相違とゾーンの土地利用状況に応じて、各土地利用者特有の評価値の相違を示すものとする。さらに、各利用者は、この評価値の相違に応じて、もしもそのゾーンに立地するとすれば実施するであろう（あるいは規制されるであろう）容積率をもつものとする。

以上の仮定のもとで、土地利用計画の計画主体は、さまざまな個別の利用者の各ゾーンに対する評価値に、計画主体の立場にもとづいた重み付けをおこない、重み付けを行なった評価値の合計値が最大（または最小）になるように各ゾーンの用途の選定を行なうにはいかにすればよいかという問題に答えることが本研究の課題である。

2．5．2　選定モデル策定のため仮定

(1)　土地利用形態別床面積需要

ある空間的な広がりをもった都市の土地利用計画の対象地域が設定されているものとする。そして計画対象地域に対して、土地利用形態別敷地面積需要が与えられているものとする。この土地利用形態別床面積需要は、土地利用計画の達成せねばならない計画目標となる。この計画目標水準の設定には、一般に需要予測を必要とする。需要は、当該都市のもつ魅力度と当該都市と競争関係にある都市の魅力度とに起因すると思われる。このような都市間の相対的競争関係の分析は、本研究の対象外とする。

ただし、本研究にとって大切なことは、土地利用形態の分類である。

都市的土地利用者は、大別して、利潤最大化行動をとる企業、一定の予算下で効用最大化行動をとる世帯および公共団体に分類される。企業は、売上額（生産額）が立地地点の立地条件と密接に関係する商業と、生産額が立地条件とは商業ほどには密接に関係しない工業に分類される。さらに、商業は、都市全体の需要者を顧客とする都市圏商業と、日常買物客を顧客とする生活圏商業に分類される。都市圏商業は、一般に、都心に立地する傾向をもつ。これに対して、生活圏商業は住宅地の近辺に必ず立地し、マスタープラン作成のための地域区分を対象とする場合には住宅も全く同様の立地行動を示すとみなしうる。

つぎに、工業は、専用ふ頭を必ず必要とする臨海立地型、内陸立地型および両立地型の

3種に分類できる。臨海立地型は、都市圏では臨港地区以外に立地することがないために、先決的に配置を決定されているものとする。

最後に、住宅は家族構成および所得階層によって、各立地候補地点の評価関数の構造を異にするものと思われるが、本研究のようなマスタープラン作成のための地域区分を対象とする場合には、その差異を無視し得ると考えられよう。

結局、都市的土地利用者は、図－2.5.1のように分類できるものと考えられるが、臨海工業、公共用地・緑地などは先決的に配置が決定されているものとして、これを与件とする。つぎに、生活圏商業は住宅とまったく同一行動をするものとみなして、特に分類しない。こうして、本研究の用途区分の対象となる利用形態は、①都市圏商業、②内陸性工業、③住宅の3種類に限ることにした。したがって、床面積需要の形態分類も上記3種類とした。

(1)商　業 ─┬─ 都市圏商業
　　　　　　└─ 生活圏商業（＝住宅）

(2)工　業 ─┬─ 臨海工業 ──── 立地限定（与件）
　　　　　　├─ 内陸工業
　　　　　　└─ 両立地型工業

③住　宅
④公共用地（与件）
⑤農　業 ┐
⑥山林その他 ┘ ──── 非都市的利用形態

図－2.5.1　土地利用形態の分類

(2) 都市的公共施設の配置パターン

都市のマスタープランは、都市的公共施設の配置パターンとそれにともなう土地利用用途を決定することにあるといっても過言ではない。しかし、現在のところ、この両者を同時に決定する数理計画法的モデル開発することができない状態にある。そこで、本研究では、数個の都市的公共施設の配置パターンの代替案をパラメーターとし、このパターンを与件としたときの用途区分の決定法の定式化を目指す。

(3) 土地利用者の適地度

適地度とは、土地利用者が、さまざまな土地特性を有する立地候補地点をいかに評価しているかを表わす指標である。この定義にもとづく適地度を推定しようとする従来の研究はつぎの3つがある。

第1の研究は、地価の決定過程を分析する際に用いられてきた研究である。注）　この研究は、もし、企業の利潤関数と世帯の効用関数を与件とすることができれば、企業および

注） これらの研究のサーベイとしては、経企庁経済研究所都市分析ユニット（1975）が最新であろう。

世帯が土地特性を考慮して地主に提示する「つけ値（bid price）」を計算することができることを示している。さらに、地主は、最高のつけ値を提示した土地需要者にその土地を買却し、その土地を購入した需要者のつけ値が地価として顕在化し、その土地は購入した土地需要者の利用形態に変換されるという土地利用の転換過程を分析している。したがって、地価は購入者のつけ値に一致している訳であるから、地価と土地特性との関係すなわち地価関数が土地利用形態別に定量的に表示できれば、この地価関数が適地度関数の役割を果すことになり、適地度を貨幣タームで表示した利用者のつけ値を指定できるという結論が提示されている。

第2の研究は、過去の立地行動結果をデータとして、統計的決定理論によって適地度関数を推定しようとする研究である。注）この第2の研究は、第1の研究と同様の企業や家計の立地行動を仮定した後、立地候補地点の利潤関数や効用関数の値と同一の大小関数の成立する適地度関数の存在を誘導する。そして同一の適地度関数をもつ土地利用者群に着目したとき、その群が立地しているいずれの地点の適地度も、その群が選択可能であって、かつ、立地しなかったいずれの地点の適地度よりも大きいという適地度関数の性質を利用して、この性質がより成立するような適地度関数の推定方法として、数量化理論Ⅱ類が適用可能であることを示している。

第3の研究は、第2の研究で用いられた数量化理論を用いるが、利用者に対するアンケート結果をそのデータとしている点で第2の研究と異なる。

以上の3研究のうち、第1の研究は理論的には納得できるが、現実の地価は都市の将来の成長を見込んでいるために、地価が現在の利用者のつけ値に一致していないという事実によって、地価関数がそのまま適地度関数とみなしえないという欠点をもつ。たとえば、商業地の周辺の住宅地の地価などにみられるように、住宅地の地価といえども世帯のつけ値とはいいがたく、むしろ、商業のつけ値であるような地価をデータとして使用せねばならないという欠点である。しかし、つけ値という貨幣タームで適地度を表わしうる長所をもつ。

第2の研究は、過去の立地行動をそのまま忠実に分析しようとするものであるから、第1の研究のような欠点はないが、適地度関数に地価の影響がインプリジットに入っているので、土地特性の地価にあたえる影響が変化すると使用できなくなる欠点をもつ。このため、第2の研究では、地価の影響分と本来の土地のもつ適地度をいかに分離するかが今後の課題となる。

最後に第3の研究は、第2の研究のように地価の影響分を分離するといった困難な問題を有しないが、アンケートの実施という作業上の困難性をもつと同時に、現在のところ施設レベルとの対応が実証的に検証されていないという不安点をもつ。

注）　青山、森杉（1971）

以上にみたように、いずれの適地度に関する研究も、未完成であり、いずれがよいとも決定しがたいのが現状である。したがって、本研究にとって、重要な与件となる適地度関数の推定方法については、今後、さらに追求されねばならないが、本研究では、適地度が既知であるものとし、今後の研究の成果はそのまま、本研究に入力としてとりあつかうことができることを指摘しておく。

つぎに、土地利用用途の選定のためには、想定された都市を、いずれの利用者の適地度もその中では同一であると思われるゾーンに分割する必要がある。このとき、同一のゾーンを異なる利用形態で同時に利用する混合利用を許すか許さないかという問題が発生する。混合利用を許す場合には、混合利用の程度によって、ゾーンの適地度も変化するものと思われる。このような混合利用の程度を適地度に反映するために、本研究では、その混合度に比例して適地度が低下するものと仮定する。すなわち、混合度Xとは、そのゾーンの利用可能面積に対する当該利用形態面積の占める割合と定義し、適地度rとの間に

$$r = r_0 X 1 \qquad (2.5.1)$$

なる関係式が成立することを仮定する。ここにr_0は、X＝1のときの適地度である。

(4) 容積率に関する考察

本研究では、分割されたゾーンをある用途に選定する場合には、先決的にその容積率が与えられているものとする。

このような容積率は、外部不経済の影響を考慮して、法的に決定されている場合もあり、各々の利用者にまかされている場合もある。

各々の利用者にまかされている場合には、各々の利用者は、その敷地をもっとも効率よく利用する。その容積率はつぎのようにして求められる。すなわち、そのゾーンの立地条件によって決定される地価または賃貸料を収入Rとし、高層化のための建設費Cとしたとき、純利潤Pを最大にするように決定される。

このような高層化のための市場が完全競争市場であれば、土地の有効利用という観点からみれば、最適な容積率に一致していることが確かめられている。したがって、上記の考え方は、公共団体が容積率を経済効率の最大化を目指して規制している場合に一致する。しかし、一定の容積率が外部不経済を与えるときには、その不経済を除去する便益と経済効率が低下する不便益とが比較されねばならない。

以上にみたように、原則として容積率は、そのゾーンの用途を与えれば、何らかの観点から最適な容積率が存在しうる。この分野の研究は、従来ほとんどなされていないが、研究の発展成果はそのまま本研究の入力となりうるので、容積率を先決的に与件とする。

(5) 選定モデルの評価基準　ーウエイト付けー

本研究で提案する土地利用用途の選定モデルの評価基準をつぎのように仮定する。

ある用途（たとえば住宅）の選定を行なう場合について述べる。第1に、他の用途（たとえば商業）を排除しないかぎり、その用途（住宅）の適地度の最もよいゾーンから順次

需要を満たすまで選定する。第2に、他の用途（商業）を排除する場合には、すなわち他の用途と相互排他性が存在する場合には、排除された用途（商業）の選定範囲がより狭くなり、より適地度の悪いゾーンを選定せざるを得なくなる。したがって、排除された用途（商業）の適地度の低下を1種の機会費用とみなす。すなわち、排除される用途の適地度の低下がより小さく、かつ、当該用途（住宅）の適地度がより高い選定をよりよい選定法とする。

さて、当該用途（住宅）の適地度の1単位と排除される用途（商業）の適地度の1単位を同等とみなすか、あるいは前者（後者）の方を高いとみなすかという問題が発生する。この異なる利用者の適地度1単位の評価は、計画主体が、全体的にその価値観にしたがって決定しなければならない問題であると考え、その交換比率をPで表わす。たとえば、住宅と商業の適地度1単位を同等の価値があるとみなす場合には、住宅および商業の適地度に乗ずるウエイトP_1 およびP_2 の間に

$$P_1 = P_2 \qquad \text{または} \qquad (P_1 / P_2) = 1$$

なる関係を設定する。あるいは、住宅の適地度1単位は、商業の適地度1単位よりも価値があり、P_1 単位の価値があると考える場合には、（この場合は、住宅地の選定を商業地の選定よりもより優先するという考え方である）

$$(P_1 / P_2) > 1$$

なる関係が成立するように、P_1 およびP_2 の値を設定しようとするものである。

2.5.3　選定モデルの定式化

(1) 記号の定義と仮定の定式化

2.5.2で述べた仮定にしたがって以下のように記号を定義する。

① 都市を、その内部ではいずれの利用者の適地度も同じであるN個のゾーンに分割し、このゾーンの都市的公共施設の整備水準に応じた土地利用者別の適地度が図－2.5.2のように既知であるとする。

② 用途別床面積需要$D^{(k)}$（$k = 1, 2, 3$）も既知とする。

③ 各ゾーンの利用形態別最適容積率$C_i^{(k)}$ および対象用途に利用可能な面積S_i も既知とする。

④ 用途の選定法について、つぎの2つの場合を考える。第1の場合は、混合利用を許す場合である。iゾーンのk種利用形態の面積の利用可能な面積S_i に対する割合を$X_i^{(k)}$ とし、これをk形態の利用率という。そして、この場合の仮定にしたがって、利用率$X_i^{(k)}$ のときのiゾーンのk形態にとっての適地度は$r_i^{(k)} X_i^{(k)}$で示される。

第2の場合は、混合利用を許さない場合である。iゾーンをk種形態に選定するときには$Y_i^{(k)} = 1$，k種形態以外の形態かまたは選定しない場合には$Y_i^{(k)} = 0$なる

0－1変数を定義する。

⑤ 都市全体的観点にたった評価値であるk種の適地度に対するウエイトを$P^{(k)}$（>0）で示す。

ゾーンNo.	適地度		
	利用形態1（商業）	利用形態2（内陸工業）	利用形態3（住宅）
1	$r_1^{(1)}$	$r_1^{(2)}$	$r_1^{(3)}$
⋮	⋮	⋮	⋮
N	$r_n^{(1)}$	$r_n^{(2)}$	$r_n^{(3)}$

図－2.5.2　適　地　度

(2) 選定モデルの定式化

求める最適用途選定モデルはつぎのように定式化される。

〔モデルⅠ〕 混合利用を許す場合

$$\left.\begin{array}{l} \max Z = \sum_k \sum_i P^{(k)} \cdot r_i^{(k)} \; X_i^{(k)} \\ \text{subject to} \\ \sum_k X_i^{(k)} \leqq 1 \quad (\; i = 1, \cdots\cdots, N \;) \\ \sum_i S_i \cdot C_i^{(k)} \; X_i^{(k)} = D^{(k)} \quad (\; k = 1, 2, 3 \;) \\ X_i^{(k)} \geqq 0 \end{array}\right\} \qquad (2.5.2)$$

〔モデルⅡ〕 混合利用を許さない場合

$$\begin{array}{l} \max Z = \sum_k \sum_i P^{(k)}, r_i^{(k)} \; Y_i^{(k)} \\ \text{subject to} \\ \sum_k Y_i^{(k)} \leqq 1 \; (\; i = 1, \cdots\cdots, N \;) \end{array} \qquad (2.5.3)$$

$$\sum_i S_i C_i^{(k)} Y_i^{(k)} = D^{(k)} \qquad (k = 1, 2, 3) \qquad (2.5.3)$$

$$Y_i^{(k)} = 0 \quad \text{or} \quad 1 \qquad (k = 1, 2, 3, \quad i = 1, \cdots\cdots, N)$$

モデル1、2とも形式上、全く同じ形をしているが、モデル1では、求める変数$X_i^{(k)}$が連続変数であり、モデル2では、$Y_i^{(k)}$が0，1の整数である。したがって、変数$X_i^{(k)}$および$Y_i^{(k)}$を求めるには、モデル1では線型計画（LP）、モデル2では0－1整数計画（0－1IP）を解けばよい。注1)

上記両式における第1式は目的関数であり、選定されたゾーンの適地度に計画主体の評価値であるウエイト$P^{(k)}$を乗じた修正適地度の合計値を最大にする選定が最適であることを示している。第2式は同一ゾーンの用途の相互排他性を示す制約条件である。モデル1においては、同一ゾーンに着目したとき、すべての利用形態の利用率の合計値が1を越えてはならないことを示し、モデル2においては、同一ゾーンを同時に2つ以上の利用形態に選定できないことを示す。第3式は、選定されたゾーンの面積に容積率を乗じた利用形態別床面積が、当該形態の床面積需要に一致しなければならないことを示す制約式である。

2．5．4　ウエイトの求め方

本研究は、一定の土地需要下で、修正適地度を最大にする土地利用用途の選定モデルを提案しているが、本モデルの重要なパラメーターの1つは、ある利用者の適地度1単位と他の利用者の適地度1単位の相対的価値を示すウエイト$P^{(k)}$である。したがって、$P^{(k)}$に関する感度分析の必要性・重要性についても前述したとおりである。すなわち、$P^{(k)}$に大きな数字を与えられた利用形態は、そうでない利用形態に比してより高い適地度をもつゾーンに選定されることになり、逆に、$P^{(k)}$に小さな数字を与えられた利用形態は、そうでない利用形態に比してより低い適地度をもつゾーンに選定されて不利となる。また、本モデルにおいて選定パターンに決定的影響を与えるウエイトは、基本的には、計画主体の価値観によって決定されるものであって、客観的に正しい値が存在するものではないということも前述したとおりである。しかしながら、価値観といえども、過去の経験とは断絶することはできないはずである。このようなウエイトの決定法に1つの参考資料として与え得るものは、過去の土地利用計画においてはいかなる値であったかという問に答えることであろう。

さて、既存の土地利用計画におけるウエイト$P^{(k)}$を求めるために、つぎの仮定をおく。すなわち、ゾーンの混合利用を許したモデル1で考える。また、既存の土地利用計画もまたモデル1によってなされたものと想定する。そして、ゾーンの適地度、需要、容積率、

注1)　整数計画の解法については、Garfinkel & Nemhauser（1972）が詳しい。なお、本研究4.3，5.4，7.4，7.5，8.3において整数計画を適用しその解法についてふれている。

使用可能面積も既存の土地利用計画において既知であったものとする。

つぎに、既存の土地利用計画の若干の修正を行なう。その理由は、既存の計画がモデルⅠによってなされたものならば、ＬＰの解の性質によって、$X_i^{(k)} \fallingdotseq 0$ なる解は、多くとも（Ｎ＋３）個以上あってはならないからである。既存の計画は実際にモデルⅠでなされたものではないので、この条件を必ずしも満足するとはかぎらない。この場合には、$X_i^{(k)}$ の微小なものを近似的に０にして、そのゾーンの代替的な用途を増加されることによって、$X_i^{(k)} \fallingdotseq 0$ なる解が（Ｎ＋３）以下になるようにする。すなわち、既存の計画における各ゾーンの利用率をモデルⅠの最適解とみなし、その解における $X_i^{(k)} \fallingdotseq 0$ なる変数の数が（Ｎ＋３）以下になるように修正することができることが、以下の展開の前提条件である。

以上の前提のもとで、まず、モデルⅠの第２式にスラック変数 u_i を導入して次式のように（2.4.2）式を書きなおす。

$$\max Z = \sum_{k=1}^{3} \sum_{i=1}^{n} P^{(k)} \; r_i^{(k)} \; X_i^{(k)}$$

subject to

$$\sum_k X_i^{(k)} + u_i = 1 \quad (i = 1, \cdots\cdots, N) \tag{2.5.4}$$

$$\sum_i C_i^{(k)} S_i X_i^{(k)} = D^{(k)} \quad (k = 1, 2, 3)$$

（2.5.4）式において導入された u_i をも変数と考えたとき、（2.4.4）式の０でない解はちようど制約条件の数（Ｎ＋３）に一致する。

一方、既存の計画においてｋ種利用形態の利用率がゼロでないゾーンｉに対応する変数を $X_i^{(k)}$, ゼロであるそれを $\hat{X}_i^{(k)}$ ，また、$X_i^{(k)}$ の数を M_k とすれば、$\hat{X}_i^{(k)}$ の数は（$N - M_k$）個である。したがって、まず、既存の計画が（2.5.4）の解であるためにはＮ個のスラックの変数のうち、ゼロでない数 M_u は（$N + 3 - M_1 - M_2 - M_3$）でなければならない。

以上の事実を慮みて，（2.5.4）式を一般的なＬＰの形式に書きなおす。すなわち，（Ｎ＋３）次元 のよび（$4N - (M_1 + M_2 + M_3 + M_u)$）次元の縦ベクトル X_1 および X_2 をつぎのように定義する。

$$X_1 = \left\{ X_i^{(k)} \;,\; u_i \right\}$$

$$X_2 = \left\{ \hat{X}_i^{(k)} \;,\; \hat{u}_i \right\} \tag{2.4.5}$$

また、これに対応する目的関数の係数ベクトルを C_1 ，C_2 ，制約条件の両辺を A_1 ，A_2 ，ｂとして表わせば、（2.5.4）式はつぎのように表示することができる。

$$\left.\begin{array}{l} \max Z = C_1{}' X_1 + C_2{}' X_2 \\ \text{s.t.,} \\ \qquad A_1 X_1 + A_2 X_2 = b \end{array}\right\} \qquad (2.5.6)$$

（2.5.6）式のX_1が最適解であるための必要十分条件は、$A_1{}^{-1}$が存在して次式を満足することである。

$$X_1 = A_1{}^{-1} b \geq 0 \qquad (2.5.7)$$

かつ

$$C_1{}' - C_2{}' A_1{}^{-1} A_2 \leq 0 \qquad (2.5.8)$$

したがって、既存の計画における各ゾーンの利用形態ベクトルを$\hat{X}_1$とすれば，$\hat{X}_1$が（2.5.6）式の最解であるためには，$\hat{X}_1$が（2.5.7）および（2.5.8）式を満足しなければならない。（2.5.7）式は自動的に満足しているので問題は（2.5.8）式である。

（2.5.8）式におけるベクトルC_1およびC_2を要素表示すれば、つぎのようになる。

$$C_2 = \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{c} P^{(1)} \; r_{i1}^{(1)} \\ \vdots \\ P^{(1)} \; r_{N-M}^{(1)} \end{array}\right\} (N-M_1)\text{個} \\ \hline \left.\begin{array}{c} P^{(2)} \; r_{i2}^{(2)} \\ \vdots \\ P^{(2)} \; r_{N-M}^{(2)} \end{array}\right\} (N-M_2)\text{個} \\ \hline \left.\begin{array}{c} P^{(3)} \; r_{i3}^{(3)} \\ \vdots \\ P^{(3)} \; r_{N-M}^{(3)} \end{array}\right\} (N-M_3)\text{個} \\ \hline \left.\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array}\right\} (N-Mu)\text{個} \end{array}\right\} \text{計}(4N-(M_1+M_2+M_3+Mu))\text{個}$$

$$C_1 = \left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} P^{(1)}\ r_{i_1}^{(1)} \\ \vdots \\ P^{(1)}\ r_{M_1}^{(1)} \end{array}\right\} M_1 \text{個} \\ \hline \left.\begin{array}{l} P^{(2)}\ r_{i_2}^{(2)} \\ \vdots \\ P^{(2)}\ r_{iM_2}^{(2)} \end{array}\right\} M_2 \text{個} \\ \hline \left.\begin{array}{l} P^{(3)}\ r_{i_3}^{(3)} \\ \vdots \\ P^{(3)}\ r_{M_3}^{(3)} \end{array}\right\} M_3 \text{個} \\ \hline \left.\begin{array}{l} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array}\right\} Mu \text{個} \end{array}\right\} \text{計}\ (N+3)\ \text{個}$$

したがって、（2.5.8）式を$P^{(1)}$，$P^{(2)}$，$P^{(3)}$，に関して整理すれば、$(N+3)$本の不等式からなる3元連立一次不等式（2.5.9）式のような形式となる。

$$a_{i1}P^{(1)}+a_{i2}P^{(2)}+a_{i3}P^{(3)} \geq 0 \quad (i=1, \cdots, N+3) \qquad (2.5.9)$$

結局、既存の計画が最適であると考えている重みづけ$P^{(k)}$は、（2.5.9）式を満足する値でなければならないことがわかる。しかしながら、$P^{(k)}$は絶対値を求める必要はない。$P^{(1)}>0$として$q^{(k)}=(P^{(k)}/P^{(1)})$の値さえ求まればよい性質をもつので、上式の$P^{(1)}$で両辺除して整理すると、$q^{(k)}$（$k=2, 3$）に関する（$N-(M_1+M_2+M_3+Mu)$）個の不等式を解けばよいことになろう。すなわち、（2.5.9）式は、

$$a_{i2}\ q^{(2)}+a_{i3}\ q^{(3)} \geq -\ a_{i1} \quad (i=1, \cdots, N+3) \qquad (2.5.10)$$

$$q^{(2)},\ \ q^{(3)} \geq 0$$

なる形をとる。（2.5.10）式を満足する$q^{(2)}$，$q^{(3)}$が存在するか否かは、係数a_{ij}による。a_{ij}はモデルⅠのインプットおよび既存の計画の用途指定に依存する。もし、（2.5.10）式を満足する$q^{(2)}$および$q^{(3)}$の範囲が存在すれば、その範囲は、求める既存の計画が暗黙裡に想定しているウエイトにほかならない。もし、（2.5.10）式を満足する$q^{(2)}$および$q^{(3)}$の範囲が存在しない場合には、既存の計画は、本研究でいう意味での斉合性を

もっていないことになる。この場合には、たとえば、最小自乗法によって、$q^{(2)}$および$q^{(3)}$の最近似値を求めることも興味深い。

なお、未知数$q^{(k)}$の数が多くなった場合の、（2.4.10）式を満足する$q^{(k)}$の範囲が存在するか否かの検討は、シンプレックス2段階法のフェイズⅠを適用すれば簡単である。

2.6 結　言

本章は、CBAが依拠する目的関数、すなわち社会的厚生関数について分析を行なった。その得られた結論を要約すると以下のとおりである。

① CBAにおける個人の蒙なる費用や便益は、人々が支払うに値すると考える額、支払い対価で評価される。

② しかし、支払い対価が計算可能であるためには、所得の限界効用が一定であるという仮定を必要とする。

③ この結果、個人の蒙なる費用および便益は、プロジェクトによる効用の増加分を所得の限界効用で除したものに等しい。

④ ①、②、③の考え方は、異時点のプロジェクトの効果に対しても適用でき、個人の時間選好率という概念を必要とする。

⑤ もし、全社会構成員の支払い対価を最大にするという目的関数を設定すれば、プロジェクトの純現価を最大にするという純現価基準が正しい。

⑥ 純現価基準は、パレート最適性を達成するという長所をもっているが、それが、個人の効用の増加分を所得の限界効用MUIで除したものであることからつぎのような欠点を有している。

i）MUI一定であることにより大規模プロジェクトにCBAを使用できない。

ii）現存する所得分配を最適とみなしている。

iii）高所得者の効用の増分をより重要視した基準である。

⑦ 上記効率性基準の欠陥を補うためには、公平性基準の導入を必要とする。しかし、公平性を個々のプロジェクトにおいていかに評価すべきかは現存の政治機構に依存する。

⑧ 公平性基準に関する従来の研究は、価値判断を導入することはせず、むしろ、過去の政府の意思決定から逆に意思決定者が暗黙裡に想定している公平性基準を推定することが主流であり、かつ、今後の研究の大切な分野となるであろう。

⑨ 都市的土地利用計画においても、公平性基準が重要な問題となっており、過去の計画よりその計画が想定していた重みづけを推定することができる。

上記結論に対して、公平性基準の導入は、もはやCBAをいつ脱しているとの批判もあるであろう。しかし、CBAとは、原則として人々の効用の増加分を支払い対価で測定しようとする手法であると広義に定義を行えば、決して公平性基準の問題をおろそかにはで

きない。むしろ、それはＣＢＡの最も素直な発展と考える際必要な１つの道程であろう。

第3章　費用，便益および効用の測定

3・1　概　　説

費用便益分析が"社会的望ましさ"を示す尺度としてのさまざまな欠点を有するにもかかわらず，現実には他の手法と比較して圧倒的によく適用されている。この理由の主要な1つは，費用および便益の測定の可能性にある。

費用および便益の測定の測定方法に関する研究は過去20年間にわたって経済学の主要なテーマであった。そして，今後もそうでありつづけるであろう。注)　したがって，本研究で新たに追加すべき方法論としては，わずかに第6章で述べる特殊な公共財（泊地の静穏度）の便益の測定方法のみである。しかし，本研究のすべてが便益の可能性とその測定方法について言及しかつ，随所にその適用方法について述べている関係上，ここに，費用および便益の測定方法に関して，本研究の立場から整理することを試みる。

さて，本章第1の問題は市場価格と費用便益との関係である。費用および便益とは支払い対価（WTp）の変動分であるから，支払い対価が測定されねばならない。ところが，2.2.2で述べたように限界支払対価（$\triangle u(x)/\lambda$）は，市場価格に等しいという性質をもっていることに着目すれば，市場におけるプロジェクトの影響を分析することにより，費用および便益が測定できることが予想される。本章3.2においては，市場価格を利用した費用および便益の測定方法について言及する。このため，対象とするプロジェクトの効果が微少である場合と，そうではなく価格変化をともなう場合に分けて，前者の場合には，結局のところ，価格に影響を受けた財またはサービスの変分を乗じたものをもって費用および便益とみなしてもよいことを示す（3.2.2参照）。また，後者の場合には，影響を受ける財またはサービスの需要関数を導出し，この需要関数の線積分を計算しなければならないことを示す（3.2.3）。

以上は，対象としているプロジェクトのサービス以外は，市場が存在していることを仮定した。この仮定をはずし，第2章2.2.3で述べた公共財の存在するとき，これらの費用および便益の測定方法について3.2.4で述べる。

本章第2の問題は，3.3でとりあつかう費用および便益の帰属形態である。この帰属形態分析は2つの役割をもっている。第1は，公平性基準を導入したとき社会構成員の誰が便益の享受者であるのか，あるいは費用の負担者であるのかということを知る必要があることによる。第2は，たとえ効率性基準にもとづいて費用および便益の最終的帰属自身は知る必要がなくても，集計された費用または便益を測定するために必要な情報でもある。本研究では，以上の2つの観点から，交通施設整備を例にとってその費用および便益の帰属形態を分析する。この分析の結論を述べれば，以下のように要約することができるであろう。

注)　Prest and Turvey (1966), Currie, Murphy and Schmitz (1971), Mishan (1974), Dorfman (1965), 経企庁経済研究所（1969）

便益費用の帰属は，つぎの２つの形態に帰属される。

① 物価の下降（上昇）に伴なう消費者余剰の増大（減少）

② 要素価格（賃金，地代，施設レントなど）の上昇（下降）にともなう余剰の増大（減少）

そして，(1)および(2)の現象は，それぞれ，財および生産要素の需要，供給曲線の弾力性に応じて異なる。とくに，財の需要曲線および土地以外の第１次生産要素の価格弾力性が無限大である場合には，便益費用はすべて地代（または地価）の上昇（下降）となる。また，価格弾力性ゼロである場合には，要素価格および財の価格は減少（上昇）し，消費者余剰が増大（減少）する。

本章第３の問題は，3.4に述べる所得の限界効用の測定法に関するものである。

効率性基準に従えば，2.3および2.4に述べた，個人個人の蒙むる年々の便益および費用を単純に合計して社会的割引率で現在価値を計算し，この最大なるプロジェクトを採用することになる。しかし，第２章で詳述したように効率性基準は，多くの好ましくない性質をもっている。このため，公平性基準が導入されねばならない。この公平性基準と１つの典型的な形態は，社会構成員の誰もが同一の効用関数をもっているものと仮定し，個人の効用の単純化，すなわち

$$SW = \sum_{i=1}^{I} u_i \qquad (3.1.1)$$

なる形式である。この社会的厚生関数を最大にするプロジェクトを発見するためには，単に費用および便益の帰属を知るだけでは不十分である。費用および便益は，効用の増（減）分を所得の限界効果で除した支払い対価（ＷＴＰ）であるので，費用および便益を効用になおすには，個人の所得の限界効用 λ_i を測定する必要がある。もしも，λ_i の測定が可能であったならば，3.2〜3.3において述べた方法によって個 λ_i の純便益各 $\triangle NB_i$ を測定し，これに λ_i を乗じたものが効用の増分として計算されることになる。すなわち，たとえば，（3.1.2）式のＳＷを知るには，

$$SW = \sum_{i}^{I} \triangle u_i = \sum_{i}^{I} \lambda_i \triangle NB \qquad (3.1.2)$$

としてＳＷの値を知ることができる。ここに，所得の限界効用の測定の可能性が検討されねばならない。この分野の研究もまた未発達の分野である。しかし，約２０年前から始められた研究の成果を整理しておくことは，土木計画ではいまだ適用されていないが，今後の重要な発展の基礎を与えるものであると考えられる。

３・２　費用および便益の測定

３・２・１　完全競争場における均衡条件 注)

前章で定義した便益および費用を測定するには支払い対価を測定せねばならない。この測定にあたって，重要な性質は市場価格との関係である。このため，まず，完全競争場に

注）完全競争の定義均衡条件についての詳細は，通常の数理経理学の教科書に記してある。たとえば，Henderson and Quandt (1958) あるいは今井他（1971）参照。

おける均衡条件を述べる。

社会がⅠ人の消費者，N 人の生産者，R種の第１次生産要素（労働，土地，その他の資産など），J種の生産物からなっているものとする。第i番目の消費者が当初に所有するj番目の第１次生産要素の所与の量を y^{o}_{ij},生産者に供給する量を y^{*}_{ij}，また，彼の消費する第j番目の生産物の量を X^{*}_{ij}，とすれば彼の効用関数は次式で示される。

$$ui = ui\,(X^{*}_{i1}\cdots;\ X^{*}_{iJ},\ y^{o}_{i1}-y^{*}_{i1}\cdots;\ y^{o}_{iR}-y^{*}_{iR})$$

完全競争場では，消費者は，所与の価格，P_j（$j=1,\cdots;J$），$\mathscr{g}_r$（$r=1,\cdots;R$）のもとでそれぞれ生産物を購入し，第１次生産物を販売する。したがって，消費者均衡においては，次のことも成立する。

1）すべての消費者にとって，任意の生産財の限界的支払い対価は市場価格に等しい。

すなわち

$$\frac{\partial ui}{\partial X^{*}_{ij}}/\lambda i = P_j \qquad \binom{j=1,\cdots;J}{i=1,\cdots;I} \tag{3.2.1}$$

2）すべての消費者にとって，任意の第１次生産要素の限界価値（$(\partial Ui/\partial y_{ir})/\lambda i$）は市場価格に等しい。

$$-\frac{\partial ui}{\partial y^{*}_{ir}}/\lambda i = \mathscr{g}r \qquad \binom{r=1,\cdots;R}{i=1,\cdots;I} \tag{3.2.2.}$$

この（3.2.1）および（3.2.2）式は，財jおよび要素rに対する個々人の限界支払い対価（左辺）が，市場価格に等しいことを示している。

3・2・2　効果が微小な場合の費用および便益の測定

あるプロジェクトの効果が微小である場合，生産財および第１次生産要素の価格は変化しないものと考えられる。そこで，完全競争下で成立している均衡価格を利用して，費用および便益の測定が可能となる。

対象とするプロジェクトによる効果は，それぞれ生産財 $\triangle Xij$，第１次生産要素を $\triangle y_{ir}$ だけ変化させるものとしてる。注）　このとき，（3.2.1）および（3.2.2）式より，

$$\triangle WTP = \sum_i \frac{\triangle ui}{\lambda i} \doteqdot \sum_i\sum_j\left(\frac{1}{\lambda i}\frac{\partial ui}{\partial X^{*}_{ij}}\triangle X^{*}_{ij} - \frac{1}{\lambda_i}\frac{\partial ui}{\partial y^{*}_{ir}}\triangle y^{*}_{ir}\right)$$

$$= \sum_i P_j \sum_{i=1}^{I}\triangle X^{*}_{ij} - \sum_r \mathscr{g}_r \sum_{i=1}^{I}\triangle y^{*}_{ir}$$

$$= \sum_j P_j\,\triangle X_j - \sum_r \mathscr{g}_r \triangle y_r \tag{3.2.6}$$

ただし，$\triangle X_j = \Sigma\triangle X_{ij}$，$\triangle y_r = \Sigma y_{ir}$

注）　これはプロジェクトによって減するものはマイナス，増加させるものはプラスとする。

となる。

$\triangle X_j$ および $\triangle y_r$ のうちマイナスのものを $\triangle X'$, $\triangle y'$ とすれば,

$$\triangle WTP = \left(\sum_j P_j \triangle X_j + \sum_r q_r \triangle y_r\right) - \left(\sum_j P_j \triangle X_j' + \sum_r q_r \triangle y_r'\right) \qquad (3.2.7)$$

となる。 定義に従い，第１項が求める社会的便益，第２項が社会的費用を示している。

通常，公共土木施設の建設に必要とする資材 および サービスは，既存の市場で取引される 量 に対して微少であるから建設費用あるいは付帯費用(associated cost) は上式のように支払い対価が市場価格にその使用量を乗じてもよいことになる。

３・２・３ 価格変化をともなう効果の費用および便益の測定

プロジェクトの効果がある財またはサービスの市場価格を変化させるほど大きい場合には，生産財の需要関数および第１次生産要素の供給関数の導出を必要とする。第 j 番目の生産財に対する需要関数は形式的には，それぞれ市場均衡式 (3.2.1),

$$P_j = P_j(X_1, \cdots, X_J, Y) \qquad (3.2.8)$$

ここに

$$X_j = \sum_{i=1}^{I} X^*_{ij} + \sum_{n=1}^{N} X_{nj}$$

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_I \end{pmatrix}$$ ，ここに Y_i は i 番目の個人の所得であって

$$Y_i = \sum_{r=1}^{R} q_r y^*_{ir}$$

また，第 r 番目の第１次生産要素の供給関数は，(3.2.2) 式より

$$q_r = q_r(X_1, \cdots, X_J, y^*_1, \cdots, y^*_R) \qquad (3.2.9)$$

ここに $y^*_r = \sum_{i=1}^{I} y^*_{ir}$

いま，プロジェクトの効果が市場均衡価格を変化させるほど大きい財およびサービスがそれぞれ j, j′ および r, r′ の２つづつあるものとする。すなわち，プロジェクトがなかった状態の均衡状態を X および Y，プロジェクトの効果として $\triangle X$ および $\triangle Y$ とする。ここに，$X = (X_j, X_{j'})$　$Y = (y_r, y_{r'})$ とする。このとき，(2.2.7) 式より，線積分

$$\triangle WTP = \int_{\binom{X}{Y} \to \binom{X+\triangle X}{Y+\triangle X}} (P, Q) \begin{pmatrix} dX \\ dY \end{pmatrix} \qquad (3.2.10)$$

として計算される。[注)]

注) ただし，P，Qが調和関数であるときのみ (3.2.10) 式は積分経路に依存しない。したがつて，P，Qをそのように特定化する必要がある。

3・2・4　環境悪化の社会的費用 注)

(1) 環境悪化の影響分析

本節の目的は，環境悪化による人々の支払い対価の減少分の測定方法を分析することにある。注)　しかし，支払い対価は環境悪化が人々の生産，消費生活におよぼす影響によって異なる。したがって，まず，環境悪化の影響を分析する必要がある。

環境要素の例として大気汚染をとりあげ，その影響を波及過程からみたとき，つぎの3段階に分かれる。すなわち，

① 直接効果
② 個人的調整過程
③ 社会的調整過程

(1) 直接効果

第1の直接効果とは，大気汚染によって直接に発生する被害である。たとえば，ペンキがはげる，のどが痛む，木の葉が枯れる，ある年令の人々の死亡率が高まる，といったことである。この効果は被害を蒙る人々が，大気汚染がなかった場合と同様の活動をしていると仮定したとき，発生する被害である。

(2) 個人的調整過程

第2の個人的調整過程とは，直接効果を蒙った個人が，その被害を減少させるために何らかの行動をとる過程である。たとえば，大気汚染によって気管支炎になった人が，その土地を離れて他の土地に移住すること，あるいははげたペンキを塗りかえることなどである。

(3) 社会的調整過程

第3の社会的調整過程とは，個人的調整が他の人々に及ぼす影響である。たとえば，ある地域において野菜の供給業者が倒産すれば，その地域の野菜の値段が高くなる。あるいは，大気汚染による余分の支出が，当該地域の地価を下落させると同時に，大気汚染のない地域の地価を上昇させることなどである。このような社会的調整過程は，経済的観点からみれば，市場における人々の行動の変化による価格の変化である。この変化は，通常，直接効果あるいは個人的調整によって発生した費用増大効果の移転（あるいは，この効果が価格に反映したもの）とみなせる。したがって，社会的調整過程での影響の大部分は，直接効果や個人的調整過程での影響の移転した結果であって，直接効果や個人的調整の影響に新たに加わる費用あるいは便益ではないことに注意する必要がある。

(2) 社会的費用の計測方法の分類

社会的費用を計測するには，ある特定の環境要素の変化を抽出する作業と，抽出された影響を貨幣タームに変換するという2つの作業の組合せを必要とする。この2つの作業を

注)　環境の費用便益分析に関するサーベイとしては，OECD（1972，1974，1975），Mäler (1974)，Fisher and Peterson (1976)，森杉（1976），森杉・岡本（1977）。大気，騒音および水質に関するCBAの文献目録としては，それぞれBarret and Waddell (1973)，USEPA (1971)，Unger and Jordening (1974) がある。

分類し，それぞれの既往調査例ならびに長短所をまとめるというと表ー3.2.1のように示すことができる。

(a) 影響抽出方法の分類

従来の社会的費用の計測方法を分類すれば，表ー3.2.1の最左欄に示すように，(1)地域比較法，(2)アンケート方式および(3)統計的分析の3つに分かれる。

第1の地域比較法とは，環境悪化の対象地域とよく似た環境のよい地域（controlled area）を選定し，両地域における評価値の差をもって社会的費用とする方式である。

第2のアンケート法とは，主として環境悪化の被害者と思われる人々の主観による評価値を，直接に尋ねる方式である。

第3の統計分析とは，多くの環境悪化の異なる地域における適当な指標をデータとしてて，これと環境悪化レベルとを統計的に結合する方式である。

表ー3.2.1 計測方法の分類とその特徴

影響抽出法＼費用の測定法	個人的調整過程		社会的調整過程		影響抽出法の長短所
	個別支出法	需要行動分析	地価分析	余剰分析	
地域比較法	大気ー家計支出 騒音ー防音費用 水質ー浄化費用	なし	大気 騒音 住宅価値 水質	なし	o 対象地域と似たかつ環境のよい比較地域を探すことが困難
アンケート方式	大気 家計，企業，公共 騒音 体の費用増 水質	なし	同上	騒音ー住民の余剰分析	o アンケート対象者の知識不足の恐れ o アンケート解答者の意識的偏向の恐れ
統計分析	同上	水質ーレクレーション価値（潜在需要）	同上	なし	o データ不足 o 調査費がかさむ
費用測定法の長短所	o 具体的 o 過少評価 o 2重計算 o 計算価格の計算推定	o 需要供給曲線の推定 o 特殊財にのみ適用可能	o 理論的不正確 o データ不足 o 影響抽出が困難 o 過剰解釈	o 理論的正確 o 影響抽出が困難	

地域比較法が困難な理由は，対象地域とよく似て，かつ環境が良いといった，都合のよい地域が存在しないことにある 注)。

アンケート方式は住民のアンケートであるから，信頼性に乏しい。とくにアンケート

注) 日本では大阪市（1966）および札幌市（1941）では，大気汚染の家計支出額に与える影響を分析するに用いられている。

対象者が無知である場合には，著しく信頼性が落ちる。しかし，調査結果と環境指数との統計的分析を行なうことによって環境アセスメントに適用することができる。注1)

統計分析は最も望ましいが，現状ではデータ不足であり，調査費がかさむ 。注2)

(b) 社会的費用の測定方法の分類

従来の社会的費用の測定方法を分類すれば，表－3.2.1の最上欄に示すように大別して，個人的調整過程に着目した方法と社会的調整過程に着目した方法とに分類され，さらに，前者は，個別支出法と需要行動分析に分れ，後者は，地価分析と余剰分析とに分れる。

第1の個別支出計測方法は，個人的調整過程において個人がとる行動に必要な追加的費用を，行動別に積み上げた支出額をもって社会的費用とする計測方法である。

個人がとる行動に必要な追加的な財またはサービスは，経済的観点から2つに分類される。その第1は，当該財の市場がほぼ完全であり，市場価格が存在する通常の財である。これに対して，医療サービス，生命などの財の市場は不完全であるかまたは全く存在しない。前者の財が必要な行動においては，市場価格が使用され，後者の財が必要な行動においては，いわゆる計算価格(accounting priceまたはshadow price)が用いられる。

第2の需要行動分析は，個人的調整過程において個人がとる行動の結果，変動する費用ではなく消費者余剰の変動分をもって社会的費用とする測定方法である。ある特定財の消費者余剰を知るためには，需要曲線を知る必要があるのでこれは，特殊財に対してのみ適用される。第3の不動産価値による計測方法は，つぎのような考え方に従った計測方法である。すなわち，もしも不動産市場が完全競争市場であれば，1単位の不動産価値は，その不動産を最も効率よく利用する活動によって得られる便益から，土地以外の費用を差し引いた値の，時間的流れを割り引いた現在価値に等しい。したがって，もし環境悪化による費用(便益)が増加(減少)すれば，人々のこれらの変化に対する評価を反映して，その不動産価値は下落する。本計測方法は，この不動産価値の変化分をもって環境悪化の社会的費用とする方法である。

第4の余剰分析とは，第2の需要行動分析と同様，消費者余剰の変動分を測定しようとする。しかし，本方法は，価格変化をともなう社会的調整過程を対象とする点で第2需要者行動分析の方法とは異なる。他方，第3の地価分析とは，余剰の変化分も考慮して地価の変化は必ずしも余剰変化に一致しない点も指摘する点で異なる。

(3) 個別支出法

本方法は，個人的調整過程に着目する。たとえば，大気汚染がひどくなると，シャツのよごれがひどくなる。このとき，個人がシャツのよごれをそのまま放ゅておくならば，これは直接効果である。しかし，通常は個人のシャツのよごれがひどくなると，洗濯回数をふやして，汚染がなかったときと同程度の満足を保とうとする。この行動には，支出増加が伴うが，洗濯回数の増加によって，シャツをきれいにするということに対する個人の支

注1) 日本では大阪市(1974)で大気，東京都(1975)で騒音，水質の影響分析に用いられている。

注2) 日本では東京都(1975)，日本情報開発協会(1974)があり，外国では多くの調査がなされている。

払い対価は，少なくとも増加した支出額よりも大きいとみなせる。したがって，個人的調整過程においてとられた行動に対する個人の支払い対価の**最低値**は，実際に支出された額の増加分になる。

以上の説明を数式で表現すれば，公共財の支払い対価の定義式（2.2.10′）より，個人の支払い対価は次式で与えられている。

$$\triangle WTP = \int_{Z \to Z+\triangle Z} \delta(X, Z, Y)\, dX \qquad (3.2.11)$$

さて，汚染がなかったときと同一の効用レベルを保つわけであるから

$$0 = \nabla_X u\, dx + \nabla_Z u\, dx \qquad (3.2.12)$$

ところが（2.2.2′）式で示される最適条件および（3.2.12）式より

$$\triangle WTP = \int_{Z \to Z+\triangle Z} \delta(X, Z, Y)\, dZ = \int_{Z \to Z+\triangle Z} (\nabla_X u / \lambda)\, dZ$$

$$= -\int_{X(Z) \to X(Z+\triangle Z)} (\nabla_X u / \lambda)\, dX = \int_{a \to X(Z)} P(X, Z, Y)\, dX - \int_{a \to X(Z+\triangle Z)} P(X, Z+\triangle Z, Y)\, dX$$

$$(3.2.13)$$

ここに，X（Z）は環境状態がZであるときの私的財の購入量を示し，a は任意の定点である。

ここで，P(X, Z, Y) ≦ P(X, Z + △Z, Y) なる仮定をおき，かつ X（Z +△Z）を X+△X と書きかえれば，（3.2.13）式は

$$\triangle WTP \leqq -\int_{X \to X+\triangle X} P(X, Z, Y)\, dX \leqq -P \triangle X \qquad (3.2.14)$$

（3.2.14）式は，環境悪化によって発生した追加的費用が正確に計算できれば，この個別支出額をもって，社会的費用とみなしてよいことを示している。しかし，△Xを測定することは容易でなく，表－3.2.1に示したような問題が発生する。この理由を以下に述べる

① 過少評価……（3.2.14）式の△Xはベクトルであるので，実際の調査にあたっては，いかなる私的財が環境悪化のために増加したかを決定せねばならない。このとき，洗濯サービスの増加，あるいは，ペンキの塗りかえ回数の増加といった私的財の質 r を維持するために必要とする費用だけでは，あきらかに過少評価になる。ある人々は，このような私的財の質 r の維持だけでは満足せず，環境悪化がなかった場合と比較してレクレーション活動が増加するかも知れない。このような心理的費用とよんでよいであろう支出が存在する。実際，大阪市の昭和49年度の調査では，私的財の質を維持する支出が全費用の10％に対して，レクレーション費用は65％にも及んでいる。注）

注）　大阪市（1974）p.98

こうして，個別支出法は過少評価の恐れをもっている。

② 2重計算のおそれ……3.3で述べるように，費用，便益の計算にあたっては，集計された支払い対価（ＷＴＰ）のみに焦点をあてた計測方法と，その帰属先を集計する方法とがある。したがって，両者を同時に併用して加算すると2重計算となる。特に土地，水資源，労働などの稀少な第1次生産要素の価格上昇分の取扱いが問題となる。すなわち，所得均衡式 $PX=Y$ を全微分すれば

$$P\,dX + X\,dP = 0 \qquad (3.2.15)$$

であるから，$P\,dX = -X\,dP$ を（3.2.13）式に代入して簡単な計算を行えば

$$\Delta WTP = -\left[\int_{a \to P(X)} X(Z)\,dP - \int_{a \to P(X+\Delta X)} X(Z+\Delta Z)\,dP\right] \qquad (3.2.16)$$

式となる。（3.2.16）式は，費用および便益の帰属を示すものであるから，（3.2.13）式に加算してはならず，（3.2.13）式または（3.2.16）式のいずれかにもとづいて計算されねばならない。

(3) 計算価格の推定の必要性

被害を蒙るものの中には，市場がなく，その価格がないか，または不完全なものもある。価格のない典型的な例は生命である。大気汚染によって死亡率が高まるとすれば，生命の価値が測定されねばならない。また，市場が不完全な典型例は医療費である。この解決法は，市場価格の代わりに計算価格を用いることである。計算価格は，不完全な市場が完全であるとしたときに成立する均衡価格である。均衡価格は完全競争市場では限界費用に等しい，という法則があるので，医療費の場合には，結局，市場価格によって計測可能である。生命のように市場がない場合には経済的にみて，生命と類似の機能をもち，かつ市場が存在する財におきかえてしまう。すなわち，生命は労働力であるという図式を設定して，労働力の価値を計算する方法が採用されている。これはきわめて重大な欠陥であるが，現在まではこの方法によっている。注1)

(4) 需要行動分析

個別支出法が近似式（3.2.14）式に基づいて計算するのに対して，本方法は（3.2.13）式を正確に計算しようとする。（3.2.13）式を計算するためには，環境悪化がない場合の需要曲線 $P(X, Z, Y)$ および環境悪化となった場合の需要曲線 $P(X, Z+\Delta Z, Y)$ を求めねばならない。このようにある私的財の需要曲線を環境状態の関数として表現する方法は，Stevens によって提案され，Mäler によって理論化された通用例として，水質のレクレーション価値に与える影響分析がある。注2) 以下にその考え方を

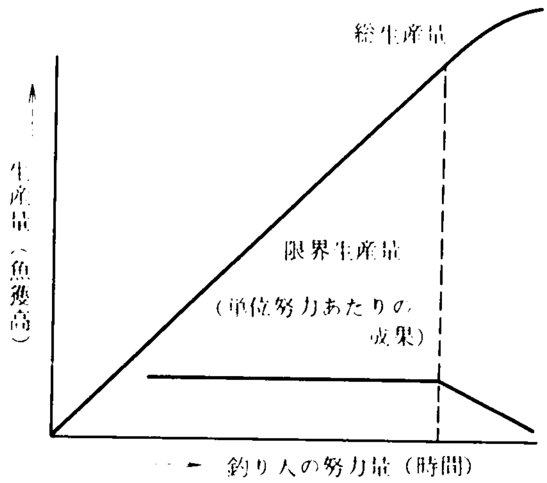
注1）大気汚染の健康におよぼす影響の経済的評価をした例としては，Ridker (1967)，Lave (1972)，Larsen (1970)，Program Analsis Unit (1971)，Lave and Seskin (1970, 1971) があり，騒音については USEPA (1971) などがある。

注2）Stevens (1966)，Mäler (1974)，OECD (1974) P p.223−252

説明する。

(a) 生物学的生産関数

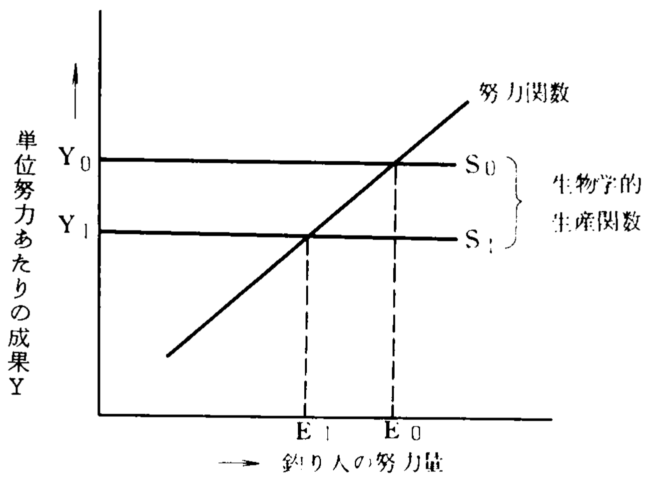
Stevens は，水質改善のレクレーション価値を計測するために，生物学的生産関数（biological production function 又は biological success function）という概念を導入した。生物学的関数とは，図－3.2.1 に示すように，水質をパラメータとして，レクレーション客の努力とその成果量との間の一定の関数関係をいう。図では，2種類の生産関数が表現されている。第1は縦軸に成果量をとったものであり，第2は限界成果量をとったものである。



図－3.2.1 釣りの生物学的生産関数

(b) 努力関数（需要関数）

つぎに Stevens は努力関数（behavional"success—effort"function）なる概念を導入する。これは図－3.2.2 に示すように期待限界成果量とレクレーション客の努力量との関数関係を示すものであって，つぎのようなことを意味する。すなわち，ある地域の1単位の努力あたりの成果量が与えられたとき，レクレーション客は，どれほどの努力をはらうであろうかという関数関係を示すものである。



図－3.2.2 釣りの努力関数と水質変化の影響

したがって，ある地域の生物学的生産関数によって，限界成果量が与えられると，実際に実現する成果量と努力量は，図3.2.2に示す両関数の交点として求まる。もし水質が悪くなると，生物学的生産関数が下方に移動し，努力量がE_0からE_1にかわる。

さて，この努力関数の横軸である努力量Qを決定する要因としてStevensは図−3.2.2の縦軸である限界成果量Yの他にパラメータとして，つぎの2つを挙げている。

P；1日あたりの費用（transfer costs per angler day）

I；釣り人の所得（income of angler）

以上のことから，この努力関数は需要関数の概念にほとんど等しいことがわかる。すなわち，努力関数は，

$$Y = f(Q;P,I) \qquad (3.2.17)$$

のように，Yを従属変数とし，Qを独立変数，PとIをパラメータとしている。

これに対して，需要関数とは，

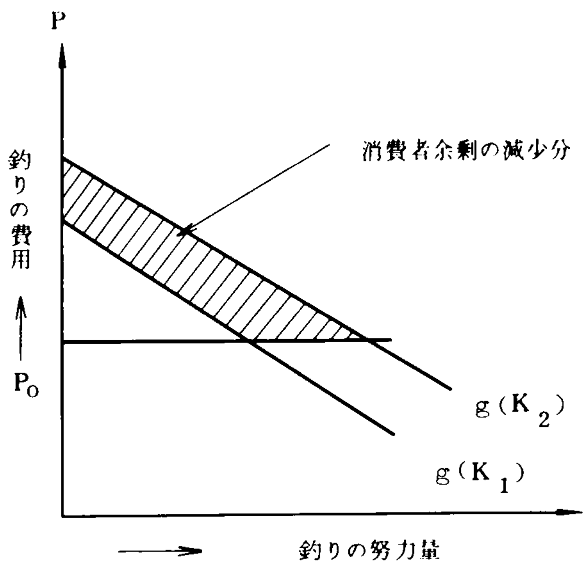
$$Q = F(P;I,Y) \qquad (3.2.18)$$

なるように，Qを従属変数，Pを独立変数，IおよびYをパラメータとしたものにほかならない。

(c) 社会的費用の計算

需要関数において水質の悪化は，図−3.2.2でE_0に対応する限界成果量Y_0からE_1に対応する限界成果量Y_1への変化として与えられる。この結果，需要関数式は下方に移動することになる。

定義に従って，社会的費用は支払い対価（WTP）の減少分であるから，1日あたりの費用P_0が与えられたとき，消費者余剰の減少分として，図−3.2.3の斜線の面積が与えられる。注1)



図−3.2.3　需要関数から求めた社会的費用

注）　社会的費用（便益）の計算法についてStevens の議論には混乱がみられる。後にBurt（1969）がこれを訂正している。

(5) 地価分析 注1)

(a) 理論的根拠および適用限界

3.2.4(1)の社会的調整過程の項で述べたように，環境悪化によって新たに発生する純費用増減があるとき，かりに2重計算がないものとすれば，一般に，個人的調整過程での測測定は過少評価となる。したがって，理論的には社会的調整過程の段階での測定の方が望望ましい。

ところで，環境悪化に関する主要な効果を反映すると思われる市場がある。それは土地または不動産市場である。もし，土地市場が完全競争市場であれば，1単位の土地の価格は，その土地を最も効率よく利用する活動によって得られる便益から，土地以外の費用を差引いた値の，時間的流れを割り引いた現在価値に等しい。したがって，環境悪化によって費用が増加すれば（たとえば，洗濯代が増加すれば），あるいは便益が減少すれば（たとえば，ある土地においてテラスから山景が見えなくなれば），それに係る不動産の価値は，人々のこれらの変化に対する評価を反映して割引かれる。環境悪化が立地条件に特有なものであり，通常，立地条件は固定しているものとみなせるので，大気汚染の効果が土地以外の市場に移転することは稀である。したがって，資産価値の変化を測定することによって，汚染の社会的費用を測定することは，その定義からそれほど乖離しないものと思われる。

この希望的意見に対して，まず，不動産価値の変化が，すべての環境悪化の社会的費用を反映するかという問題から考察する。注2)

解答は反映しないということになる。その第1の理由は，心理的費用を含む移住費用の存在である。特に，既存の住宅地域に環境悪化が生じた場合に，ある人々は移住しようとするであろう。どのようなメカニズムによって地価が決定されるとしても，移住した人々には明らかに移住費用がかかる。この移住費用は，不動産価値の変化分とは別個に測定されねばならない。

第2の理由は，消費者余剰の存在である。たとえば，ある同質の立地条件をもつ土地市場に着目する。この土地の需要者は，均衡価格よりも高い支払い対価をもっていると考えられる。この支払い対価から均衡価格を差し引いたものが消費者余剰である。特に，ある地域の環境悪化の結果，移住した人々の消費者余剰の減少分も，また，社会的費用として計算されねばならない。注3)

第3の理由は，環境が悪化しても移住しない人の，耐苦コストの存在である。不動産市場価格の変化は，この耐苦コストを反映して決まるものではあるが，居住している人

注1) 本方法は大気，水質，騒音のそれぞれについて海外の諸国で使用されているが日本では例が見当らない。

注2) 詳しくは3.3参照

注3) ただし，移住費がゼロであり，かつ全く同質の土地は存在せず，すべての土地は立地条件を異にすると仮定したときには、消費者余剰はゼロになるのでこの問題は解決する。

の耐苦コストが価格減少分になるという保証はない。

以上の3つの理論的問題に加えて，現実に不動産価格変化を測定するにあたって，さらにつぎのような問題がある。

第1に，土地市場は完全競争市場ではない。

第2に，いかなる地点のいかなる時点の価格についても，それが均衡しているという保証はない。

第3に，統計的仮説モデルの設定は，きわめて恣意的なものになりやすい。

第4に，大気汚染の影響は，その土地の上で活動される土地利用形態ごとに異なる。このため，適当に土地利用を分類し，この異なる土地利用ごとに測定せねばならない。

以上のような問題があるにもかかわらず，ここに不動産価値による計測方法を述べるのは，正確な支払い対価の変動を測定するに際して，それが必要な情報であるからである。

(ロ) 計測方法

環境悪化の不動産価格におよぼす影響を分析する方法も，また，個別支出法と同様に地域比較法，質問紙，面接法，統計分析の3つに分類できる。

地域比較法および質問紙・面接法については，個別支出計測において述べたとおりである。統計分析に関して，従来の調査で使用された方法は，環境指標を含む多くの要因を外生変数とし，不動産のクロスセクション・データを内生変数とする重回帰分析である。この方法には，重共線性などの統計的問題のほかに，地価または不動産価格市場は，このような簡単な1本の回帰式ではシミュレートできないという欠点がある。特に，従来の研究では，環境指標に係る回帰係数を利用して，たとえば，「大気汚染がx ppm減少すれば，住宅価格がy円増加する」などといわれているが，x ppmの大気汚染の減少はこの回帰式の構造を全く変えてしまうかもしれない。したがってこのような結論は，回帰式の「過剰解釈」である。1本の回帰式による地価分析はやはり困難であり，本来，地価や住宅価格と土地利用構造をも決定するシミュレーション・モデルが作成されねばならない。このような本格的な研究は，従来，行なわれておらず，重要な研究課題となっている。

(6) 余剰分析

地価分析の不正確さを是正する方法は，余剰分析である。この典型例は，ロンドン第3空港建設のための費用便益分析の中にみられる。ここでは，騒音の苦痛コストおよび持家住宅の消費者余剰が計測された。その概要を以下に説明する。注）

(a) モデル

騒音被害を蒙っている世帯は，その費用をつぎの3つの形態で負担している。

① もし，当該世帯が騒音地域に居住し続けるならば，騒音レベルに応じた耐苦費用(disbenefit) Nを負担している。

注） Commission on the Third Airport (1971)

② もし，当該世帯が騒音を避けるために移住したならば，彼等は第1に当該地に騒音がなかったとき享受していた消費者余剰S，第2に住宅の不動産価値の減少D，第3に移住費用Rの合計（S＋D＋R）の騒音費用を負担している。

③ もし，当該世帯が空港の建設の有無にかかわらず移住するのであれば，彼等の蒙る被害は，住宅不動産価値の減少Dのみである。

上記の①，②，③のパターンの選択は，各世帯にゆだねられている。まず，①・②間の選択では，Nが（S＋D＋R）より小さいとき①が選択される。すなわち①が選択されるのは次式が成立している場合である。

$$N < S + D + R$$

②の選択は上式の不等式が逆になった場合である。また，③の根拠はつぎのとおりである。当該地に騒音がなくても移住するのであるから，たとえ当該地が静寂であっても，代替地の住宅に対する彼等の支払い対価（WTP）は当該地のそれよりも大きい。しかし，持家の場合，その不動産価値が減少した分，売却価値がDだけ減少しているので，当該移住者はDだけの損失を蒙っている。

(b) 耐苦費用の測定

騒音を耐え忍ぶ苦痛の貨幣換算値は，質問紙・面接法によって測定された。本方式は，人々に対して次のような質問をする。すなわち，「ある一定の騒音がある住宅(A)と，騒音以外の立地条件が全く同一である静寂な住宅(B)とを比較したとき，あなたは，その価格差（$P_B - P_A$）がいくらであれば，騒音がある住宅(A)を購入してもよいと考えますか。」この差額は耐苦費用を示すと考えられる。

(c) 消費者余剰の計測

資産に付与される消費者余剰は，つぎのような質問を回答者に行なう質問紙・面接法によって測定された。すなわち，「デベロッパがあなたに，あなたの住宅を買い取りたいという申し出をしていると考えて下さい。そういう場合，住居を手放し，別の地域に転居するために十分な補償であるとあなたが考える補償額はいくらですか。」

この質問は明らかに，住民の現在の住宅に対する価値S′を尋ねている。したがって消費者余剰は，S′から移住費用Rと市場価格Pを差し引いた値となる。なお，S′を無限大と答えたものについては，市場価格の2倍の値をもってS′としている。

(d) 住宅価格減少の計測

住宅価格の減少については，英国の東南部に関して知識の豊富な200の不動産業者を対象として，つぎのような質問が行なわれた。「第3ロンドン空港の2つの候補地，Heathrow と Gatwick 地方において，騒音レベルが35～40NNI，40～45NNI，45～50NNI，50～55NNIおよび55NNI以上である地域の住宅価格は，35NNI以下の騒音レベルの住宅価格に比較して，それぞれ何％下落すると思うか。」

(e) 移動費用の計測

移住費用の推定方法は不明であるが，概念としては，移住にあたっての実際の支払い

費用と移住苦痛費用を含むものであって，ロスキル報告では，住宅価格の１６％と仮定されている（前掲Report, P.286）。

(f)　世帯構成の予測と社会的費用算定

(a)のモデルにおける３つのパターンの選択比率が予測された。第１に③のカテゴリは４％と推定されている。残り９６％の①および②に対する配分は(a)で述べたようにＮと（Ｓ＋Ｄ＋Ｒ）との比較で決められた。後者の移住者のうち，Ｓが無限大であった者に対して，(c)で述べたようにして修正した割合（修正移動費用）も出されている。

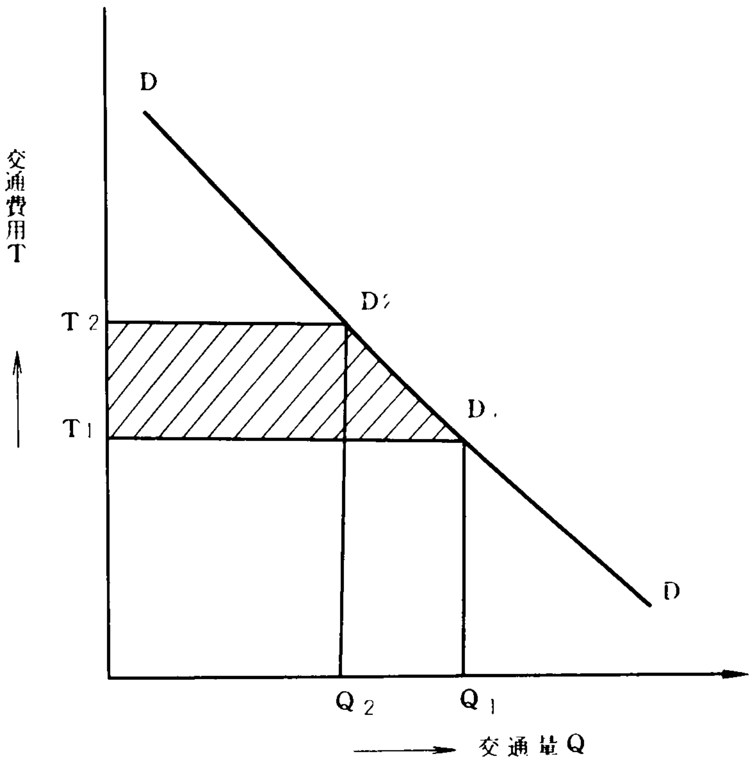
カテゴリ別世帯数がわかると(a)のモデルに従って①，②，③にそれぞれＮ，（Ｓ＋Ｄ＋Ｒ），Ｄを掛け合わせることによって，騒音の社会的費用が計算される。

３・３　費用および便益の帰属

３・３・１　費用・便益の帰属形態

効率性基準にもとづく社会的厚生関数（ＳＷＦ）を想定した費用便益分析（ＣＢＡ）は，２章で述べたように費用および便益が誰に帰属するかという問題は不必要な情報である。必要な情報は，集計された支払い対価（ＷＴＰ）のみである。このため，プロジェクトの提供するサービスのＷＴＰを示す需要曲線に焦点をあてる。たとえば，道路建設（または改良）プロジェクトの利用者便益は，よく知られているようにつぎのようにして測定される。

図－3.3.1は道路交通の需要曲線を示している。曲線ＤＤが交通需要者の限界ＷＴＰを示しているのに対して，T_2 および T_1 は，それぞれ，プロジェクトが実行された場合と実行されなかった場合の道路利用者の平均負担費用を示している。したがって，斜線の面



図－3.3.1　道路利用者便益

積が利用者のＷＴＰから利用者負担費用を差し引いた利用者便益，すなわち，道路サービスの便益を示している。このような便益を測定するためには，交通需要予測が必要でありかつ十分である。

これに対して，公平性基準を導入すると，プロジェクトの費用および便益の最終的な帰属を知る必要が生じる。このとき，プロジェクトの提供するサービスに対する需要分析だけでは不十分となり，需要が発生する背景に分析のメスを入れる必要が生じる。この分析の複雑さは，対象とするプロジェクトのサービスが最終消費財であるか中間財であるかによって異なる。

まず，プロジェクトのサービスが最終消費財である場合は，注1）個々人の需要関数とそのサービスの利用費用がわかれば，上記の道路サービスの便益測定と同様にして享受している便益を測定することができる。注2）

一方，プロジェクトのサービスが中間財である場合には，プロジェクトのサービスに対する需要は，最終消費財の需要供給関係によって決定される。したがって，分析の中心は，プロジェクトのサービスと最終消費財との関係にある。注3）

ところで，プロジェクトサービスの最終財生産者に与える影響は大別して２つに分類できる。第１は，水資源に典型的にみられるように，プロジェクトが直接生産関数に影響を与える場合である。第２は，交通に典型的に示されるように，直接生産関数には影響を与えないが，財を最終消費者に輸送する時間または費用の低減となって効果を与える場合である。しかし，これら２つの効果は通常の交通投資の効果として常に発生するので，以下では，工業港施設を例にとってその費用および便益の帰属を考察することとする。

３・３・２　交通施設整備の費用および便益の帰属

ここでは，数式モデルを利用して便益の帰属を考察する。結論をさきにのべれば，便益はつぎの２つの形態に帰属される。

①　物価の下降にともなう消費者余剰の増大

②　要素価格（賃金，地代，施設レントなど）の上昇による余剰の増大

そして，①および②の分配は，それぞれ，財および第１次生産要素の需要・供給曲線の弾力性に応じて異なる。とくに，財の需要曲線および土地以外の第１次生産要素の供給曲線の価格弾力性が無限大の場合には，便益はすべて地代の上昇として結果する。また，価格弾力性がゼロである場合には，要素価格および財の価格は減少し，消費者余剰が増大す

注1）　たとえば，公園サービス，純粋にドライブだけを楽しむための道路サービス，月面着陸のテレビ中継など。

注2）　しかし，上記の例は，いずれも公共財（public　goods）であるから，個々人の需要関数を知ることは極めて困難である。

注3）　たとえば，水資源（農産物増加），洪水調節（洪水被害低減），交通施設（交通費用または時間の減少）などは，（　）内財生産のための中間財として機能していることとなる。

る。

上記の結論を証明するために，以下に簡単なモデルを想定する。注1)

(1) モデルの仮定

① 図－3.3.2のような直線の海岸線の1点に港湾を建設したとする。

② 対象とする産業は建設された港から原料を輸入し，加工して再び輸出するものとする。

③ この産業は港湾に隣接して半円状に立地するものとする。

④ この産業の従業員の住宅は背後地に半円状に立地するものとする。

⑤ 港湾建設がなかったならば，利用されたであろう土地利用形態は農業であったとする。

⑥ 大気汚染・水質汚濁・騒音などの外部不経済は発生しないものとする。注2)

(2) 簡単な産業立地モデル

1単位の生産を行なうのに必要な労働と土地の投入量は一定であり，これをそれぞれa，bとし，生産量をQとする。企業は完全競争場で生産するものと仮定する。この結果対象とする地域に立地するすべての企業の利用はゼロとなる。故に

$$0 = P - aw - br(x) - tx \qquad (3.3.1)$$

ただし，

P　：生産物と原料の価格差（これを価格と称する）で一定

w　：賃金（一定）

a　：生産1単位あたりに必要な労働量

r(x)：港湾からの距離xの地点の地代

b　：生産1単位あたりの土地投入量

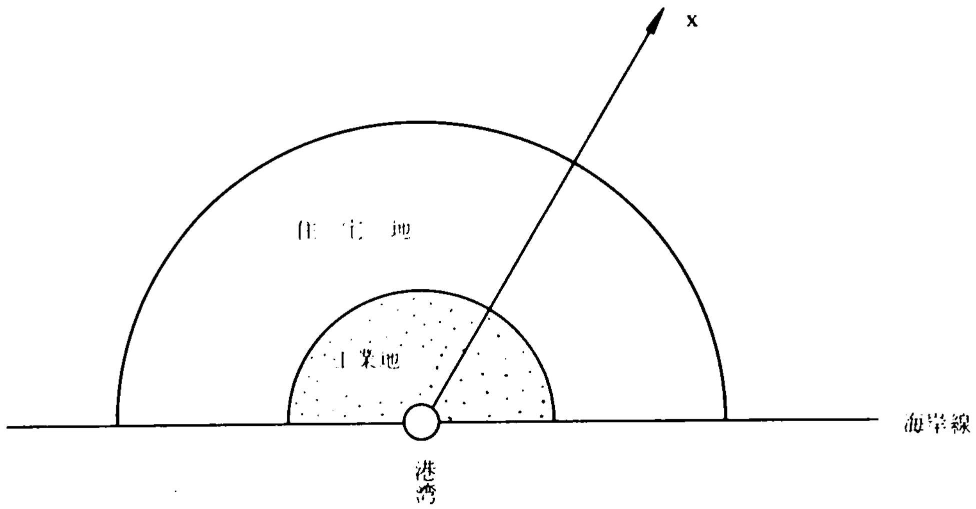
tx：地点xから港湾までの生産1単位に要する輸送費用で距離に比例するものとする。

したがって，産業地代関数 $r_I(x)$ は次式のようになる。（図3.3.3参照）

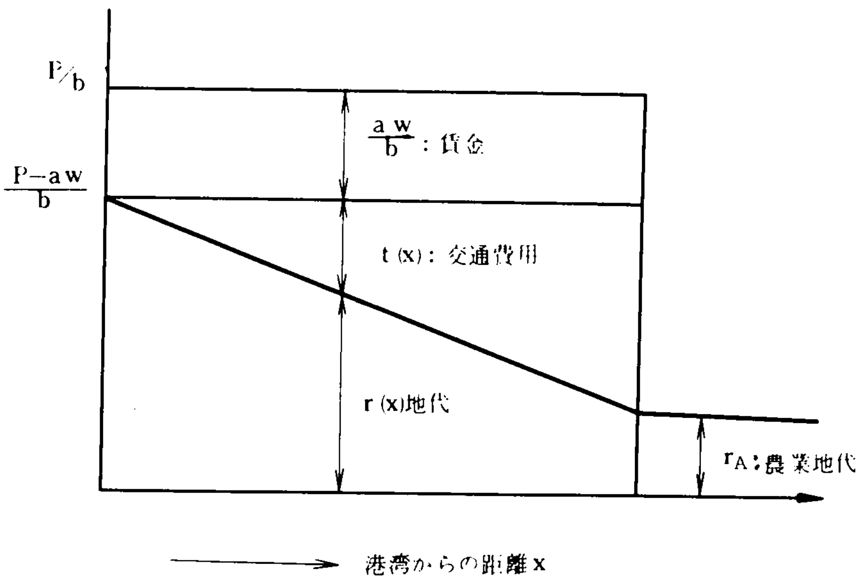
$$r_I(x) = \frac{P - aw - tx}{b}$$

注1) Getz（1975）に負うところが大きい。

注2) この仮定を緩和したモデルについては後述する。



図ー3.3.2　仮想工業都市



図ー3.3.3　工業地の地代関数

(3) 簡単な住宅立地モデル

住宅立地モデルの策定にあたって設けた仮定はつぎのとおりである。

① すべての世帯は同一の効用関数をもっている。

② 購入土地量はすべての世帯で一定であり，これを q とする。

③ すべての世帯は同一の賃金 w を得るものとする。

④ 交通費用は産業立地帯からの交通距離 $x-x^{*}$ に比例して $T(x-x^{*})$ であるものとする。

⑤ 従業世帯数 E は，立地する産業の規模によってのみ決定されるものとする。

以上の仮定のもとで，合理的な世帯は，予算条件下で効用を最大にするべく一般財の量 Z と立地点 x を決定する。すなわち

$$\max_{z,\,x} \quad u(q,\,z) \qquad (3.3.3a)$$

$$s.t \quad z+r(x)q+T(x-x^{*})=w \qquad (3.3.3b)$$

各世帯の効用最大化行動による均衡状態では，いずれの世帯にとってもどの地点に立地しても無差別になるように地代 $r(x)$ が決定される。なぜならば，もしある地点がある世帯にとって他のいずれかの地点より好ましければ，すべての世帯は同一の効用関数と同一の所得をもっているので，すべての世帯にとって好ましい地点となる。その結果，つけ値競争により地代が上昇する。そして，その地点の相対的有利差はなくなるからである。すなわち，均衡状態では，(3.3.3b)式を(3.3.3a)式に代入したときの効用レベルがすべての世帯にとって一定となるから，

$$u(q,\ w-r(x)q-T(x-x^{*}))=\text{一定} \qquad (3.3.4)$$

さらに，q は一定，無差別曲線は z に関して一価関数であるから，結局，均衡状態では地代と交通費の和がどこでも一定であるように地代が決定される。すなわち，

$$r(x)q+T(x-x^{*})=\text{一定} \qquad (3.3.5)$$

(3.3.5)式における一定値は，住宅地の限界値(x^{**}の距離)の条件によって決定される。限界値における地代は農業地代 r_A に等しく，かつ，距離 x^{*} から x^{**} までの空間に全就業者 E が住むので，qE なる面積を必要とする。故に

$$qE=\pi(x^{**2}-x^{*2})$$

$$\therefore x^{**}=\sqrt{\frac{qE}{\pi}-x^{*2}} \qquad (3.3.6)$$

となり，この x^{**} に対して，地代と交通費の合計が等しいという条件より

$$r(x)q+T(x-x^{*})=r_A\,q+T(x^{**}-x^{*})$$

したがって，求める住宅地の地代関数 $r_A(x)$ は

$$r_H(x)=r_A+\frac{T}{q}(x^{**}-x) \qquad x^{*}\leq x\leq x^{**} \qquad (3.3.7)$$

として与えられることになる。

(4) 工業地帯と住宅地の境界 x^{*} の決定

境界 x^{*} の決定はつぎの3つの条件に依存する。

① 工業地帯の従業者数は，居住人口に等しくなければならない。

$$\frac{a}{b}\pi x^{*2}=\frac{1}{q}\pi(x^{**2}-x^{*2}) \qquad (3.3.8)$$

② 境界 x^{*} では，産業地代と住宅地代とが等しい。

$$\frac{P - wa - tx^{*}}{b} = r_A + \frac{T}{q}(x^{**} - x^{*}) \qquad (3.3.9)$$

③ 安定条件として，境界x^*では，産業地代関数の傾きの絶対値は，住宅のそれより大きくなければならない。

$$\left| \left. \frac{\partial r_I}{\partial x} \right|_{x=x^*} \right| > \left| \left. \frac{\partial r_H}{\partial x} \right|_{x=x^*} \right| \qquad (3.3.10)$$

すなわち

$$\left| \frac{t}{b} \right| > \left| \frac{T}{q} \right| \qquad (3.3.11)$$

①，②の条件式（3.3.8）および（3.3.9）式よりx^*およびx^{**}を求めるとつぎのとおりとなる。

$$x^{*} = \frac{(P - wa)/b - r_A}{\sqrt{\frac{T}{q}\left(\sqrt{\frac{aq}{b} + 1} - 1\right) + \frac{t}{a}}} \qquad (3.3.12)$$

$$x^{**} = \sqrt{\frac{aq}{b} + 1}\ x^{*} \qquad (3.3.13)$$

(5) 工業港建設の便益

農業利用に供されていた広大な平野に対して建設された工業地帯に必要であった公共投資は，この場合，港湾建設とそれに関連する交通施設の建設費用である。これらの施設の建設の結果，上述した交通費用txおよび　Txなる立地条件をもつ背後地が可能となり，工業および人口の集積が実現したことがその効果である。この工業開発の便益は，第2章で定義したように港湾および関連交通サービスに対する支払い対価で評価される。

まず，半径x^*内に立地した企業の支払い対価は総収入から生産に必要であった費用を差し引いた額であるから産業が受ける便益BI は次式のようになる。

$$B1 = PQ - wE - \int_0^{x^*} \left(\frac{tx}{b}\right) \pi x\,dx \qquad (3.3.14a)$$

ただし，

$$aQ = E, \quad bQ = \frac{\pi}{2} x^{*2}, \quad qE = \frac{\pi}{2}(x^{**2} - x^{*2}) \qquad (3.3.14b)$$

（3.3.14a）式第1項は売上額，第2項は人件費，第3項は交通費用を示している。このとき，（3.3.14b）式を考慮して計算すれば，

$$B1 = (P - aw)Q - \frac{\pi t}{3b} x^{*3}$$

$$= \int_{0}^{x^*} r_I(x)\pi x \, dx$$

となり，この便益は丁度，工業地帯の地価に等しい。

また住宅地に立地する家計の支払い対価は，住宅地に対するWTPを計算すればよい。このため（3.3.3）式のxに関する最適条件

$$\frac{dr}{dx}q + T = 0$$

をxについて積分すれば

$$r(x)q + Tx = \text{Constant}$$

となり，この式は，まさに住宅の地代関数に他ならなくなる。

以上のことから，土地が相対的に稀少財であり，土地を除くすべての財の需要弾力性および第1次生産要素の供給弾力性が無限大である場合には，便益はすべて地代として帰属されてしまうことがわかる。したがって，便益は，地代関数を積分すればよい。すなわち

$$B = BI + BH = \int_{0}^{x^*} r_I(x)\pi x \, dx + \int_{x^*}^{x^{**}} r_H(x)\pi x \, dx \qquad (3.3.15)$$

なお，農業地代は，費用として差し引かれねばならないから，純便益NBは，

$$NB = B - \pi r_A x^{**2} \qquad (3.3.16)$$

となる。

(6) 土地購入量の変動

(3)における仮定を緩和して，土地購入量の変動を許す。このため，(3)における仮定②を除く①～⑤の仮定に加えて，以下の仮定をおく。

⑥ 各家計の効用関数は，一般財の量zおよび購入土地量qの関数であり，コブ，ダクラス型であるものとする。すなわち，

$$u = A z^{\alpha} q^{\beta} \qquad (3.3.17)$$

ここに，α，βおよびAは正の定数である。

以上の仮定のもとでは，合理的な世帯は予算制約式（3.3.3b）のもとで効用を最大にすべくz，qおよび立地点xを決定する。この結果としての均衡状態では，いずれの世帯にとってもどの地点に立地しても無差別になるように地代$r_H(x)$が決定される。この地代関数を導出するために，ある立地点xを条件としたとき，予算式（3.3.3b）の条件下で，効用関数（3.3.17）式を最大にするzおよびqの値z^*およびq^*を求めれば次式を得る。

$$z^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}[w - T(x - x^*)] \qquad (3.3.18a)$$

$$q^* = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{[w - T(x - x^*)]}{r_H(x)} \qquad (3.3.18b)$$

（ 3.3.1 8 ）式を（ 3.3.1 6 ）式に代入すれば，

$$u = A\frac{\alpha^{\alpha}\beta^{\beta}}{(\alpha+\beta)\alpha^{\beta}}\cdot\frac{[w-T(x-x^{*})]^{(\alpha+\beta)}}{[r_H(x)]^{\beta}} \qquad (3.3.19)$$

均衡状態では，無差別すなわちuが一定であるから，この値を $\bar{u}$ とすれば，求める住宅地の地代関数は，

$$r_H(x) = \left[\frac{A}{\bar{u}}\ \frac{\alpha^{\alpha}\beta^{\beta}}{(\alpha+\beta)^{r+\beta}}[w-T(x-x^{*})]^{\alpha+\beta}\right]^{-\beta} \qquad (3.3.20)$$

となる。

工業地帯と住宅地との境界 x^{*}，住宅地の限界地 x^{**} の求め方については(4)に述べたとおりである。以上のようにして求まった地代関数の積分値（ 3.3.1 5 ）式の左辺が工業港建設の便益を与える理由は(5)に記したとおりである。

(7) 外部不経済の導入

(3)において設けた仮定の緩和として，外部不経済の導入と，購入土地量の変動を与える。このため，(3)における仮定①，③，④および⑤に加えて以下の仮定を設ける。注）

① 各家計の効用関数は，一般財の量z，土地購入量qに加えて，汚染レベル　の関数であり，コブ・ダグラス型であるものとする。すなわち，

$$u = A z'^{\alpha} q^{\beta} s^{-r} \qquad (3.3.21)$$

ここにα，β，　およびAは正の定数

② 汚染レベルは，港湾からの距離xに反比例するものと仮定する。すなわち，

$$s = S x^{-\xi} \qquad (3.3.22)$$

ここに，ξおよびSは正の定数を示す。

以上の仮定のもとで，合理的な世帯は予算条件下で効用を最大にするべくz，qおよび立地点xを決定する。この結果としての均衡状態では，いずれの世帯にとってもどの地点に立地しても無差別になるように地代r(x)が決定される。この地代関数を導出するために，第1にある立地点xを与件としたとき，予算式（ 3.3.3 b ），汚染関数（ 3.3.2 2 ）の条件下で，効用関数（ 3.3.2 1 ）式を最大にするzおよびqの値 z^{*} および q^{*} を求め，これを（ 3.3.2 0 ）式に代入すれば，次式を得る。

$$u = A\frac{\alpha^{\alpha}\beta^{\beta}}{(\alpha+\beta)^{(\alpha+\beta)}}\cdot S-\alpha\frac{[w-T(x-x^{*})]^{(\alpha+\beta)}}{\alpha_H(x)^{\beta}} \qquad (3.3.23)$$

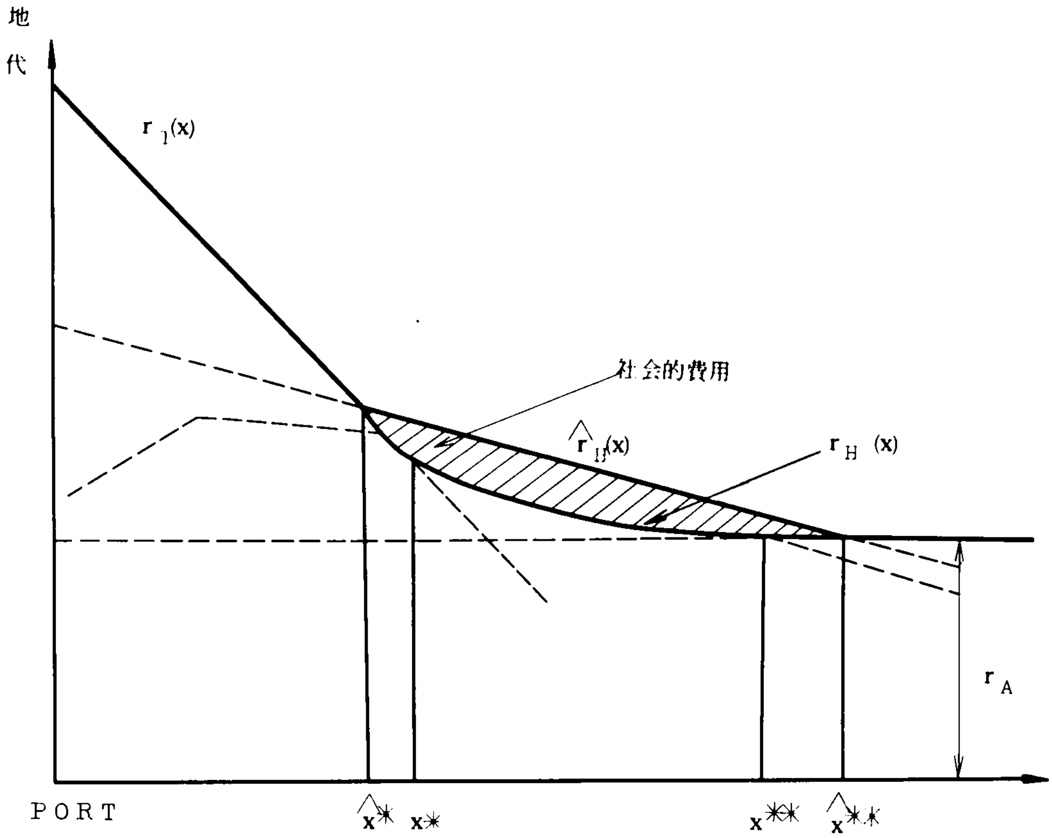
均衡状態では，無差別すなわちuが一定であるから，求める地代関数は

注） 以下の2つの仮定は，地代関数 $r_H(x)$ を明示的に導出するために設けたものである。

$$r_H(x) = \left[\frac{A}{\bar{u}} \cdot \frac{\alpha^{\alpha}\beta^{\beta}}{(\alpha+\beta)^{\alpha+\beta}} \cdot S - \alpha\,[\,w - T(x - x^{*})\,]^{\alpha+\beta} \right]^{-\beta} \tag{3.3.24}$$

境界地 x^{*} および x^{**} の求め方は(4)に述べたとおりである。また，(5)に述べた理由によって，（3.3.24）式を代入した（3.3.15）式は，工業港建設の便益から汚染による社会的費用を減じた純便益を示すことになる。

汚染の社会的費用を求めるには，汚染のない場合とある場合との地代関数を計算する必要がある。汚染がない場合には（3.3.22）式におけるパラメータを $S=S_0$，$\xi=0$ とすればよい。このときの地代関数を $\hat{r}_H(x)$ とし，$\hat{r}_H(x)$ を（3.3.15）式に代入して計算すれば得られた $\hat{B}$ は，工業港建設の便益を示すことになる。つぎに，汚染がある場合の地代関数を $r_H(x)$ とし，この値を（3.3.15）式に代入して計算を行なう。求める社会的費用は（$B-\hat{B}$）として与えられることになる　（図3.3.4参照）。



図－3.3.4　工業港建設の便益と社会的費用

注）　記号∧は汚染がない場合

(8) 価格弾力性の導入

以上の分析においては，工業生産物の価格および賃金を一定と仮定した。この仮定は，産出物需要および労働供給関数の価格弾力性が無限大と仮定したことを意味する。そして，このとき，工業港建設の便益はすべて地価の上昇分として帰属されることを示した。本節では，価格弾力性が有限である場合の便益の帰属を考察する。このため，ふたたび，汚染の存在しない場合にたちもどる。さて，工業生産物に対する需要関数および労働の供給関数をそれぞれ

$$Q = N P^{-\varepsilon} \qquad (3.3.25)$$

$$E = M w^{\tau} \qquad (3.3.26)$$

とする。ここに，ε および τ はそれぞれの価格弾力性，また，NおよびMは正の定数を示す示す。

均衡条件式としては，

1) 雇用条件

$$aQ = E$$

2) 土地条件

$$bQ = \frac{\pi}{2} x^{*2}$$

$$qE = \frac{\pi}{2} (x^{**2} - x^{*2})$$

3) 地代条件

$$\frac{P - wa - tx^{*}}{b} = r_A + \frac{T}{q} (x^{**} - x^{*})$$

以上の均衡条件を x について解けば次式を得る。注)

$$Q = \frac{\pi}{2b} x^{*2}$$

$$E = \frac{a\pi}{2b} x^{*2}$$

$$x^{**2} = \left(\frac{aq}{b} + 1\right) x^{*2}$$

$$P = \frac{1}{N} \left(\frac{\pi}{2b}\right)^{\varepsilon} x^{*2\varepsilon}$$

$$w = \frac{1}{M} \left(\frac{\pi a}{2b}\right)^{-\tau} x^{*-2\tau}$$

注) x^{*}は，(3.3.25)式を(3.3.24)に代入した高次方程式を解くことによつて得られるが，解析的には解けないため，ここでは明示的に示さない。

故に，地代関数はそれぞれ次式となる。

$$r_I(x)=\frac{P-aw-tx}{b}$$

$$=\frac{\frac{1}{N}\left(\frac{\pi}{2b}\right)\quad x^{*2\varepsilon}-\frac{a}{M}\left(\frac{\pi a}{2b}\right)^{-\tau}\quad x^{*-2\tau}-tx}{b} \qquad (3.3.27a)$$

$$r_H(x)=r_A+\frac{T}{q}\left(\sqrt{\frac{q}{ab}+1}\quad x^{*}-x\right) \qquad (3.3.27b)$$

工業開発がなかった場合の生産物市場および労働市場の均衡状態をサフィックス0で示せば，工業開発の産業便益は，財の需要曲線の下の面積から第1次生産要素の供給曲線の下の面積を差し引けば得られる。注1）　また，住宅地の便益は，(5)で示したものと全く同様にして求まる。故に工業開発の便益Bは，

$$B=\int_{Q_0}^{Q_0+Q} P\,dQ-\int_{E_0}^{E_0+E} w\,dE-\int_{0}^{x^{*}}\left(\frac{tx}{b}\right)\pi x\,dx+\int_{x^{*}}^{x^{**}} r_I(x)\pi x\,dx \qquad (3.3.28)$$

として求まることになる。

上式便益の帰属を考察すると，第1に，最終生産物市場では消費者余剰，第2に労働市場では生産者余剰，第3に地価の上昇がある。これらは，それぞれ，次式第1，2，および3項として示される。

$$B=\int_{p}^{p_0} Q\,dp+\int_{w_0}^{w} E\,dw+\int_{0}^{x^{*}} r_I\pi x\,dx+\int_{x^{*}}^{x^{**}} r_H\pi x\,dx \qquad (3.3.29)$$

（3.3.28）式と（3.3.29）式の値は一致することは簡単な積分計算によって証明できる。

以上のことは，開発行為の規模が大きく，市場価格に影響を与える場合には，便益は，第1に生産物市場の価格下落による消費者余剰の増大，第2に第1次生産要素（この場合には労働と土地）の価格上昇による資産価値の上昇となって帰属することがわかる。注2）

3・4　所得の限界効用の測定に関する従来の研究

従来の研究は，いずれも加法性効用関数を仮定して，消費者行動から所得の限界効用（の弾力性）を推定する方法を採用している。注3）　また，その推定結果も表－3.4.1に示

注1）本章3.2.3参照。

注2）したがって，このような大規模な開発においては，地価の上昇をもつて便益の帰属とすることは過少評価となる。この故に，通常のCBAの文献には，地価を測定対象としていない。

注3）所得の限界的効用の弾力性をFrisch(1959)は，the money flexibility とよんでいる。

すように著しい安定性をもっている。表－3.4.1においては，所得の限界効用$\lambda=(\partial u/\partial Y)$ではなく，$\lambda$の弾力性

$$w=\frac{\partial\lambda/\lambda}{\partial Y/Y} \qquad (3.4.1)$$

の値を記してある。これは，以下の理由による。効用関数は単調変換に関して，消費者行動は不変であるために，所得が1％変化したとき限界効用がw％変化するという形で示すことにことによって異なる効用関数を同一基準で比較することができるからである。

以下に主要な研究成果を述べる。

表－3.4.1　従来の研究一覧

研究名	データ	wの推定値
Frisch (1959)	米国	－1.85～－2.13
Johansen (1960)	ノルウエイ	－1.85～－2.13
Barten (1964)	オランダ	－2.160
Pearce (1964)	英国	－1.040
経企庁 (1965)	日本	－1.456
Barten and Turnovsky (1966)	オランダ	－3.146
Powell (1966)	オーストラリア	－2.500
Fellner (1967)	米国	－1.500
Powell et al (1968)	米国	－1.506
Byron (1970)	オランダ	－2.841

(1)　Frischの研究

Frischは，消費者行動理論にもとづいて所得の限界効用を測定することをはじめて提案した。注1)　彼の測定方法が妥当であるためには，つぎの加法性効用関数に関する仮定を必要とする。

仮定F；財Jの限界効用$\partial u/\partial x_j$は，財jの消費量x_jのみの関数であって，他のいかなる財の消費量に依存しない。注2)

仮定Fが成立するとき，効用最大化行動をとる消費者の最適行動は次式を満足することをフリッシュは導いた。

$$w=\frac{E_j(1-\alpha_j E_j)}{e_{jj}+\alpha_j E_j} \qquad (3.4.2)$$

注1)　Frisch (1959)

注2)　これは，効用関数が加法的すなわち，$u=\sum_j u_j(x_j)$なる形をしているときのみに成立する。ここから加法的効用関数という名が発生する。(Hauthacker (1960)参照)　また，この仮定の成立する意味については，後述する。

ただし，wは所得の限界効用λの所得弾力性であって，次式で定義される。

$$w = \frac{\partial \lambda}{\partial Y} \cdot \frac{Y}{\lambda} \qquad (3.4.3)$$

また，E_jは財jの所得弾力性，e_{jj}は価格弾力性，α_jは予算に占める財jの購入額比率を示す。

したがって，消費者が購入している財を加法性の仮定が成立するように分類し，この分類にもとづいて，E_j，α_jおよびe_{jj} 推定すれば，wの推定値$\hat{w}$を求めることができることになる。実際，フリッシュは，農産物，工業製品，食料品，土地および交通費用からなる費目に分類し，α_j，E_jおよび e_{jj}を推定し，その結果，$\hat{w}$の値として－1.85～－2.13なる値を算出している。

(2) Fellner の研究[注)]

Fellner もまた，Frisch と同じく加法性効用関数を仮定して，所得の限界効用を推定した。しかし，Fellner が，同じ加法性効用関数の仮定から導いたものは，食料品需要の特性であり，その特性は以下のとおりである。

まず，Fellner は以下の記号を用いている。

E1；食料品需要の価格弾力性（Price elasticity）

$\hat{E}1$；食料品需要の所得効果（imcome effect）が除去された残りの価格弾力性

E2；食料品需要の所得弾力性（income elasticity）

w；所得の限界効用の所得弾力性

以上の定義を定式化すればつぎのように表現される。

$$\left.\begin{array}{l} E1 = -\dfrac{\partial \log D}{\partial \log (Pf/Pg)} \\ \hat{E}1 = E1 - \left(\dfrac{\partial \log D}{\partial \log Y}\right) \quad u = \mathrm{const} \\ E2 = \dfrac{\partial \log D}{\partial \log Y} \\ w = -\dfrac{\partial \log \lambda}{\partial \log Y}, \text{ただし，} \lambda = \dfrac{\partial u}{\partial Y} \end{array}\right\} \qquad (3.4.4)$$

ここに

D；食料品の消費量

Pf；〃　価格指数

Pg；消費者物価指数

Y；実質所得指数

u；効用レベル

注) Fellner (1967)

Fellnerは以上の定義式の間に次式が成立することを導びいた。

$$w=\frac{E2}{\hat{E}1} \qquad (3.4.5)$$

つぎに，Fellner は，Tobinによってなされたある1950年の米国の食料品消費傾向の分析結果を利用して[注1)]

E1=0.53

E2=0.56

なる値を得，これより，$\hat{E}1$=0.39なる値を推定した。この結果(3.4.5)式より，

w=−1.5

なる値を得た。[注2)] そして，Fellner は，Frischの研究に言及し，Frish の推定値(−1.8〜2.3)と異なるのは，Frischの推定式(3.4.3)が間違っていたのではなく，彼の用いたデータの精度がわるかったのが原因であることを指摘している。

(3) Powellらの研究[注3)]

Powellらは，1949年から1963年までの米国における家計支出の対象財を9グループに分類し，このデータを用いて，所得の限界効用の弾力性を−1.507と推定した。推定にあたってPowellらは，加法性効用関数の仮定Fに加えて，つぎのような仮定を設けた[注4)]

仮定P　典型的な家計のt期におけるi財に対する消費支出額v_{it}は，

① t期の9種の財の価格P_{it} (j=1, …, 9)に線型に比例し

② 1世帯あたりのt期の総支出額M_tに比例し

③ $(M_t-\overline{M})^2$に比例する。ここに$\overline{M}$はM_tの標本平均値を示す。

④ そして，時間tとともに変化する家計の選好によって影響される。すなわち①〜④をまとめて次式が成立するものと仮定する。

$$V_{it}=\sum_{i=1}^{9}a_{ij}P_{it}+b_iM_t+c_i(Mt-M)^2+f_it+e_{it} \quad (i=1,\cdots,9) \qquad (3.4.6)$$

ここに，a_{ij}，b_i，c_i およびf_i は係数，e_{it} は誤差項を示す。

(3.4.6)式に物価デフレーターを乗じて修正すれば，(3.4.6)式のかわりに次式を得る。

注1) Tobin (1950)

注2) 日良 (1969) の研究もまた同じ値を得ている。

注3) Powell, Van Hoa and Wilson (1968)

注4) 仮定Pは，加法性効用関数をさらに特定化することを意味する。しかし，Powell らは，特定化された効用関数の形については言及していない。なお，このような消費支出関数と効用関数の関係については，Sato (1972) においてふれられている。

$$v_{it}=\sum_{j=1}^{9}\alpha_{ij}P_{it}+\beta_i m_t+\alpha_i(m_t-\overline{m})^2+\phi_{it}+E_{it} \qquad (3.4.7)$$

ここに，v，pおよびmは，それぞれ（3.4.6）式のv，p，mに物価デフレータを乗じたものであり，$_{ij}$，β_i，$_i$，$_i$ は係数，E_{it} は誤差項である。

さて，Powell は，加法性の仮定Fと（3.4.7）式より，次式を得ることを発見した。

$$q_{it}=vz_{it}+\beta_i y_i+\alpha_i(m_t-\overline{m})^2+\phi_{it}+E_{it} \qquad (3.4.8)$$

ここに，

$$q_{it}=v_{it}-p_{it}\overline{x}_i$$

$$z_{it}=\beta_i\sum_{j=1}^{9}\beta_j(p_j/\overline{p}_j-p_{it}/\overline{p}_i)$$

$$y_t=m_t-\sum_{j=1}^{9}p_{jt}\overline{x}_j \qquad (3.4.9)$$

$$v=-\frac{\lambda}{\partial\lambda/\partial m}\ (=\mathrm{const})$$

$$\overline{x}_i=\overline{v}_i/\overline{p}_i$$

ただし，記号(－)は，それぞれの標本平均，λは，所得の限界効用を示す。

求めねばならない値は，（3.4.8）式におけるv，β_i，α_i，ϕ_i なる係数の推定値であるが，説明変数Z_i は（3.4.9）式からわかるように未知係数β_i を含んでいるため，通常の最小自乗法を適用することができない。このため，Powell らは，試行錯誤によってβ_i の値Zの値を与え，与えられたβの値$\hat{\beta}$によりzの値を得るので，この$\hat{z}$に対して最小自乗法を適用し$\hat{\beta}$と最小自乗値$\hat{\beta}$の値が一致するまでくりかえしている。その結果，vの推定値$\hat{v}$を得，

$$\hat{w}=-\overline{m}/\hat{v}=-1.507$$

なる値を推定している。この結果もおどろくべきほどFellner の推定値に一致している。

(4) Satoの研究[注)]

(1)～(3)に代表される従来の研究は，いずれも効用関数の加法性にくわえて，以下のいずれかの仮定をもうけている。

① 価格および所得の弾力性を（一定の範囲）で一定とする。

② 各財のエンゲル関数が所得に関して線型である。

③ 各財のエンゲル関数が所得に関して2次式である。

サトーは，上記の3つの仮定の意味するところを明らかにした。

まず，仮定①についてつぎのことを指摘した。

ⓐ 価格弾力性一定の仮定は，特定の加法的効用関数を仮定していることを意味する。そして，その特定の効用関数は，財間の代替弾力性が一定（constant

---

注） Sato（1972）

elasticity of substitution）という性質をもつ。

ⓑ ⓐの事情により，限界効用の所得弾力性wは，各財間の代替弾力性の平均値の逆数に等しいという性質が導びかれている。しかし，wの値は一定であるとはかぎらない。

ⓒ 価格弾力性一定の仮定に加えて，所得弾力性一定の仮定ができれば，wの値は一定となる。

ⓓ ⓒの仮定が成立するとき，各財の価格弾力性が等しいという非現実的性質をもつ。

つぎに仮定⑵についても，サトーは，特定の効用関数を導びくことができることを示し，この効用関数においてもwの値は一定であることを証明した。

さらに，仮定⑶については，現在のところ簡単な対応する効用関数を導出することができないと述べている。

以上のサトーの研究の結果は，仮定⑴，⑵および⑶のいずれかが仮定されている従来の研究を利用しようとしているわれわれにつぎのような示唆を与えると思われる。すなわち，仮定⑴および⑵のいずれを採用しても，wの値は一定ではないのであるから，表ー3.4.1に示すような推定されたwの値は，使用されたデータがもっている消費パターンの近傍でのみ成立する値であって，大巾な消費パターンの変動を及ぼすようなプロジェクトに対しては，適用限界をもつということになる。ここにおいても，費用便益分析特有の適用限界が存在することになる。

3・5 結　言

本章では，第2章で定義された費用，便益および効用の測定方法について分析を行なった。その結論は以下のように要約することができる。

① 対象とするプロジェクトの効果が微少であり市場価格を変化させない程度であれば，プロジェクトの影響を受ける財またはサービスの変動分に価格を乗じた価格をもって費用および便益とみなしてよい。

② 対象とするプロジェクトの効果が価格変動をおよぼす場合には，影響を受ける財またはサービスの需要関数を導出し，この需要関数の線積分を計算しなければならない。

③ ①，②の結論を公共財の典型である環境悪化の社会的費用の計測方法に適用してみると，表ー3.2.1に示すように4つの方法に分類できる。

④ 費用および便益の帰属は，ｉ）物価の下降（上昇）にともなう消費者余剰の増大（減少），または，ii）要素価格の上昇（下降）にともなう余剰の増大（減少）としての形態をとる。

⑤ 上記ｉ）およびii）のいずれの形態として帰属するかは，財および生産要素の需要，供給の価格弾力性に依存する。

⑥ 財の需要および土地以外の生産要素の価格弾力性が無限大である場合には，便益（費用）はすべて地代の上昇（下降）として帰属される。したがって，この場合にのみ

地価の変動分をもって社会的便益（費用）とみなしてよいことになる。

⑦ ⑥において価格弾力性がゼロである場合には，便益（費用）のすべては，価格の下降（上昇）により消費者余剰の増加（減少）として帰属される。

⑧ 価格弾力性が無限大からゼロの中間にある場合には，その弾力性に応じて，④のi）およびii）の2つの形態に帰属される。

⑨ 費用便益の値は，高所得ほど高い値になるという欠点を補うためには，所得の限界効用を測定する必要があることは，第2章においても示したことであるが，この所得の限界効用の測定方法について従来の研究を整理した結果，表－3.4.1に示すように，その弾力性は－1.5～－3.0という著しい安定性をもっている。

⑩ しかし，この値は，使用されたデータがもっている消費パターンの近傍でのみ成立する値であるので，大巾な消費パターンの変動をもたらすプロジェクトに対しては，適用限界をもつことになる。

第4章　費用最小化基準と計画目標の妥当性

4．1　概　説

第3章で述べたように，便益の測定には常に恣意性をともなう。また，ある程度便益は測定可能である場合にも通常不確実性をともなう。このような便益測定の困難さを避けるためによく採用される評価基準は「費用最小」という基準である。しかし，費用は，あるプロジェクトの実行によって犠牲となった投入財を市場価格または計算価格で評価した評価額であるから，費用最小化基準は必らず，プロジェクトのアウトプットに関してあらかじめ設定された，達成せねばならないレベルを前提とする。注1）これは一種の制約条件ではあるが，対象としているプロジェクト（群）が必らず達成せねばならない水準であるから，これを計画目標（planning target）とよぶ。したがって，費用最小化基準とは，厳密にいえば，この計画目標を達成するために必要な費用を最小にするプロジェクトおよびその投入諸元の組合せを最適とする基準である。すなわち，対象とする多くのプロジェクトのインプットの諸元（プロジェクトの規模，配置，実行時期など）をベクトルXとし，あらかじめ設定された計画目標水準のベクトルをDで示せば，DをXによって達成するのに必要な費用（時間的要素が考慮されている場合には費用の時間的流れを適当な社会的割引率によって割引いた現在価値）は，両者の関数C（X，D）として表現される。さらに，プロジェクトのインプットXとアウトプットの諸元（すなわち計画目標）Dとの関係を示す生産関数A（X，D）が存在するので，費用最小化基準は，一般的に次式で表わすことができる。

$$\left.\begin{array}{ll} \min & C(X,\ D) \\ \mathrm{s.t} & A(X,\ D) \geq 0 \\ & X \in \Omega \end{array}\right\} \quad (4.1.1)$$

ここに，ΩはXの実行可能域を示す。注2）

さて，（4.1.1）式で一般的に表現される費用最小化基準の評価に関する重大な問題点は，計画目標Dをいかに設定するかという点にある。

一般に，最適解X^*およびそれに対応する目的関数Cの値（これを最適値とよぶ）$C(X^*,D)$は，設定された計画目標水準Dの関数であるので，Dの値によって変化する。費用最小化問題の典型的な例である港湾施設計画における計画目標，すなわち，計画取扱い貨物量は通常，貨物の需要予測から先決的に決定され，施設計画自身の過程では，その妥当性は言及されない。注3）

注1）もしもこの前提がないならば，明らかに何もしない場合，すなわち費用がゼロのときに最小値となる。

注2）ベクトルXの存在する空間は必ずしもユークリット空間であるとはかぎらない。たとえば連続的な時間軸を導入し，この時間軸に沿って連続的な規模決定を行なう場合には，ベクトルXは1次元関数X(t)として表現すればよい。これは，実数値連続関数のすべてからなる空間における点をベクトルXが示すことを意味する。したがって，ベクトルXが存在する空間を適当に定義して最大原理や変分法の適用分野もまた（4.1）式によって表現されている。また，ベクトルXの実行可能領域Ωは，必ずしも凸集合である必要はない。Xの諸元のある1部か不分割性を有している場合が，この典型的な例である。
これらの議論の詳細は Luenberger（1972）参照。

注3）長尾（1969）PP．176～180

もちろん，計画目標Dを第2章で述べた効率性基準にもとづいて設定するには，Dの便益（の現価）B（D）を計算しなければならない。[注1)] ところが，B（D）の計算が困難あるいはその測定値の客観性の保証が心配されるために，B（D）を計算することなく，先決的に決定して，費用最小化基準を採用しているという矛盾点が（4.1.1）式の背景にある。

たしかに便益B（D）の計算の困難性はいうまでもなく事実である。しかしながら，費用最小化基準にもとづいて最適なプロジェクトの諸元X^*を決定するには，前提として計画目標Dの特定の値を指定しなければならない。この指定されたDの値が妥当であるか否かを検討することなくプロジェクトの諸元を決定するわけにはいかない。したがって，先決的に決定された目標水準の妥当性を検討する方法が追求されねばならない。[注2)] しかも，この検討方法は，できるだけ便益測定の困難性を回避するものが望ましい。このような方法の1つとして，本章で提案する方法はつぎのように要約することができる。

先決的に決定された計画目標の特定の値が効率性基準からみて妥当であるためには，どのような便益関数でなければならないかという便益関数の存在すべき範囲を推定する。この推定された範囲は，先決値が妥当であるための範囲であるから実際の便益の存在する範囲とは通常異なる。したがって，推定された範囲が妥当であるか否かは，経験その他の知識にたよらねばならない。しかし，直接便益関数を推定することに比較して，特定値が妥当であるための便益関数を明白にするこの方法は非常に簡単に計画目標の妥当性の判断材料を提供する点にその長所をもつといえよう。

ところで，本研究で提案する計画目標の妥当性の検討方法は，費用最小化問題（4.1.1）のもっている性質によって異にする。このように本方法が異なる原因は（4.1.1）式が凸環境（Convex）にあるか否かにある。ここに，凸環境とは（4.1.1）式においてDを与件としたときの局所的最適解X^*（D）がDの如何にかかわらず，唯一性を有し，かつ，全体的最適解に一致するという意味である。この場合には，関数C（X，D）やA（X，D）の微分可能性の如何にかかわらず，最適解の性質が比較的既往の数学によってわかっているので取り扱いが簡単となる。

他方，不分割性あるいは規模の経済が発生しているプロジェクトに典型的にみられるような非凸環境のもとでは，一般に，局所的最適解が多数存在するので，多数の局所的最適解を比較して全体的最適解を見つけ出さねばならない。このような局所的最適解を比較する一般的な方法は，現在の数学の発展段階では存在していないので，本研究ではつぎのよ

注1）　この意味で，費用最小化問題は，純便益最大化問題の準備段階であるといえよう。

注2）　純便益最大化と費用最小化基準にもとづいて決定された諸元X^*が一致するのは，プロジェクトサービスに対する需要の弾力性がゼロの場合であり，かつ，その需要量が，既知の場合だけである。次節参照。

うに非凸環境下の（ 4.1.1 ）式をとりあつかう。すなわち，不分割性と規模の経済が同時に働く最も単純でかつ実用的な場合は，いわゆる段取費用 （ set-up cost ）がある場合である。しかも，この段取費用の存在は，多くの公共投資の部門においてみられることが従来の研究によってわかっている。[注1)] このため，本研究では，非凸環境の例として，段取費用の存在するプロジェクトにおける計画目標の妥当性の検討方法を提案することとする。

4．2　凸環境下での計画目標の妥当性

本節では，凸環境下におかれてあるプロジェクト群のインプット諸元の費用最小化問題の一般的定式化（ 4.2.1 ），費用最小となるプロジェクトの諸元（最適解）と設定された計画目標その他の制約と関係を示す一般的最適条件（ 4.2.2 ），効率性基準からみた最適計画目標水準の性質（ 4.2.3 ）について述べた後に 4.2.4 において費用最小化基準において設定されている計画目標の妥当性を検討する方法を提案する。

4．2．1　費用最小化モデルの設定

凸環境下での費用最小化モデルの定式化に際して，設けた仮定はつぎのとおりである。

仮定Ⅰ （計画目標）本計画の計画目標はＩ個からなり，計画目標として達成されねばならない水準をベクトル $D' = (D_1, \cdots, D_I)$ で示す。

仮定Ⅱ （プロジェクト諸元）計画目標ベクトルＤを達成するに必要な公共投資の対象となるプロジェクトのインプットはＪ個からなり，インプットの状態をベクトル $X' = (X_1, \cdots, X_J)$ で示す。

仮定Ⅲ （生産関数）インプットのレベルＸが計画目標の達成水準におよぼす影響はベクトル関数Ａ（Ｘ）によって表現されうるものとする。ここに

$$A(X) = \begin{pmatrix} A_1(X) \\ \vdots \\ A_I(X) \end{pmatrix}$$

仮定Ⅳ （実行可能域）計画目標達成には直接関係しないが，インプット相互には，水資源，土地，労働などの制約によって，技術的に可能な領域が存在する。これを次式で示す。

$$G(X) \geq 0$$

ここにＧ（Ｘ）は，Ｘの可能領域を規定するベクトル関数である。

仮定Ⅴ （費用関数）プロジェクトのインプットがレベルＸであるときに要する費用（の現在価値）は，ＸおよびＤの関数Ｃ（Ｘ，Ｄ）で示されるものとする。[注2)]

注1） たとえば，長尾，森杉，佐藤（ 1973 ），Nagao & Morisugi（1974），Vietorisz（1963）および5章の文献参照。

注2） 費用がインプットばかりでなく計画目標の関数である場合の典型的な例は，交通施設においてみられる。交通施設サービスを利用するに際しては利用者が負担する付帯費用（ associated cost ）が存在する。この付帯費用は，通常、計画利用量の関数として表現される。

仮定Ⅵ　（凸性）関数C（X，D）はXおよびDに関して，連続凸関数，また，A(X)および G(X)はXに関して凹関数ベクトルであり，ともに微分可能であるものとする。

仮定Ⅶ　（ユークリッド空間）簡単化のため，プロジェクトの諸元Xおよび計画目標Dはユークリッド空間におけるベクトルで表現されているものとする。

以上の仮定のもとで，あらかじめ設定された計画目標Dを達成するために必要な費用を最小にする費用最小化モデルは（4.2.1）式のように定式化される。

$$
\left.
\begin{array}{llccc}
\text{目的関数} & \min\limits_{X} & C & (X, D) & \\
\text{制約条件} & & A(X) & \geq & D \\
 & & G(X) & \geq & 0 \\
 & & X & \geq & 0
\end{array}
\right\} \quad (4.2.1)
$$

（4.2.1）式の意味を説明するために，以下に，ある2地点間の道路建設のプロジェクトを例にとって説明を補足する。

ある2地点の道路改良プロジェクトが構想として浮びあがっている。そして2地点間のある時点の計画交通量Dが予測され，これを計画目標として設定された。この計画目標を達成するプロジェクトの規模を表わす変数xとしての道路巾員の最適値を知りたいものとする。道路巾員xによって発生する第1の費用は建設費用C_1（x）である。

第2の費用として，巾員をx，交通量Dとしたときの走行費，走行時間費用，道路の維持管理費及び騒音，大気汚染などの社会的費用の合計からなる費用を一定の割引率で割引いた現在価値がC_2（x，D）で表現されているものとする。こうして，目的関数は

$$C(x, D) = C_1(x) + C_2(x, D)$$

として表現される。通常，巾員をxとしたとき，通過可能交通量A（x）は，いわゆる速度－交通量関数から求められているので，

ここでの制約は

$$A(x) \geq D$$

なる形をとる。したがって，本例題は（4.2.1）式と同じ

$$
\left.
\begin{array}{c}
\min\limits_{x} C_1(x) + C_2(x, D) \\
A(x) \geq D \\
x \geq 0
\end{array}
\right\} \quad (4.2.2)
$$

なる形で表現されることになる。

仮定Ⅵの意味は，巾員に関して，規模の経済が働らかないこと，また交通量に関しては，改良された道路の利用に際して必要となる平均付帯費用は交通量が増加するにつれて逓増的に増加することを仮定している。

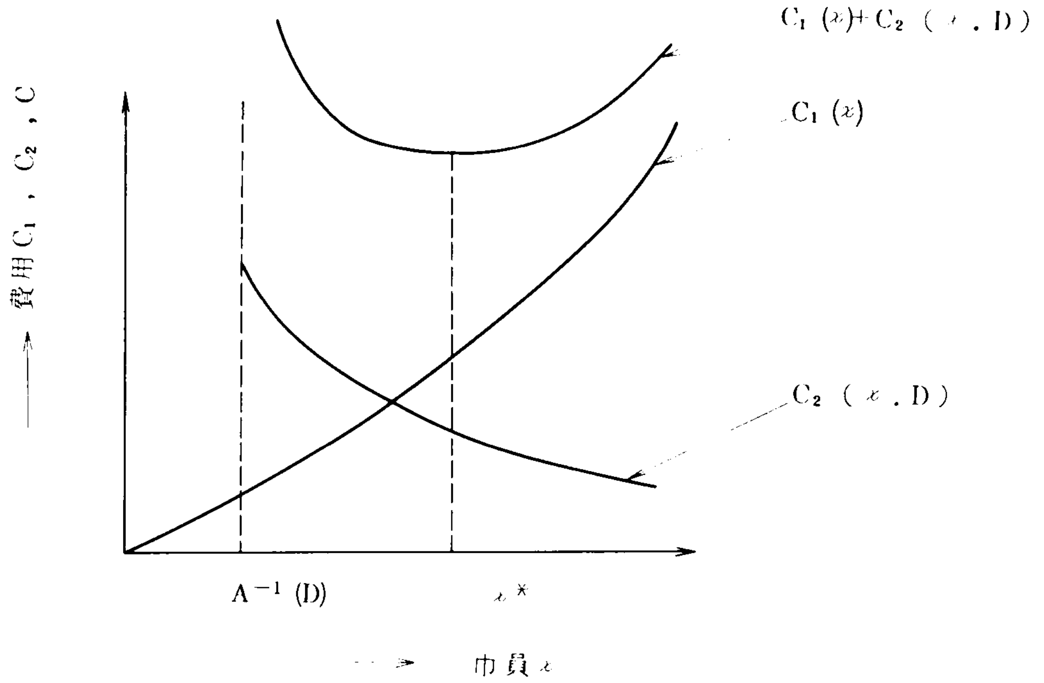
すなわち，図－4.2.1および図－4.2.2に示されるような費用関数をもっていることを前提としている。図－4.2.1において交通量Dをパラメータとして横軸に巾員をとって，縦軸に費用をとっている。これに対して，図－4.2.2は巾員をパラメータとして横軸に交通量を，縦軸に平均社会的付帯費用をとっている。

図－4.2.1からわかるようにこの場合の最適巾員x^*と対する通過可能交通量A（x^*）は計画交通量Dより大きい。したがって（4.2.2）式は形式上（4.2.1）式と同じであるが，制約条件は有効でない。すなわち，制約条件はないものと考えてもさしつかえない。したがって最適解は（4.2.2）式の目的関数をxに関して微分した式をゼロとする（4.2.3）式を解くことによって得られる。

$$\frac{dC_1}{dx} + \frac{\partial C_2}{\partial x} = 0 \qquad (4.2.3\,a)$$

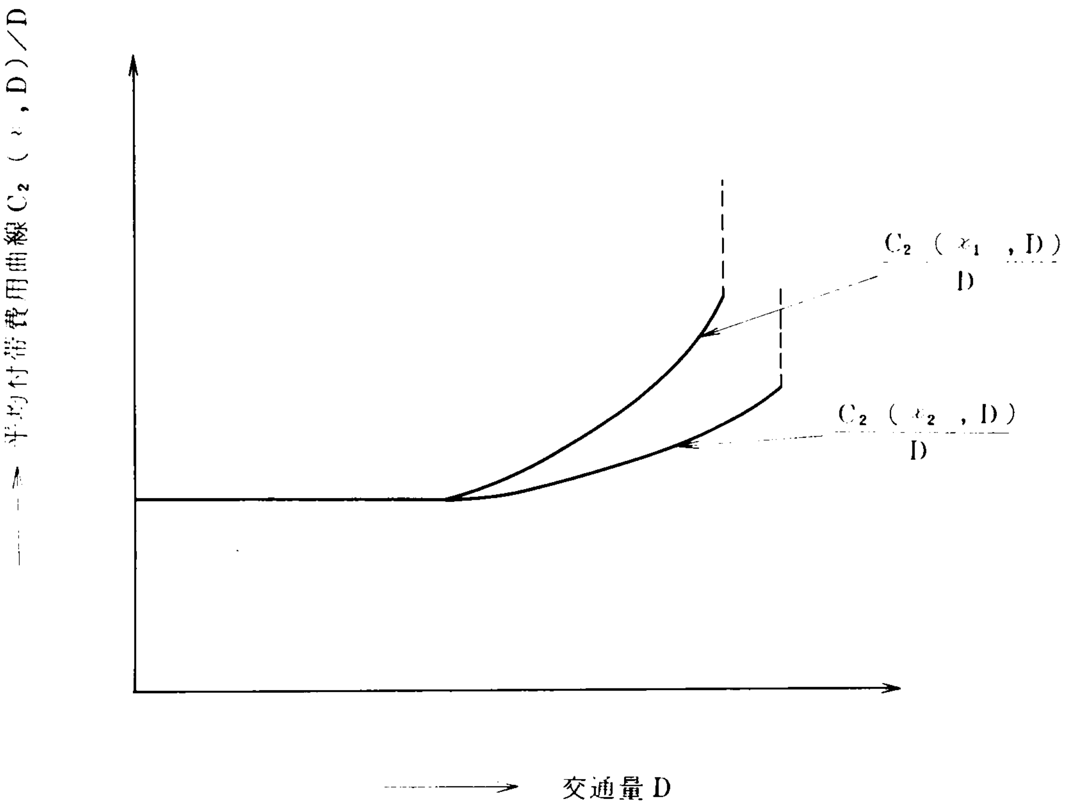
すなわち
$$\frac{dC_1}{dx} = -\frac{\partial C_2}{\partial x} \qquad (4.2.3\,b)$$

（4.2.3 b）式の左辺は，限界建設費用を示す。
右辺は，巾員を限界的に増加することによって節約される社会的付帯費用額を示している。こうして，限界建設費用が限界付帯費用節約額に等しくなるように巾員が最適であることがわかる。



図－4.2.1 費用曲線

注）A^{-1}(D)は，与えられた計画交通量Dを通過させるのに最小限必要な巾員を示す。



図－4.2.2　平均付帯費用曲線

注）$x_1 < x_2$ を仮定している。

4．2．2　費用最小化基準の最適条件

凸環境下のでは，キューンタッカーの条件が最適性の必要十分条件となる。(注1) それはつぎのように示すことができる。（4.2.1）の必要十分条件は，ある非負のベクトル λ および μ が存在して，x の間に次式が成立することである。

$$\left.\begin{aligned} &\nabla_x C - \lambda' \nabla_x A(X) - \mu' \nabla_x G(X) = 0 \\ &\lambda'(A(X) - D) = 0 \\ &\mu' G(X) = 0 \\ &\lambda \geq 0, \mu \geq 0 \end{aligned}\right\} \quad (4.2.4)$$

$$\text{ここに} \quad \nabla_x f = \begin{pmatrix} \partial f / \partial X_1 \\ \vdots \\ \partial f / \partial X_J \end{pmatrix} \quad (4.2.5)$$

注1）Luenberger (1972) およびZangui 11 (1960)に詳しく説明されている。以下キューン・タンカーの条件はK－T条件と略記する。

$$\nabla_x A = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial A_1}{\partial X_1} & , \cdots\cdots\cdots & \dfrac{\partial A_1}{\partial X_J} \\ \vdots & & \vdots \\ \dfrac{\partial A_I}{\partial X_1} & , \cdots\cdots\cdots & \dfrac{\partial A_I}{\partial X_J} \end{pmatrix} \qquad (4.2.6)$$

さて，（4.2.1）式の最適解に対応する目的関数の値（これを最適値という）は，設定された計画目標ベクトルDの関数であることを考えて，つぎのように関数$C^*(D)$を定義する。

$$C^*(D) = \min_{X \geq 0} \{ C(X, D) \mid A(X) \geq D,\ G(X) \geq 0 \} \qquad (4.2.7)$$

このとき，ラグランジェ乗数λと$C^*(D)$との間には次式が成立する。

$$\frac{\partial C^*}{\partial D_i}^- \leq \lambda_i^* + \frac{\partial C}{\partial D_i}\Bigg|_{X=X^*} \leq \frac{\partial C^*}{\partial D_i}^+ \qquad (4.2.8)$$

ここに，λ^*およびX^*はK－T条件を満足する最適解を示し，＋，－はそれぞれ左側および右側微分を表わす。

もしも関数C^*が点Dにおいて滑らかであれば（4.2.8）式は，（4.2.9）式のように表わされる。注）

$$\frac{\partial C^*}{\partial D_i} = \lambda_i^* + \frac{\partial C}{\partial D_i}\Bigg|_{X=X^*} \qquad (4.2.9)$$

注）証明：簡単化のためC^*は点Dで滑らかであると仮定する。このとき，$C^*(D) = C(X^*(D), D)$であるから

$\partial C^* / \partial D_i = \sum_{j=1}^{J} (\partial C / \partial X_j)(\partial X_j / \partial D_i) + (\partial C / \partial D_i)_{X=X^*}$ ——ⓐ

K－T条件第1式より$\partial C / \partial X_j = \sum_{i=1}^{I} \lambda_i (\partial A_i / \partial X_j)$であるからⓐ式右辺第1項は

$\sum_{j=1}^{J} (\partial C / \partial X_j)(\partial X_j / \partial D_i) = \sum_{i=1}^{I} \lambda_i \left(\sum_{j=1}^{I} (\partial A_i / \partial X_j)(\partial X_j / \partial D_i) \right)$となる。ところで，もし第$i$番目の計画目標が有効であれば，すなわち$A_i(X^*(D)) = D_i$であれば，$\partial A_i / \partial D_k = \delta_{ik}$が成立する。ここに$\delta_{ik}$はクロネッカーのデルタを示す。したがって第$i$目標が有効であれば，$(\partial A_i / \partial D_k) = \sum_{j=1}^{n} (\partial A_i / \partial D_k)(\partial X_j / \partial D_K) = \delta_{iK}$

つぎに，第i目標が有効でなければ，すなわち，$A_i(X^*(D)) > D_i$の場合には，もし，Dが十分小さな範囲で変動するものとすれば，$A_i(X^*(D)) > D_i$が依然として成立している。

したがってK－T条件より$\lambda_i^* = 0$。　以上の両者とも，ⓐ式右辺第1項はλ_i^*に等しい。証明終。

ではλ^*の値をいかにして知ることができるかということが次の課題である。これは(4.2.1)式の解法に密接にかかわり合う。第1の解法はK－T条件によって示される連立方程式を直接ニュートン法などによって解く方法である。この方法によれば，その解の1部としてλ^*を得ることができる。

第2の解法は，K－T条件を直接採用せず，DPなどによる数値計算によって(1)式を解く方法である。[注1)] この方法を採用したときには，次式で定義される双対問題の解が，K－T条件を満足するλ^*およびμ^*であることが証明されている。[注2)]

$$\left.\begin{array}{l} \max\limits_{\lambda,\ \mu} \quad \lambda' \cdot D \\ \\ s \cdot t \quad \lambda' \cdot \nabla_x A(X^*) + \mu' \cdot \nabla_x G(X^*) \leq \nabla_x C(X^*, D) \\ \qquad \lambda' \geq 0,\ \mu \geq 0 \end{array}\right\} \quad (4.2.10)$$

(4.2.10)式は，X^*，Dが与件であれば，線型計画であるから，簡単にλ^*およびμ^*を求めることができる。

こうして，もし，ある計画目標Dを与件とした(4.2.1)式を解くことができれば，その解X^*から直接得られる情報のみによって，D_iの限界費用$\partial C^*(D)/\partial D_i$を知ることができることが判明した。

4．2．3　最適計画目標水準の決定基準

費用最小問題において，まえもって設定された計画目標Dの妥当性を検討するには，どのような計画目標を" 最適 "とするかという評価の基準が定義されねばならない。この評価の基準として，第2章で述べた効率性基準に依拠して，便益マイナス費用すなわち純便益最大を採用する。したがって，もし計画目標Dの便益の現価B(D)が既知であるとすれば(実際には便益を計測することなく，まえもってDをある特定の値に設定しているわけである)，最適な計画目標水準D^*は，次式を最大化することによって得られることになる。

$$NB(D^*) = \max_{D \geq 0} NB(D) = \max_{D \geq 0} \{B(D) - C^*(D)\} \quad (4.2.11a)$$

かつ

$$NB(D^*) \geq 0 \quad (4.2.11b)$$

ここに，$C^*(D)$は(4.2.7)式で示したところの計画目標Dを達成するのに必要な最小費用を示し，また，(4.2.11b)式は，純便益が非負である いう条件を示している。

$C^*(D)$は凸関数であるから，もしB(D)が凹関数であるとすれば 4.2.11a)式の最適解D^*は次式を満足するDである。

注1)　これらの解法についても，前述のLuenberger(1972)およびZanguill(1970)が詳しい。

注2)　Luenberger(1972)およびZanguill(1970)

$$\frac{\partial B}{\partial D_i} = \frac{\partial C^*}{\partial D_i} \quad (i=1, \cdots\cdots, I) \qquad (4.2.12)$$

（4.2.12）式は通常の規模に関する最適条件，限界便益が限界費用に等しいことを示している。

2章で示したように効率性基準に従う限界便益とは限界支払い対価に等しい。すなわち，限界便益をDの関数で示せば，所得の限界効用一定という仮定のもとで計画目標水準に対する需要関数に他ならない。[注1] この需要関数を $P_i(D)$ によって示せば（4.2.12）式はつぎのように変形される。[注2]

$$P_i(D) = \frac{\partial C^*}{\partial D_i} \qquad (i=1, \cdots\cdots, I) \qquad (4.2.13)$$

4．2．4　妥当計画目標水準であるための必要十分条件

（4.2.13）式は，需要関数 $P_i(D)$ および費用関数 $C^*(D)$ が与えられたときに，純便益を最大にするという意味で最適な計画目標 D^* を与える式である。しかしながら，逆に，もしある計画目標Dを与えたとき，その与えられたDが純便益を最大にする計画目標 D^* と一致するための条件式ともみなすことができる。すなわち，（4.2.13）式は与えられたDと D^* とが一致するためには，いかなる需要構造をもっていなければならないかという条件を示している。

（4.2.13）式の右辺はDを与件としたとき，4.2.2で示したように点Dにおいて $C^*(D)$ がスムーズであれば，（4.2.9）式によって値を求めることができる。

需要関数 $P_i(D)$ の構造に関しては，点 $\left(D, \frac{\partial C^*}{\partial D_i}\right)$ を通る単調非増加関数であれば，いかなる関数であっても，与えられた計画目標Dは，純便益を最大にしているといえる。第1にこれらの単調非増加関数のうちで便益が（したがって純便益）最小となる需要関数は，図4.2.3の直線 $\ell\ell$ で示されるように全ての計画目標サービスに対する限界便益（＝平均便益）が一定なる関数

$$P_i = \lambda_i^* + \left.\frac{\partial C}{\partial D_i}\right|_{X=X^*(D)}$$

である。[注3]

実際この時，$P' = (P_1, \cdots, P_I)$ とすれば

$$B(D) = P' \cdot D = (\nabla_D C^*)' D$$

$$NB = B(D) - C^*(D) = ((\nabla_D C^*)' D - C^*(D)) \geq 0$$

$$\therefore \frac{\partial B}{\partial D_i} = P_i = \frac{\partial C^*}{\partial D_i}$$

となり，Dと D^* とが一致する。計画目標サービスに対する需要の限界的支払い対価が一定

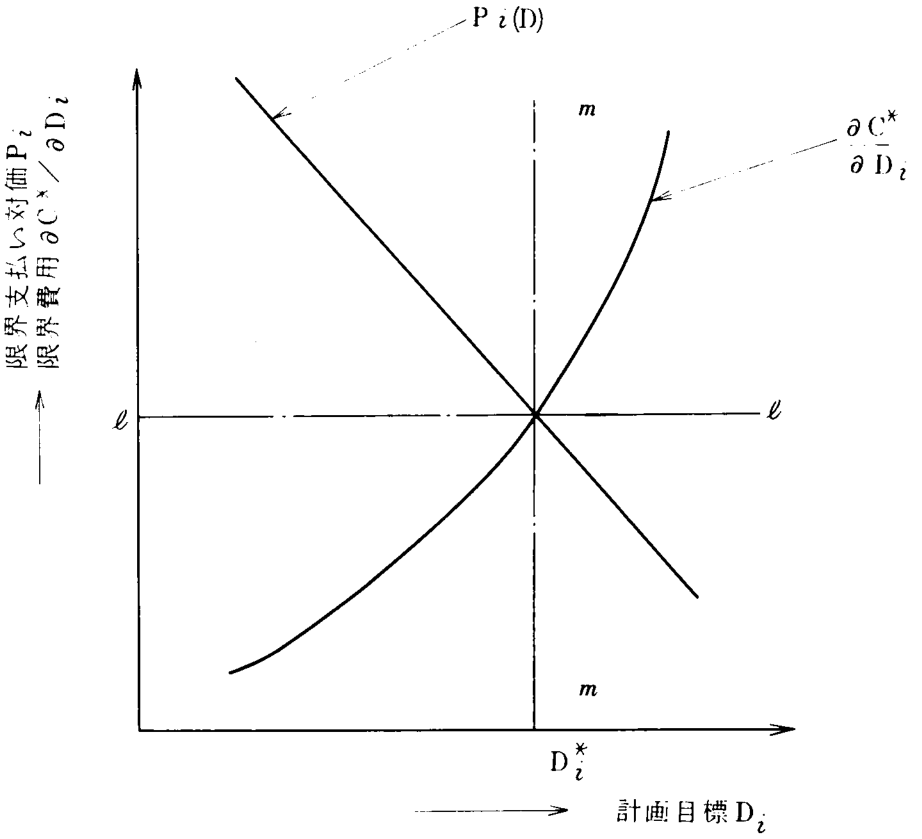
注1）　第2章の便益の定義を参照。

注2）　B(D)の凹性は i 番目の計画目標に対する需要関数 $P_i(D)$ がDに関して単調非増加関数であれば，成立する。すなわち計画目標を示す財やサービスは劣等財やギッフェン財ではなく，通常の財であれば成立する。またこのとき，（4.2.11b）式もまた自動的に成立する。なぜならば（4.2.13）式右辺は D_i に関して増加関数であり，左辺は減少関数であるから。

注3）　このとき需要の弾力性は無限大となっている。

であり，かつ，その一定値が設定された計画目標値における社会的限界費用に等しいならば，設定された計画目標は最適であるということができる。したがって社会的限界費用それ自身が第1に計画目標の妥当性の目安となる。注1）

第2に，便益が最大となる需要関係は図 4.2.3 の直線mmによって示されるように，全て



図－4.2.3　需　要　曲　線

の計画目標サービスに対する限界便益が無限大なる関数の場合が考えられる。注　このとき明らかに純便益もまた，無限大となっており，$D^* = D$が成立している。

したがって，計画目標サービスに対する需要を非弾力的と仮定することは，この需要に対して無限大の便益を暗黙のうちに想定していることを意味する。

(1)　需要関数に関する仮定の設定

以上の2つの場合，すなわち需要関数が完全に弾力的（弾力性無限大）である場合と，

注1）　とくに，対象としているプロジェクトのアウトプットが既存のアウトプットに比較して比較的小さい場合には，限界支払い対価は一定と仮定できる。このような場合には，まず，設定された計画目標の双対解を調べるべきである。なぜならば，計画目標をある値に設定していることは，とりもなおさず，その限界便益を$\lambda_i^* + \frac{\partial C}{\partial D_i}\Big|_{X=X^*}$と暗黙裡に想定していることを意味しているからである。

注2）　このとき，需要の弾力性はゼロ，すなわち，非弾力的である。

非弾力的（弾力性ゼロ）の場合は両極端である。現実の需要関数は，この両者の中間にあるものと思われる。これらの需要関数のうちで，比較的構造が簡単である場合について計画目標の妥当性を検討する。

さて，需要関数の構造は２つの点から大きく分類される。第１の点は需要関数の相互依存性である。すなわち，サービスの需要関数 P_i は i 種サービス以外の状態と独立かまたは相互依存的であるかによって分類される。

第２点は $P_i(D)$ が D に関して線型か非線型かという分類である。

ここでは，第１の分類については両者ともに考察するが，第２の分類については，線型の場合のみを考察の対象とする。理由は以下のとおりである。

(1) 需要関数とは，限界支払い対価と需要量との関係を示す関数である。

限界支払い対価は，形式的にはそのサービスの限界効用を貨幣の限界効用で除した値で定義される。

しかし，実際的には，市場が成立している場合には，その対象とするサービスがなかったならば，次善の策として需要者がとった行動に必要な限界的費用の増加分に等しい。たとえば，新規道路へ既存道路の利用者が転移するとき，この転移利用者の支払い対価は既存道路の利用費用に等しい。市場需要関数 $P_i(D)$ は，このような異った人々が異なった環境のもとで，次善の策に必要な費用を示したものである。したがって厳密に需要関数を設定することは不可能に近い。このため，過去の多くの場合，線型性が仮定されてきた。

(2) 対策とするプロジェクト群が，既存の施設水準に比較して比較的小さいものであれば近似的に線型性を仮定しても，その誤差は余り大きくならない。

以上の理由により需要関数の線型性を仮定し，この仮定に加えて，$P_i(D)$ 相互依存的である場合とそうでない場合とに分けて考察する。

(2) 独立な需要関数の場合

ここでは，各計画目標が定められたサービスレベルに対する需要関数 $P_i(D)$ が D_i のみの関数であって，D_i と $D_{i'}$ （$i \neq i'$）の間には相互依存関係がないという仮定を設ける。すなわち，上記の線型性の仮定と結合すれば，D_i に対する需要曲線が次式で示されるものと仮定する。

$$P_i = \alpha_i - 2\beta_i D_i \qquad (4.2.14)$$

ここに，α_i β_i は非負の定数。

対象としているプロジェクトが既存の施設水準に比して大規模なものである場合には，この仮定は成立しないが，比較的小規模な場合には，成立し得る。たとえば，道路巾員決定問題において貨物車と乗用車の交通需要量が計画目標として採用されているものとする。この両者の需要は，厳密には，相互に依存し合つているわけであるが，新規プロジェクトによつて発生する誘発需要が少い場合には，独立性の仮定は成立し得る。

さて，問題は，与えられた計画目標 D_i が最適目標であるためには，α_i および β_i はいかなる値をもっていなければならないかという点にある。もしも，そのような α_i および β_i の値を得ることができれば，その値が D_i に関する便益構造を完全に規定する。

まず，与えられた計画目標 D_i が最適目標値であるためには，（4.2.13）および（4.2.14）式より，α_i と β_i の間に次式が成立しなければならない。

$$\alpha_i - 2\beta_i D_i = \lambda_i^* + \left.\frac{\partial C}{\partial D_i}\right|_{X=X^*} \qquad (4.2.15)$$

（4.2.15）の右辺および D_i は与件であるから，（4.2.15）に加えてもう1つ α_i および β_i の関係を規定する式が成立すれば，α_i および β_i の値を定めることができる。

このため，α_i に着目する。α_i の意味は，もし D_i なるサービスがゼロであった場合，すなわち，実行されなかった場合に，そのサービスの需要者が，次善の策としてとるであろう行動によって発生する限界費用の中で最高値を示している。すなわち，D_i なるサービスがなかったならば，最も困る人の支払い対価である。このような値は通常ある範囲をもって知ることができる。たとえば，道路改良プロジェクトの場合，最高の追加的費用は，旧道路の利用費用である。なぜならば，第1に旧道路を利用していなかった人々の，旧道路サービスに対する限界支払い対価は，旧道路利用費より低かったと思われる。したがって，旧道路を利用していた人々の新規道路に対する限界支払い対価は，利用しなかった人々のそれより高い。他方，旧道路を利用していた人々の新規道路サービスへの支払い対価は，旧道路利用費用以上ではない。なぜならば，もし新規道路の利用費用が旧道路のそれより高ければ決して新規道路を利用せず旧道路を利用するであろうから利用者とはなりえない。

同様な理由により，外貿用港湾施設サービスの場合，α_i は他の最も効率的な港を利用するに要する費用であろう。また，発電用ダムの場合には，α は自家発電に要する費用とみなし得る。

このように，α に関しては，少くとも最高および最低値を推定することができる。多くの場合1つの推定値を与え得る。この値を $\hat{\alpha}_i$ とすれば，β の値は，次式で求まる。

$$\hat{\beta}_i = \frac{\hat{\alpha}_i - \lambda_i^* - \left.\dfrac{\partial C}{\partial D_i}\right|_{X=X^*}}{2D_i} \qquad (4.2.16)$$

この $\hat{\alpha}_i$ および $\hat{\beta}_i$ は，与えられた D_i が最適であるための需要関数の構造を決定する。したがって，計画目標 D_i を与件とした費用最小化基準において，暗黙裡に想定している便益関数の構造を明白にする。

まず，第1に，推定された $\hat{\alpha}_i$ の上限値を $\bar{\alpha}_i$ としたとき，β_i の非負条件より，$\bar{\alpha}_i$ が限界費用より小さいならば，設定された計画目標値 D_i は妥当ではないということができる。注）

注） 一般には，この計画目標は，過大であるといえる。何故ならば，限界便益よりも限界費用が大であるから。

なぜならば $\bar{\alpha}_i < \lambda_i^* + \left.\frac{\partial C}{\partial D_i}\right|_{X=X^*}$

であるから，(4.2.1 6)式より$\beta_i<0$となりβ_i の非負条件に反する。

第2に，もし，$\bar{\alpha}_i$ が限界費用より大きいならば，すなわち

$$\bar{\alpha}_i > \lambda_i^* + \left.\frac{\partial C}{\partial D_i}\right|_{X=X^*}$$

のときには，設定された計画目標が妥当である($\hat{\alpha}_i$,$\hat{\beta}_i$)の範囲が存在することになる。この範囲が，在来の経験にもとづく常識的な値と大巾に異なっておれば，設定された計画目標は妥当ではないということができる。

さらにまた，各計画目標毎に限界便益は，(4.2.1 5)式より計算されているので，各計画目標相互の限界便益の相対的比率を比較することによっても，設定された計画目標の妥当性を検討する重要な目安となる。

(3) 需要関数が相互依存的な場合

消費者行動の理論からもわかるように，注) 厳密には，いかなる財またはサービスの需要(したがって支払い対価)も，他の財やサービスの利用状態に依存する。たとえば，コンテーに対する需要は，既存の在来型荷役サービスのレベルに依存する(代替財の例)。あるいはまた，高速道路に対する交通量は，その高速道路の取りつけ道路の状態に依存する(補完財の例)。したがって，ある計画目標が設定されたサービスに対する支払い対価は，他のサービスレベルの関数 P_i(D)として一般に表現されねばならない。このようにプロジェクトの各種のサービスに対する支払い対価が相互に依存的な場合についての分析を理解しやすくするために，ここでは，計画目標が2種類のアウトプットについて指定されている場合を想定する。

(2)と同様，需要関数の線型性を仮定すれば，それぞれの計画目標が指定されたアウトプットに関する限界支払い対価は次式のように表わすことができる。

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \alpha_1 - 2\beta_1 D_1 - 2\beta_{12} D_2 \\ P_2 &= \alpha_2 - 2\beta_{12} D_1 - 2\beta_2 D_2 \end{aligned}\right\} \qquad (4.2.1\ 7)$$

ここに，(2)におけると同様な理由により，α_1 ,α_2 は既知の定数，β_1 ,β_{12} ,β_2 は未知の定数を示す。

(4.2.1 7)式において，β_{12} が両式に共通して含まれている理由は以下のとおりである。すなわち，(4.2.1 7)式は，支払い対価の定義より便益関数 B(D_1 ,D_2)をそれぞれ，D_1 および D_2 で変微分したものに等しくなければならない。したがって，可積分条件

$$\frac{\partial B}{\partial D_1\ \partial D_2} = \frac{\partial B}{\partial D_2\ \partial D_1}$$

注) 第2章・参照.

が成立せねばならない。このような便益関数が存在するためには，β_{12} が（4.2.17）のように共通であることが必要十分条件となる。

さて，（4.2.17）式が与えられたとき，対応する便益関数B（D_1，D_2）は，可積分条件が成立しているので，点（O，O）から点（D_1，D_2）への任意の径路に従がう線積分（4.2.18）式によって求めることができる。

$$
\begin{aligned}
B(D_1, D_2) &= \int_{(O,O)\to(D_1, D_2)} P\,dD \\
&= \int_O^{D_1} P_1(D_1, O)\,dD_1 + \int_O^{D_2} P_2(D_1, D_2)\,dD \\
&= (\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2) - \beta_{11} D_1^2 - 2\beta_{12} D_1 D_2 - \beta_{22} D_2^2
\end{aligned}
\tag{4.2.18}
$$

以上の準備のもとに，与えられた計画目標D_1およびD_2が最適であるため $_1$，β_{12} およびβ_2 の範囲を求める。まず（4.2.17）および（4.2.13）式より，次式が成立せねばならない。

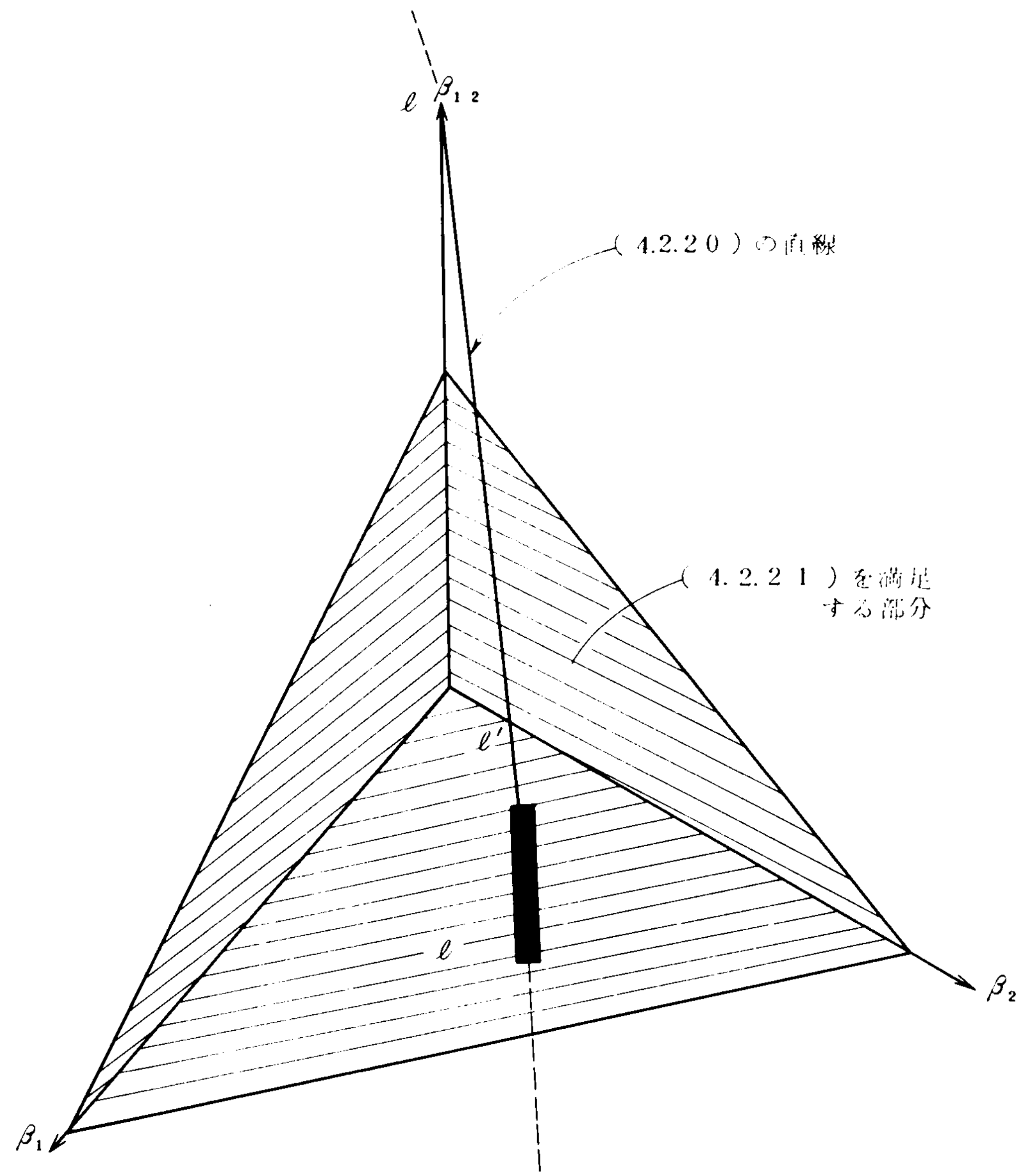
$$
\left.
\begin{aligned}
\alpha_1 - 2\beta_1 D_1 - 2\beta_{12} D_2 &= \lambda_1^* + \partial C^*/\partial D_1 \Big|_{X=X^*} \\
\alpha_2 - 2\beta_{12} D_1 - 2\beta_2 D_2 &= \lambda_2^* + \partial C^*/\partial D_2 \Big|_{X=X^*}
\end{aligned}
\right\} \quad (4.2.20)
$$

（4.2.20）式は，（β_1，β_{12}，β_2）からなる空間では，図4.2.4に示すような線分$\ell\ell$として表現される。

他方，NB≧Oなる条件は（4.2.18）式より

$$\beta_1 D_1^2 + 2\beta_{12} D_1 D_2 + \beta_2 D_2^2 \leq (\alpha_1 D_1 + \alpha_2 D_2) - C^*(D) \tag{4.2.21}$$

となる。これは，図－4.2.4における斜線の部分として表わされる。したがって（4.2.20）と（4.2.21）との共線部分，すなわち図－4.2.4の太線で示した線分$\ell\ell$の1部分が求める（β_1，β_{12}，β_2）の範囲である。すなわち，設定された計画目標が最適であるためには，便益構造を規定する係数（β_1，β_{12}，β_2）が，図－4.2.4の太線の部分になければならないことを示している。



図－ 4. 2. 4　計画目標が妥当な範囲

4・2・5　計画目標の妥当性の検討方法

4. 2. 1 ～ 4. 2. 4 において凸環境下での費用最小化モデルの一般形を定式化し，その最適条件を吟味した。そして，費用最小化モデルにおいて先決的に設定されている計画目標の妥当性の検討方法を提案した。本研究で提案した方法をまとめると以下のとおりとなる。

1)　計画目標が設定されたアウトプットに対する需要の弾力性を調べよ。これは，弾力性に関して a) 弾力性無限大， b) 非弾力的， c) 弾力的また，他のプロジェクトアウトプットとの関係に関して， d) 独立， e) 相互に依存的の各場合にわかれる。

2)　もし， a) である場合には，設定された計画目標の便益関数として，費用最小化問題の双対解に計画目標を乗じた形を暗黙裡に想定していることを意味する。したがっ

て，双対解を妥当性の判断材料とせよ。

3） もし，c）およびd）である場合には，まず，当該アウトアウトに対する最高のつけ値の上下限値を設定せよ。しからば，限界条件によって，費用最小化問題が暗黙裡に想定している便益関数を知ることができる。

4） c）およびe）の場合にも同様に，それぞれの上下限値設定せよ。このとき，限界条件によって，費用最小化問題が想定している便益関数の存在範囲を知ることができる。

4．3 非凸環境下での計画目標の妥当性

本節では，非凸環境下の重要な例である不分割性による規模の経済が働いている場合のプロジェクト諸元の費用最小化問題の定式化（4.3.2），混合整数計画の双対性を利用した最適解の一般的性質（4.3.3）を述べた後に，効率性基準からみた最適計画目標水準の性質を分析し，4.3.4において，費用最小化基準において先決的に設定されていた計画目標水準の妥当性を検討する方法を提案する。

なお，4.3.1においては，規模の経済が発生する原因を分析し，4.3.5においては，簡単なダム建設問題を想定して4.3.2〜4.3.4の議論の理解をわかりやすくした。

4．3．1 公共土木施設の規模の経済性

非凸環境の重要な性質の1つは，規模の経済が働く場合である。経済学では，以下に述べる性質の少くとも1つが成立するとき，規模の経済（increasing return to scale）が働くという。注）

① 規模に対して収穫が逓増する。ここに，規模に対して収穫が逓増する。ここに，規模に対して収穫が逓増（減）するとは，すべてのインプットを同じ比率で増加させたときに，すべてのアウトプットが同じ比率以上(下)に増加することをいう。

② 限界生産性が逓増する。ここに，限界生産性とは，他のすべてのインプットを固定し，あるインプットだけを変化させたときのあるアウトプットの増加率をいう。したがって，当該アウトプットの生産関数かインプットに関して微分可能であれば，限界生産性が逓増することは，2次微分係数が正であることと同値である。

③ インプット相互の限界代替率が逓増する。ここにインプット相互の限界代替率とは，他のすべてのインプットを固定し，ある一定量のアウトプットを生産する際に，2種類のインプットについて，一方のインプットの使用量を減じ，これを他方のインプットによって代替するときの限界的な代替率をいう。

注） 今井・宇沢・小宮・根岸・村上（1971a）pp.108〜112参照．

④ アウトプット相互間の限界代替率が逓減する。ここに，アウトプット相互の限界代替率とは，他のすべてのアウトプットを固定し，ある一定量のインプットによって生産する際に，2種のアウトプットについて，一方のアウトプットの生産量を犠牲にして，他方のアウトプットを増産するときの限界代替率をいう。

⑤ 平均費用が減少する。

⑥ 総費用が逓減する。

本研究で対象とする規模の経済は，⑤および⑥に限定する。もちろん，⑤および⑥が発生する背景には，①〜④の性質が存在している。[注1] ⑤および⑥が公共土木施設において発生する原因は，大別して，3つある。

第1に，固定費用の存在である。これは，多くの公共土木施設のいわゆる固定施設（道路，ダム，港湾ふ頭施設など）が，混雑現象が発生しないほどの利用量に関しては，利用量が増加しても，必要施設量が一定であることに由来する。（固定施設の限界生産性の増大）。

第2の原因は，公共土木施設の不分割性である。1バース，1車線，1つのダムは，一定規模以下では供用に耐えない。このような不分割性が，結果的には，固定費用の存在として表現される（不可分施設の限界生産性の増大）。

第3の原因は，利用形態に依存するものである。たとえば，1車線の2本の道路と2車線の道路1本の生産性を比較しよう。まず，道路のアウトプットとは何であるかを考えてみる。道路は，交通サービスの1インプットと考え，交通サービスのアウトプットとは，一定時間（および一定の快適性，事故発生率などの他の一定のサービスレベル）のもとで，最大限通過し得る交通量として定義すれば，あきらかに，2本の1車線巾員の道路の容量は1本の2車線道路のそれにくらべて小さい。 このとき，道路の限界生産性は逓増していることになる。このような現象は，港湾，空港などの混雑現象が発生している多くの公共施設にみられる。

4．3．2． 費用最小化モデルの設定

ここでは，4.3.1で述べた，第1と第2の因によってのみ規模の経済が働いているつぎのような公共土木計画を考える。

仮定Ⅰ（計画目標） 本計画の計画目標は1個からなり，計画目標として達成せねばならない水準をベクトル $D' = (D_1 \cdots, D_I)$ で示す。

仮定Ⅱ（インプット）計画目標ベクトルDを達成するのに必要な公共投資の対象となるプロジェクトのインプットは2種類に分れる。第1に，可分性を有するJ個のインプットであり，その状態をベクトル $X' = (X_1, \cdots, X_J)$ で示す。ここに，$X_1 \cdots, X_J$ は連続変数である。第2のインプットは，不可分性を有するもので，その状態

注1）今井他（1971a）pp.134〜142参照．

を$Y' = (Y_1, \cdots, Y_K)$で示す。ここに，$Y_1, \cdots, Y_K$は整数である。

仮定Ⅲ（生産関数）インプットXおよびYが計画目標の達成水準におよぼす影響は，線型性を仮定する。すなわち（I×J）および（I×K）行列A_{11}およびA_{12}が存在して次式を満足せねばならない。

$$A_{11}X + A_{12}Y \geq D \qquad (4.3.1)$$

仮定Ⅳ（実行可能域）計画目標達成には直接関係しないが，インプットXおよびYの間には，線型の技術関係が存在する。[注1] これを次式によって示す。

$$A_{21}X + A_{22}Y \geq R \qquad (4.3.2)$$

ここに，A_{21}およびA_{22}はそれぞれ（L×J），（L×K）行列，RはL次のベクトルを示す。

仮定Ⅴ（費用関数）インプットXおよびYの費用関数もまた簡単化のため線型性を仮定する。さらにこれらの費用とは別に，分離形の計画目標達成に必要な費用C_3（D）が存在するものとする。すなわち，総費用Cは次式で示される。

$$C = C_1' X + C_2' Y + C_3(D) \qquad (4.3.3)$$

ここに，C_1'およびC_2'はそれぞれ（I×J）および（I×K）ベクトルで示されるインプット1単位あたりの費用を示す。

以上の仮定のもとに，あらかじめ設定された計画目標Dを達成するために必要な費用を最小にするモデルは（4.3.4）式のように定式化できる。[注2]

$$\left.\begin{array}{ll} \min & C = C_1' X + C_2' Y + C(D) \\ \text{s. t.} & A_{11}X + A_{12}Y \geq D \\ & A_{21}X + A_{22}Y \geq R \\ & X \geq 0 \\ & Y：\text{整数} \end{array}\right\} \quad (4.3.4)$$

4．3．3　費用最小化基準の最適条件　―双対定理―

（4.3.4）式の最適解の性質を検討するために，まず，（4.3.4）式の双対問題を次式のように定義する。[注3]

注1）たとえば，水資源，土地，労働制約など。

注2）仮定Ⅲ，ⅣおよびⅤにおける線型性は，議論を簡単にするために設けた。非線型であっても連続変数Xに関して凸性が成立すれば，以下の議論が成立することは，簡単に証明できる。Balas(1970b) 参照。

注3）この双対問題の定義はBalas（1970 a）による。

$$\left.\begin{array}{lll} \underset{Y}{\min}\ \underset{u,\,v}{\max} & u'D+v'R+(C_2'-u'A_{12}-v'A_{22}) \\ \text{s. t.} & u'A_{11}+v'A_{21}\leq C_1 \\ \text{ここに} & u,v(\geq 0)\text{は双対変数ベクトル。} \\ & Y\text{：整数ベクトル。} \end{array}\right\}\quad (4.3.5)$$

主問題（4.3.4）式の最適解 Y^* は，双対問題（4.3.5）式の最適解 Y^* に一致することが，Balas によって証明されている。[注1] この事実によって（4.3.5）式に（4.3.4）式の最適解 Y^* を代入すれば，（4.3.5）式は u，v に関して線型計画となり，その最適解（u^*，v^*）は通常のシンプレックス法によって求めることができる。

さて，主問題と双対問題の最適解の間の関係はつぎのとおりである。すなわち，Y^* を与件としたとき，（4.3.4）式は，X に関して線型計画となる。その双対問題が Y^* を与件としたときの（4.3.5）式に他ならない。したがって，Y^* を与件としたとき，通常の線型計画の双対定理より定理 1 が導びかれる。

$\boxed{\text{定理 1.}}$　（X^*，Y^*）および（u^*，v^*，Y^*）をそれぞれ主問題（4.3.4）式およびその双対問題（4.3.5）式の最適解とすれば，次式が成立する。

$$\left.\begin{array}{l} (u^{*\prime}A_{11}+v^{*\prime}A_{21}-C_1')X^*=0 \\ u^{*\prime}(A_{11}X^*+A_{12}Y^*-D)=0 \\ v^{*\prime}(A_{21}X^*+A_{22}Y^*-R)=0 \\ C_1'X^*=u^{*\prime}D+v^{*\prime}R \end{array}\right\}\quad (4.3.6)$$

上記の定理 1 は，ちょうど，前節で述べたキューン・タッカーの条件（Kuhn and Tucker's Condition）に対応するので（4.3.6）式の意味を述べることはここでは省略する。重要なことは，（3.4）式の限界費用と双対解との関係である。

このため，本章第 4.2.7 で述べたとき同様，関数 $C^*(D)$ をつぎのように定義する。

$$C^*(D)=\min_{X,Y}\{C(X,Y,D)\mid A_{11}X+A_{12}Y\geq D,\ A_{21}X+A_{22}Y\geq R,\ X\geq 0,\ Y:\text{integer}\}\quad (4.3.7)$$

[注2]

このとき，双対解 u^* と $C^*(D)$ との間には次式が成立する。

$$\frac{\partial C_-^*}{\partial D_i}\leq v_i^*+\left.\frac{\partial C}{\partial D_i}\right|_{\substack{X=X^*\\Y=Y^*}}\leq\frac{\partial C_+^*}{\partial D_i}\qquad (4.3.8)$$

注 1）　Balas（1970a，1970b）

注 2）　証明略．詳しくは，Balas（1970 a，1970 b）または Gray（1967）を見よ。

（4.3.8）式は，前節（4.2.8）式と同様，計画目標D_iを1単位増加（減少）させたときの最小費用の増加（減少）分，すなわち，D_iの限界費用が，双対解u_i^*プラス（X^*，Y^*）でのD_iに関する費用関数C(D)の偏微分係数に等しいことを示している。[注1)] しかし，Yの不可分性によって，$C^*(D)$は，Yに関する限界的変動を有していないので，$C^*(D)$の追加的増加の実態は，比例費用$C_1' X^*$が追加的に変動するのみであって，固定費用$C_2' Y^*$は不変である。

すなわち，（$u_i^* + \frac{\partial C_3}{\partial D_i}$）は，最適解において$Y_j^*=1$となっているインプットのみが使用可能であるという制約下での計画目標D_iの限界費用を示している。したがって，$C^*(D)$は，部分的には凸であるが，全体的には非凸である。

4．3．4　妥当計画目標水準であるための必要十分条件

費用最小問題（4.3.4）式において先決的に設定されている計画目標Dが，効率性を追求する本来のCBAの立場からみて妥当であるか否かを分析するための評価基準には，前節同様純便益最大化という基準を採用する。すなわち，もし，任意の目標水準Dの便益の現価B(D)が既知であるとすれば，最適な目標水準D^*は，（4.3.9）式で与えられる。

$$NB(D^*) = \max_{D\geq 0} NB(D)$$

$$= \max_{D\geq 0}\left[B(D) - C^*(D)\right] \qquad (4.3.9\,a)$$

かつ　　　　(4.3.9 b)

$$NB(D^*) \geq 0$$

ここに（4.3.9 a）式における$C^*(D)$は（4.3.7）式であるから，前節とは異なり，必ずしも凸関数ではない。[注2)] しかし，区間的には凸である。したがって，純便益NB(D)を最大にする最適条件は以下に示すようになる。

$$\left.\begin{array}{ll}\text{条件 I，} & P_i(D) = u_i^*(D) + \dfrac{\partial C_3}{\partial D_i} \\ \text{条件 II，} & NB(D) \geq 0 \\ \text{条件 III，} & \text{条件 I および II を満足するDの中でNB(D)を最} \\ & \text{大にするDであること。}\end{array}\right\} \quad (4.3.10)$$

ここに，$P_i(D)$はi番目の計画目標に対する需要曲線（すなわち，限界支払い対価曲線すなわち，限界便益曲線）を示し，右下りとする。したがって，条件Iは，限界支払い対価（＝限界便益）が限界費用に等しいことを，条件IIは，純便益が非負であることとる，そして条件IIIは，局所的最適解の中で純便益を最大にするものを選択することによって全体的最適性を保証する条件である。[注3)]

（4.3.10）式は，前節同様，計画目標に関する需要曲線$P_i(D)$および費用関数$C^*(D)$が

注1）　C(D)のD_iに関する変微分係数は（4.3.3）式より$\frac{\partial C_3}{\partial D_i}$となる。

注2）　具体的例としては4.3.5を参照。

注3）　前節の凸環境下では，条件IIIは不要であった。条件IIIの成立の検証が必要なことが非凸環境の特徴である。しかし，条件IIIの成立がなくても条件IおよびIIが成立しているDならば一応，許容可能な目標水準であるといえよう。

既知のときに最適な計画目標D^*を求める式である。

しかし，逆に，もし，ある計画目標Dが与えられたとき，その与えられたDが純現価を最大にする最適計画目標D^*と一致するための条件式ともみなすことができる。すなわち，与えられたDが最適値D^*と一致するためには，需要関数がいかなる構造をもっていなければならないかを示している。この意味で，（4.3.1 0）式は，費用最小化問題において前提とされたDが最適であるための条件式である。

さらに，議論を進めて，前節の結論との対照性を明確にする。このため，前節同様，需要関数が線型であって，かつ，相互に独立な場合について（4.3.1 0）式を具体化する。

まず，前節同様，需要関数を次式で定義する。

$$P_i(D) = \alpha_i - 2\beta_i D_i \qquad (4.3.1\ 1)$$
$$(i = 1, \cdots, I)$$

ここに，α_iおよびD_iは既知，β_iは未知の係数を示す。

このとき（4.3.1 0）式はつぎのようになる。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{条件 I} & \alpha_i - 2\beta_i D_i = u_i^*(D) + \dfrac{\partial C_3}{\partial D_i} \\ \text{条件 II} & \displaystyle\sum_{i=1}^{I} (\alpha_i - \beta_i D_i) D_i - C^*(D) \geq 0 \\ \text{条件 III} & \text{（4.3.1 0）式に同じ。} \end{array}\right\} \qquad (4.3.1\ 2)$$

まず，条件Ⅰより，α_iおよびD_iが既知であるから，β_iは次式により求まる。

$$\beta_i = \frac{\alpha_i - u_i^*(D) - \dfrac{\partial C_3}{\partial D_i}}{2D_i} \qquad (4.3.1\ 3)$$

このβ_iを条件Ⅱの式に代入して，その非負性を検討する。そして，非負であれば，条件Ⅲの検討にうつる。注1）

以上の関係から，計画目標D_iの妥当性の検討はつぎのような手順によって行うことができる。注2）

第1に，α_i（あるいはその上限値）を与件としたとき，α_iが限界費用$u_i^*(D) + \dfrac{\partial C_3}{\partial D_i}$より小さいか否かを判定する。もし，少さいならば，設定された計画目標の水準D_iは妥当ではない。

注1）条件Ⅲの検討方法は具体的な問題に異なる。（本章4.3.5参照）。もちろん，局所的最適性と純便益の非負性のみを評価基準とすれば，条件Ⅲは不要となる。この基準は，全体的最適性を保証していないという欠点をもっているけれども，1つの重要な長所をもっている。
それは，条件Ⅰおよび Ⅱは，与えられたDのもとでの費用最小化問題（4.3.4）式の最適解およびその双対解のみによって，計算可能であるのに対して，条件Ⅲの計算には，Dをすべての範囲にわたって変動させて（4.3.4）および（4.3.5）式を解かねばならないという点である。このため，条件Ⅲの検討は極めて困難を生じる。この理由により，局所的最適化基準も捨てがたい。

注2）α_iの意味については，本章4.2.4参照

第２に，$\alpha_i \geq u_i^*(D) + \frac{\partial C_3}{\partial D_i}$ なる関係が成立している場合には，条件Ⅱの成立を判定する。もし，条件Ⅱが成立していなければ，D_iは妥当ではない。

第３に，条件Ⅱが成立している場合には，条件Ⅲの成立の判定を行なう。ここでも条件Ⅲが成立していなければ，D_iは妥当ではない。最後にもし，条件Ⅰによって計算されたβ_iの値によって，Dが条件ⅡおよびⅢが成立している場合には，Dが最適な目標であるためのβ_iしたがって便益関数が推定されたことになる。β_iの値が妥当であるか否かは，経験的判断にまかすこととなる。

4．3．5　簡単な例

(1)　簡単な例の設定

ある地域のある期の計画目標として水需要Dを設定し，この水需要を供給するのに必要なダムサイト１および２が候補地として考えられているものとする。ダムサイト１および２のダムの規模をそれぞれx_1 およびx_2 としたとき，費用を最小にするx_1 およびx_2 の値を求める費用最小化計画（4.3.1 4）式を考える。

$$\left.\begin{array}{ll} \min\limits_{x_1, x_2 \geq 0} & C = C_1(x_1) + C_2(x_2) \\ \text{s. t.} & a_1 x_1 + a_2 x_2 \geq D \end{array}\right\} \quad (4.3.14)$$

ただし，$C_i(x_i)$（$i=1$，２）は，各ダムサイトに規模x_i のダムを建設し，需要地域まで配水するのに必要な総費用であって，次式で表現される規模の経済が働くものとする。

$$C_i(x_i) = \left\{\begin{array}{ll} 0 & (x_i = 0 \text{のとき}) \\ f_i + C_i x_i & (x_i > 0 \text{のとき}) \end{array}\right\} \quad (4.3.15)$$

ここに，f_i，C_i はそれぞれ固定および比例費用を示す。

また，a_i（$i=1,2$）は，ダムの規模１単位によって供給される水量であって，これは簡単化のため，x_i と独立に一定であると仮定する。

さらに，ダムサイト１および２の両方が常に候補地であるように以下の仮定を設ける。

$$\left.\begin{array}{l} f_1 < f_2 \\ C_1/a_1 > C_2/a_2 \end{array}\right\} \quad (4.3.16)$$

(2)　最適解の計算

（4.3.1 5）式によって特徴づけられた目的関数をもつ費用最小化計画（4.3.1 4）式は，（4.3.1 7）式に示すような混合整数計画に書きなおすことができる。

$$
\left.
\begin{array}{ll}
\displaystyle\min_{x_i, y_i} \sum_{i=1}^{2} (f_i y_i + C_i x_i) & \\
\text{s. t.} \quad a_1 x_1 + a_2 x_2 \geq D & \\
\qquad x_i \leq Q y_i & (i = 1, 2) \\
\qquad x_i \geq 0 & (i = 1, 2) \\
\qquad y_i = 0 \text{ or } 1 & (i = 1, 2) \\
\text{ただし，}Q\text{は非常に大きな正数} &
\end{array}
\right\} \quad (4.3.17)
$$

つぎに，（4.3.17）の解および最適値は，以下のようになる。

case I.　$D \leq D_o$ の場合

$$
\left.
\begin{array}{ll}
x_1^* = D / a_1 , & y_1^* = 1 \\
x_2^* = 0 , & y_2^* = 0 \\
C^* = f_1 + (C_1 / a_1) D &
\end{array}
\right\} \quad (4.3.18a)
$$

case II.　$D > D_o$ の場合

$$
\left.
\begin{array}{ll}
x_1^* = 0 , & y_1^* = 0 \\
x_2^* = D / a_2 , & y_2^* = 1 \\
C^* = f_2 + (C_2 / a_2) D &
\end{array}
\right\} \quad (4.3.18b)
$$

ただし，

$$
D_o = (f_2 - f_1) / (C_1/a_1 - C_2/a_2) \qquad (4.3.19)
$$

また，C^*は目的関数の最小値を示し，この値をDの関数としてグラフを書けば図－4.3.1のように表現される。

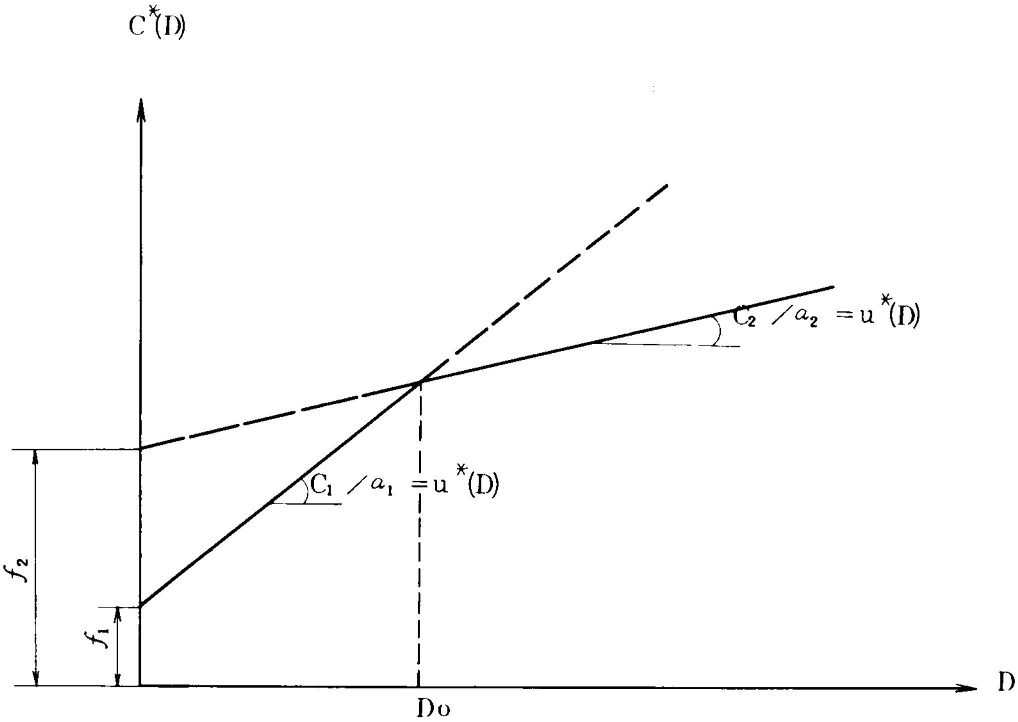


図 4.3.1　Dの関数としての費用関数 $C^*(D)$

一方，（ 4.3.1 7 ）式の双対問題は，次のようになる。

$$\left.\begin{array}{lll}\min\limits_{y_i}\ \max\limits_{u,v_i} & Du+\sum\limits_{i=1}^{2}\{f_i-Qv_i\}y_i & \\ \text{s. t.} & a_1\ u-v_1\leq C_1 & \\ & a_2\ u-v_2\leq C_2 & \\ & u, v_1, v_2\geq 0 & \\ & y_1, y_2=0 \text{ or } 1 & \end{array}\right\}\quad (4.3.20)$$

（ 4.3.2 0 ）式における y_i の値は元問題の解に一致していることを利用して，双対解を求めると次のようになる。

case Ⅰ. $D\leq D_o$ の場合

$$\left.\begin{array}{l} u^*=C_1/a_1 \\ v_1^*=0 \\ v_2^*:\text{次式を満足する任意の数} \\ v_2^*\geq a_2(C_1/a_1-C_2/a_2) \end{array}\right\}\quad (4.3.21a)$$

case Ⅱ. $D>D_o$ の場合

$$\left.\begin{array}{l} u^*=C_2/a_2 \\ v_1^*:\text{非負の任意の数} \\ v_2^*=0 \end{array}\right\}\quad (4.3.21b)$$

（ 4.3.2 1 ）式において，当然のことながら，（ 4.3.8 ）式が成立している。すなわち，双対解 U^* は最適値 $C^*(D)$ の傾きを示している。

(3) 計画目標の妥当性

水需要Dに対する需要曲線を（ 4.3.1 1 ）式に示したように直線で仮定すると，与えられた計画目標値 $\bar{D}$ が，純便益を最大にするという意味での最適計画目標値に一致するための条件（ 4.3.1 2 ）式を，（ 4.3.1 7 ）式に則して整理するとつぎのようになる。

case Ⅰ. $\bar{D}\leq D_o$ のとき

$$\left.\begin{array}{ll} \text{条件Ⅰ.} & \alpha-2\bar{D}\beta=C_1/a_1 \\ \text{条件Ⅱ.} & \beta\geq f_1/\bar{D}^2 \\ \text{条件Ⅲ.} & \beta\geq(C_1/a_1-C_2/a_2)/4(D_o-\bar{D}) \end{array}\right\}\quad (4.3.22a)$$

case Ⅱ $\bar{D}>D_o$ のとき

$$\left.\begin{array}{ll} \text{条件Ⅰ} & \alpha-2\bar{D}\beta=C_2/a_2 \\ \text{条件Ⅱ} & \beta\geq f_2/\bar{D}^2 \\ \text{条件Ⅲ} & \beta\geq(C_1/a_1-C_2/a_2)/4(\bar{D}-D_o) \end{array}\right\}\quad (4.3.22b)$$

（4.3.22）式は，設定された計画目標水準$\bar{D}$が妥当であるためには，水需構造を決定するパラメータαおよびβがいかなる範囲の値をとらねばならないかということを示している。このαおよびβの範囲を更に具体的に示すために，以下ではcase Ⅰ（すなわち（4.3.22a）式）の場合について述べる。case Ⅱについても全く同様の結論を得る。

さて，case Ⅰの場合について（4.3.22a）式を満足する（α，β）の範囲を図示したものが，図－4.3.2および図－4.3.3における太線である。図－4.3.2における点Gの（α，β）の値

$$(\alpha_0, \beta_0)=(C_1/a_1+2f_1/\bar{D},\ f_1/\bar{D}^2) \qquad (4.3.23)$$

は，$\bar{D}$が最適計画目標であることを保証する（α，β）の値のうちで，純便益が最小になっている。すなわち，純便益がちょうどゼロであり，かつ，$NB(\bar{D})$が最大値をとっている。この意味で，点G（α_0，β_0）は，最悲観値を示している。

図－4.3.3における最悲観値は点H（α_1，β_1）であるが，この点の（α，β）の値，

$$(\alpha_1, \beta_1)=\{C_1/a_1+2D_0\beta_1,\ (C_1/a_1-C_2/a_2)/4(D_0-\bar{D})\} \qquad (4.3.24)$$

に対しては，簡単な計算により，純便益$NB(\bar{D})$はゼロではなく，正値をもっていることが判明する。

他方，最悲観値に対応する意味での最楽観値は，図－4.3.2および図－4.3.3のいずれの場合にも存在していない。しかし計画目標$\bar{D}$がゼロのとき，すなわち，（4.3.14）式で表現されている計画がないときの水需要者の限界支払い時価を示すαの値には，本章4.2.4に述べた理由により上下限値が存在する。注）

したがって，αの上下限値$\underline{\alpha}$および$\bar{\alpha}$が測定されたと仮定すれば，つぎのような結論を得る。

① 図－4.3.2の場合において，$\underline{\alpha}\leq\bar{\alpha}<\alpha_0$ならば，$\bar{D}$は不適当な計画目標である。

② 同じく図－4.3.2の場合において，$\underline{\alpha}\leq\alpha_0\leq\bar{\alpha}$ならば，（$\alpha_0$，$\beta_0$）および（$\bar{\alpha}$，$\bar{\beta}$）が$\bar{D}$の妥当性を許容する需要構造のそれぞれ最悲観値および最楽観値である。ただし，

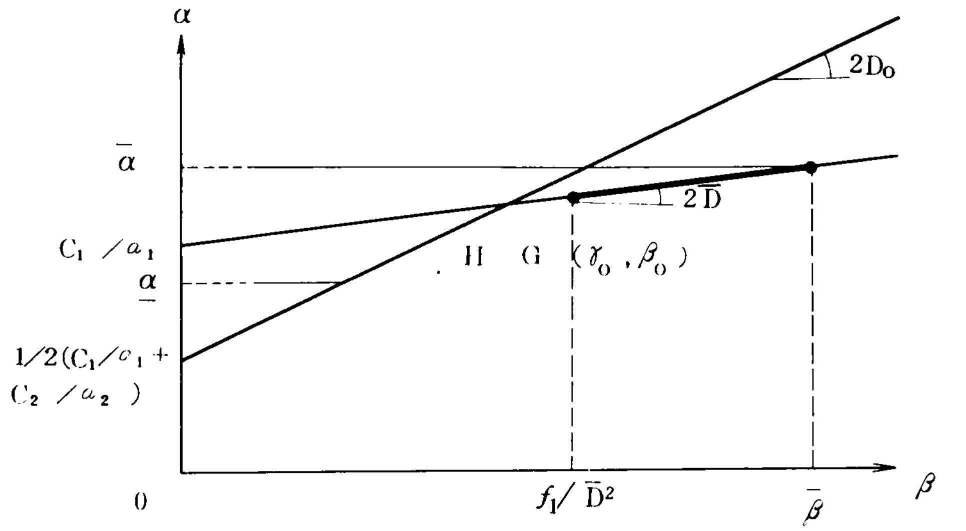
$$\bar{\beta}=(\bar{\alpha}-C_1/a_1)/2\bar{D}$$

③ 同じく図－4.3.2の場合において，もし，$\alpha_0<\underline{\alpha}\leq\bar{\alpha}$ならば（$\underline{\alpha}$，$\underline{\beta}$）および（$\bar{\alpha}$，$\bar{\beta}$）がそれぞれ最悲観値および最楽観値である。ただし，$\underline{\beta}=(\underline{\alpha}-C_1/a_1)/2\bar{D}$.

④ 図－4.3.3の場合には，上記①～③におけるサフィックス0を1におきかえた同様の結論を得る。

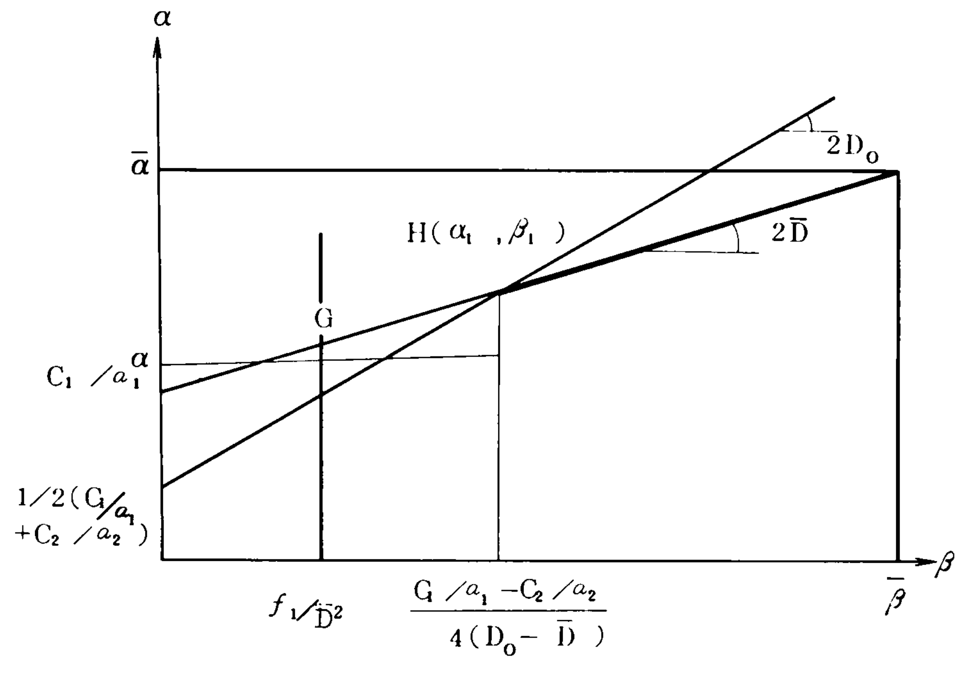
⑤ ①～④の結論はcase Ⅱの場合についても同様である。

注）この場合下限値$\underline{\alpha}$としては，水の料金が考えられるが，上限値$\bar{\alpha}$はいろいろと考えられる。たとえば，地下水のくみ上げが規制されていないところでは，地下水くみ上げ費用，規制されている場合には，海水の淡水化費用などが考えられる。



図－4.3.2　計画目標 $\bar{D}$ の妥当な範囲（その1）

（ただし，$f_1 / \bar{D}^2 > (C_1 / a_1 - C_2 / a_2) / 4(D_0 - \bar{O})$ ）



図－4.3.3　計画目標 $\bar{D}$ の妥当な範囲（その2）

（ただし，$f_1 / \bar{D}^2 < (C_1 / a_1 - C_2 / a_2) / 4(\bar{D}_0 - \bar{D})$ ）

4．4　結　言

本章では，公共土木計画においてよく採用される評価基準である「費用最小化基準」とこの基準が必ず前提としている計画目標の妥当性の検討方法について述べた。得られた結論は以下のとおりである。

① 設定された計画目標が純便益を最大にしているという意味で妥当であるためには，当該計画目標が次の3条件を満足しているような需要構造（したがって計画目標の便益関数）をもっている必要がある。

条件Ⅰ　計画目標の限界便益が対応する限界費用に等しい。

条件Ⅱ　純便益は非負である。

条件Ⅲ　条件ⅠおよびⅡを満足する計画目標水準が複数個ある場合には，当該目標値がこれらのうちで純便益を最大にするものである。

② 費用最小化問題は凸環境下と非凸環境下のそれに分類することができ，凸環境下では①で述べた条件Ⅲは不要であり，条件ⅠおよびⅡのみで条件Ⅲを満足している。これに対して非凸環境下では条件Ⅲが重要度をおびてくる。

③ 条件Ⅰにおける限界費用は，費用最小化問題を適当に定式化し，その双対定理を利用することによって計算可能である。

④ 一方，限界便益を計画目標水準の関数として表示したものは，計画目標サービスに対する需要関数に他ならない。

⑤ この需要関数の線型性を仮定したときの定数項は，当該プロジェクトが実行されなかったときに，当該サービス需要者が次善の策としてとるであろう行動によって発生する限界費用の中での最高値を示めしているので，この上下限値を知ることが比較的簡単に可能である。

⑥ この上下限値と限界費用との比較によって，設定された計画目標が妥当であるための需要関数のパラメーターの範囲を得ることができる。

⑦ 本研究で提案した計画目標の妥当性の検討方法は，直接，便益を計算する方法に比較して，より少ない情報によって得られるため，より不確実ではあるが，簡便である。

⑧ さらに本方法は，計画立体が“暗黙”のうちに想定している便益関数を明確に計量化するという点では，計画のあいまいさを除去する有用な武器であるとも考えられる。

第５章　段階的投資計画に関する研究

５．１．概　説

効率性基準すなわち純便益最大化基準にもとづいて，プロジェクトを評価する場合の一般式は次式のように表現される。

$$N^{*}=N(X^{*})=\max_{X\in\Omega}N(X)=\max_{X\in\Omega}\left[B(X)-C(X)\right] \quad (5.1.1)$$

ここに

X：対象としているプロジェクト（群）のインプットの諸元を示すベクトルであって，たとえば，規模，配置，実行時期などを総合的に示す。

Ω：Xの実行可能域を示し，プロジェクトのインプットとアウトプットとの関係を表わす生産関数をも含む。

B(X),C(X),N(X)：それぞれ，Xなる諸元に対応する便益，費用および純便益の現在価値を示す。

記号＊：最適値を示す。

本章の目的は，プロジェクトの諸元Xのうちでとくに，プロジェクトの実行時期に着目して投資形態のあり方を分析することにある。

ところで，実行時期という問題に焦点をあてたとき問題となるのは，つぎの２つの点である（表－5.1.1参照）。

第１に，（5.1.1）式におけるΩが，プロジェクト相互の依存関係を示すものであるか否かという点にある。この相互依存関係は，土地，労働，水資源などのプロジェクトのインプットの制約条件として表現されることもあり，あるプロジェクトのある時期の実行が，他のプロジェクトの便益関数B(X)に影響を与えるという場合もある。

表－5.1.1　段階的投資計画の分類

相互依存性 ＼ 凸性	独　立	相互依存
凸環境	純粋な実行時期決定問題	最適経済成長論（経済成長論 資源制約）
非凸環境		狭義の段階的投資計画（２段階問題 多部門多段階問題）

第2に，（ 5.1.1 ）式のΩおよび目的関数N(X)のおかれている環境が凸であるか否かという点にある。ここに凸環境とは，N(X)がXについて凹関数であり，ΩがXに関して凸集合であることを示し，このとき，（ 5.1.1 ）式のXに関する局所的最適解は，全体的最適解に一致する。しかし，プロジェクトの非分割性[注1)]や規模の経済が働く[注2)]ような場合には，非凸環境となり，一般に局所的最適解が多数存在するので，取扱いが面倒となる。

以上の2つの観点より，プロジェクトの実行時期に焦点をあてた研究を分類すると表5.1.1に示すように，大別して，純粋な実行時期問題，最適成長論および狭義の段階的投資計画からなる。以下にその概要と関連する従来の研究ならびに本章との関係について述べることとする。

(1) 純粋な実行時期の決定法

純粋な実行時期の決定問題（ pure timing problem）とは，唯一のプロジェクトに着目し，当該プロジェクトの実行時期以外の諸元を与件として純現在価値を最大にする実行時期を決定する問題である。本分野の研究は， Marglinによってはじめて定式化され，[注3)]また通常の費用便益分析の教科書においても決定の公式として記述されている。[注4)]

その結論はつぎのように要約される。すなわち，最適実行時期における便益は，その期の資本の機会費用に等しい。したがって，最適実行時期は，その期の便益が丁度資本の機会費用に等しくなるように決展されるべきであると結論できる。[注5)]

本研究では，以上のように本問題の性質はよくわかっているにもかかわらず，次節5.2において純粋な時期，時期問題をとりあげる。その理由は以下のとおりである。

第1に，本問題は，5.3以降において述べる2段階建設計画や多部門多段階投資計画の諸問題における局所的最適問題としてくりかえし発生するという意味で最も基本的問題である。

第2に，実行時期の最適条件の意味を解釈しているだけにとどまっている従来の研究では便益や費用に含まれているさまざまなパラメータに関する成度分析がなされていない。実際のプロジェクトの評価にあたっては，パラメーターを確実に予測できることは稀である。したがって，感度分析はパラメーターの変化による最適実行時期への影響を調べ，この情報をもとに最適実行期の範囲を知ることができるという点でぜひ必要である。

注1） Ωが凸集合とならない。
注2） 通常C（X）が凸関数とならない。
注3） Marglin(1963) pp. 22～23
注4） たとえば，Dasgupta and Pearce(1972)，邦訳pp. 190～192
注5） なお，実行時期のみを変数とするのではなく，投資規模をも同時に変数にした場合の結論もほゞ同じである。Marglin（1963）参照。

(2) 最適経済成長論

ここにいう最適経済成長論とは，凸環境下にあり，かつ，相互に関連する複数のプロジェクトの最適実行時期を決定する問題を総称していう。

プロジェクトの相互関連の表現方法は，大別して，2つに分れる。第1は，実行可能域Ωにおける予算，水資源，土地などの稀少資源による制約によって関連づけられる方法である。第2は，ある期(t期とせよ)に実行されたプロジェクトによって，t期以後に実行されるプロジェクトの費用または便益が影響を受けて変化するという形で表現される方法である。

第1の表現方法の典型例は，予算制約下での分別可能なプロジェクトの選択問題であり，簡単な線型計画によって定式化される。注1)

第2の表現方法の典型例は，最適経済成長論にみられる。注2) ここでは，t期に実行したプロジェクトの便益がt期以降に実行するときのプロジェクトの資源となるという表現がなされる。

しかし，上記，いずれの場合においても凸環境下であるので，5.1(1)で述べたように，衆知の限界条件によって決定される。したがって，この分野では，特別に実行時期に着目して，その最適条件を吟味しても新しい概念は必要としない。以上のような理由で，本研究では，凸環境下のプロジェクト実行時期の問題はとりあつかわない。

(3) 段階的投資計画

ここにいう段階的投資計画とは狭義のそれであって，何らかの非凸環境事象(通常は，規模の経済とプロジェクトの不分割性)を導入したときの複数のプロジェクトの実行時期をとりあつかう分野である。

本分野は，大別して，3つに分類される。

第1の分野は，段階的投資の必要性とその形態の分類である。これは，主に最も単純な2段階投資計画の分野で発達してきた。第2の分野は，1部門の多段階投資過程の決定法に関するもので，主としてDPの提唱がなされてきた。

第3の分野は，最も複雑な多部門(あるいは多地域)多段階投資計画に関するものである。以下にその概要と本研究との関連を述べる。

(a) 2段階投資計画

2段階投資計画で対象としているプロジェクトは，分割使用が可能であって，2つの同じ規模の分割最小単位が存在する性質をもつ。

分割最小単位を適当に組合せて建設する形態は，大別して3つに分類される。

第1の形態は，追いかけ型(myopic behavoir)とよばれるものであって，これ

注1) Weingarter(1963),Marglin(1963)がくわしい。また，凸環境での資源制約のある多期間問題の定式化とその最適解の性質についてはMaass,et al (1962)が系列的に述べている。

注2) Dorfman,Samuelson and Solow(1958)Chap. 12 にその典型例がみられる。

は，分割最小単位を個別に，個別の最適時期に建設する方式である。第2の形態は，段階型（ stage construction）とよばれるものであって,これは，2つ以上の分割最小単位を将来統合して一体的利用ができるように，最初の分割最小単位の建設を行ない，つぎにある最適時期につぎの単位の建設を行う方式である。2つの場合2段階投資計画と称する。第3の形態は，一括型（ joint construction）とよばれるものであって，これは，第2の形態の段階型と同じ意図をもっているけれども，その手段として，2つ以上の分割最小単位を一括してある最適時期に建設する方式である。

以上の3つの建設形態を，ある地点間の4車線建設の道路の例で示すとつぎのとおりである。

道路の規模は，車線数で示され，分割最小単位は2車線である。追いかけ型とは，2車線の道路をそれぞれ異なった時期に2本建設する方式であり，段階型と一括型は，最終的には4車線の道路を1本建設する方式である。

しかし，一括型がある期に一括して4車線道路を建設してしまうのに対して，段階型は，将来2車線の拡張を行ない4車線道路として使用可能であるように最初の2車線を建設し，後に2車線の拡張工事を行なって最終的には4車線の道路を一本建設する方式である。

以上の説明からわかるように，まず初期建設費からみれば，追いかけ型が最も安く，つぎに段階型，一括型が最も高くなる。しかし，追いかけ型は，将来も2車線の道路2本のサービスしか提供できないため，4車線サービスを提供する一括型および段階型とくらべて利用者便益は将来にわたって小さくなる。他方，一括型と段階型の比較においては，両者ともに最終的には，4車線サービスを提供する点では同じであるが，一括建設は，初期のころの需要に比較して過大な初期投資となるので資本の遊休が生じる。これに対して，段階建設は初期の資本の遊休はなくなるが，2度にわたって工事を行なわねばならないために，段取費用などの規模に比例しない固定費用の存在のために一般に建設費がかさむ。また，1段階目から2段階目の間の期間には2車線サービスしか提供できないという欠点がある。

こうして，利用者費用および建設費用の両者に規模の経済が働く場合には，上記3つの形態が比較されねばならない。もちろん，規模の経済が全然働かない場合には，追いかけ型が有利となり，段階および一括型は不要となる。注1）

以上のような問題に関する従来の研究を概観してみると，大部分の研究が何らかの非凸現象を導入しているが，その比較の対象は段階型と一括型のみであって，注2）追いかけ型との比較がなされていない。注3）また，たとえ追い型投資の存在が明記されてあ

注1） 5.3.4参照

注2） Sorensen and Jackson(1968),高速道路調査会（ 1969 ），吉田 滋（ 1969 ）Slettemark(1970),U.S.Bureau of Public Roads(1961)

注3） 吉田哲生（ 1975)においては，追い型投資の存在が明記してある。

っても，それぞれの形態における最適実行時期が異なるという点を考慮された研究は行なわれていない。さらに，需要の弾力性がゼロという限られた場合の研究が多い。注1)

この現況を鑑み，本研究では，5.3においてつぎの点を考慮した2段階建設計画をとりあつかう。

(1) 追いかけ，段階，一括の3者の比較を行なう。

(2) それぞれの最適実行時期が異なるという点を明確に考慮する。

(3) 需要の弾力性を明確に取り入れ，弾力性ゼロの場合は特殊条件であることを明確にする。

(4) 以上の(2)および(3)の一般的状況のもとで，もし，規模の経済が働かなければ追いかけ型が常に最も有利であることを証明する。注2)

なお，上記の分析を行なうために多段階ではなく2段階に限定している理由は以下のとおりである。

(1) 2段階計画は，追いかけ，段階，一括型の3つの形態の選択が迫られる場合のうちで，最も簡単な場合である。

(2) 通常の多段階計画は，DPその他の数理計画法の助けを必要とするために，パラメータに特定の数値を入れた場合の解，すなわち数値解は得られるけれども，パラメータに関する感度分析が困難である。注3)

(3) 多段階計画では，追いかけ，段階，一括の3形態が重複してくりかえし必要とされるだけである。

(4) 高速道路，ダムのように従来の多くの実用に供された段階建設には，圧倒的に2段階計画が多い。

(b) 多段階投資計画

(a)で述べた2段階投資計画を一般的にするためには，2段階という限定がはずされねばならない。実際には，多部門であり多段階計画の策定法が要求され，これらの定式化とそのアルゴリズムが追求されて来た。このような多段階投資計画の策定法とその解法についての従来の研究は，1部門の多段階建設計画であり，非弾力的需要下での費用最小という評価基準を採用し，その解法としてDPの計算効率のよさが提唱されている。注4)

注1) 需要の弾力性に関する議論がなされているのはわずかに，高速道路調査会(1969)および吉田 滋(1969)のみであり，これらの段階型と一括型を比較するに際して，前者の第1段階目の建設時期と一括建設時期とが等しいという仮定が暗黙のうちに設定されている。

注2) この結論は需者の弾力性がゼロであってももちろん成立する。この場合の証明については，長尾，森杉吉田(1976)参照。

注3) 多段階計画をLPによって定式化した場合に，最適解が変化しないような目的関数の範囲の求め方については，8.4および8.5参照。

注4) たとえば，長尾，高田，箕田(1971)，長尾，森杉，林(1972)，Gannon(1974)などを参照。なお，DPの提唱ではないが規模の経済が動く場合1部門多段階投資計画論としてはManne(1961)が最初であろう。

また，1部門を拡張して多地域多部門多段階投資計画の定式化とその解法についての研究も行なわれた。これらの研究は，河野（1968）を除いて，非弾力的需要のもとでの費用最小化基準を採用し，そのいずれもがその解法として，（混合）整数計画法が効率的であることを提唱している。注1）

以上の従来の研究の概観からわかるように本分野の主流は，主として，多段階投資計画の定式化とその効率的なアルゴリズムの開発にあり，具体的な政策的提言はなされていないのが現状であろう。注2）このような定式化とその効率的なアルゴリズムの開発は，計画の対象（道路，港湾，工業開発，都市計画など）によって異なるため，一般論としてとりあつかいが困難となる。このため，本研究は工業開発のための定式化とアルゴリズムについて，8章において述べることとし，本章では，つぎのような1つの理論的問題をとりあつかうこととする（5.4参照）

多数の地域の多数の部門が提供するサービスに対して，非弾力的需要の時系列が与えられている。この需要を満足すべく多数の地域の多部門の投資計画を考える。非弾力的需要であるから，費用最小化基準は純便益最大化基準と一致することになる。この問題の定式化を0－1混合整数計画法で定式化する。以上の問題の提起とその定式化については従来の多部門多段階投資計画の簡単な拡張にすぎないが，以下の点で本研究の意義があるものと考えられる。すなわち，本研究が対象としている多地域の多部門段階投資を1つの中央公共体が専制的に実行するのではなく，各地域の各部門にゆだねて，しかも全体的最適性を保つためには，いかなる補助金（あるいは罰金）政策を施行すればよいかという分権的達成システムを展開する。注3）

(4) 本章の構成

(1)において段階的投資計画を分類し，それぞれの計画の内容を説明してきたが，本研究では従来の研究を概観した結果にもとづき，つぎのような構成によって本章の研究を展開する。

第1に，5.2においては，純粋なプロジェクト実行時期の決定問題をとりあげる。ここでは，プロジェクトの便益や費用を構成するさまざまなパラメーターが最適実行時期にいかなる影響を与えるかを明確にし，5.3に述べる2段階投資計画の基礎的情報を得る。

第2に，5.3では，混雑の発生する施設の2段階投資計画をとりあげる。ここでは，

注1） Vietoriz （1963）, Weingartner （1963）, Marglin （1963），河野（1968），長尾，森杉，佐藤（1973），Nagao and Morisugi （1974），森杉（1976 b）参照。また工業開発の多地域多段階計画については本研究第8章参照。

注2） 長尾，高田，箕田（1971）においては，計画可視限界なる概念が提案されている。これは。i段階に対する最適政策が任意のj（$>i$）段階問題に対する最適政策の1部を構成している場合のi段階までの期間をいう。こうして計画可視限界の存在条件を吟味することによって，多段階計画をより段階の少ない小さく段階計画に分割することができることになる。

注3） 具体的な適用例については，ターミナル建設主体と中央政府との関係を述べた10章参照。また，費用最小化基準と計画目標の妥当性についての理論的考察は4章，土木計画への適用例は6章 参照。

建設費用と利用者費用に規模の経済が働く場合の追いかけ型，段階型および一括型の優劣の比較，ならびに，パラメーターに関する感度分析を行なった後，規模の経済が働かない場合には，常に追いかけ型が有利であることを厳密に証明する。

第3に，5.4では多地域多部門段階投資計画をとりあげる。ここでは，多地域多部門多段階投資計画を混合整数計画法で定式化した後，その双対定理を展開し，その解釈を行なうことによって，最適解の性質を明らかにし，最適解の性質により，本計画の分権的達成の可能性を示唆する。そして，分権的達成のための補助金（罰金）政策のあり方を提案することとする。さらに，本分権的達成のために，地方当局に課されている評価基準においては，もはや複雑な一括型や段階型を考慮する必要はなく，単に各期のプロジェクトの純収益がプラスになっているかどうかという追いかけ型の最も単純な評価形態のみで十分であることが証明される。

5.2 純粋な実行時期の決定方法

本節では，5.1の(1)で述べた純粋な実行時期の決定問題をとりあつかう。このため，以下に，設けた仮定とその妥当性の吟味およびモデルの定式化（5.2.1），最適実行時期の決定方法とその性質（5.2.2）および実行時期に影響を及ぼす各種パラメーターに関する感度分析を行ない，5.3以下の段階建設計画の分析の準備を行なう。

5.2.1 実行時期決定モデルの設定

プロジェクト実行時期を分析するために設けた仮定とその妥当性は以下に示すとおりである。

仮定Ⅰ（分割不可能性） 唯一つのプロジェクトを対象とする。最適利用量の制御という唯一つの例外を除き，[注1] 実行時期 t 以外のプロジェクトの諸元はすべて与件とする。したがって，本プロジェクトは分割不可能であり，その初期投資額をKとする。

仮定Ⅱ（耐用年数）本プロジェクトの耐用年数は無限大と仮定する。[注2]

仮定Ⅲ（付帯費用）本プロジェクトのサービスを提供するに際しては初期投資額Kに加えて，プロジェクトのサービスを享受するために付帯費用（additional costs）が必要であるものとする。付帯費用Cはプロジェクトのサービスの利用量Dの関数であり次式の形式をもっているものとする。

$$C = \{ \xi + (\eta / 2) D \} D \qquad (5.2.1)$$

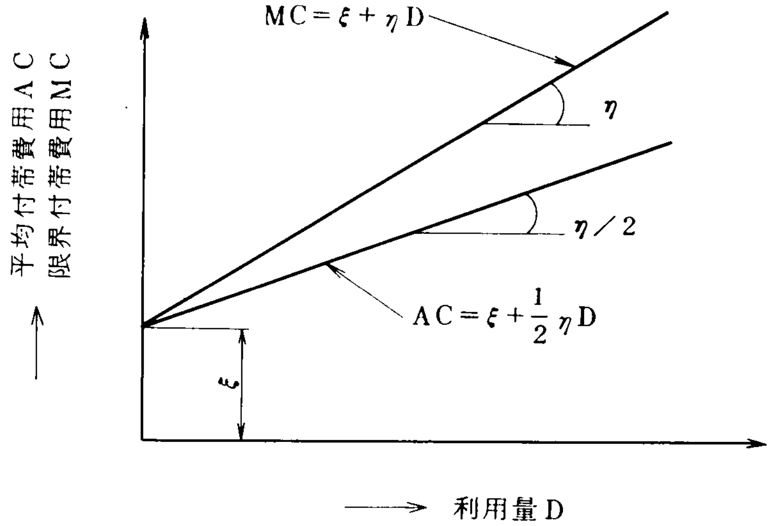
注1） 仮定Ⅴ参照

注2） この仮定は，一見非現実的な仮定のようであるが，費用も便益も割引かれるので，30年後の値の現在価値はほとんどゼロといってしまうという事実によって，かなり現実的な仮定と考えられる。

ここにξおよびηは既知の正の係数を示す。(5. 2. 1)式の意味はつぎのとおりである。すなわち，本プロジェクトのサービスを利用するに際しては，付帯費用を必要とする。この付帯費用の利用量1単位あたりの平均および限界付帯費用ACおよびMCは(5.2.1)式より

$$\left.\begin{aligned} AC &= \xi + \frac{1}{2}\eta D \\ MC &= \xi + \eta D \end{aligned}\right\} \qquad (5.2.2)$$

で与えられる。(5. 2. 2)式は，サービスの利用に際して混雑が発生していることを示している。すなわち，ξは利用量Dに無関係な平均および限界付帯費用を示し，また($\eta/2$)およびηは利用量の増大に線型に比例する平均および限界付帯費用を示している(図－5. 2. 1参照)



図－ 5. 2. 1.　付帯費用曲線

なお，付帯費用には，道路走行費や時間費用などの利用者が負担する利用者費用に加えて，大気汚染，水質汚濁，騒音などの外部不経済が概念上含まれているものとする。また通常の定義とは異なるが，プロジェクトの維持管理費用も含まれているものとする。

仮定Ⅳ　（需要曲線）プロジェクト・サービスに対する需要曲線は，つぎのような形式をもっているものとする。注1）

$$\left.\begin{array}{l} P(\tau, D)=\alpha+\beta\tau-\gamma D \\ \text{ただし，任意の}\ \tau\ \text{に対して} \end{array}\right\} \qquad (5.2.3)$$

$$\alpha+\beta\tau>\xi_0>\xi$$

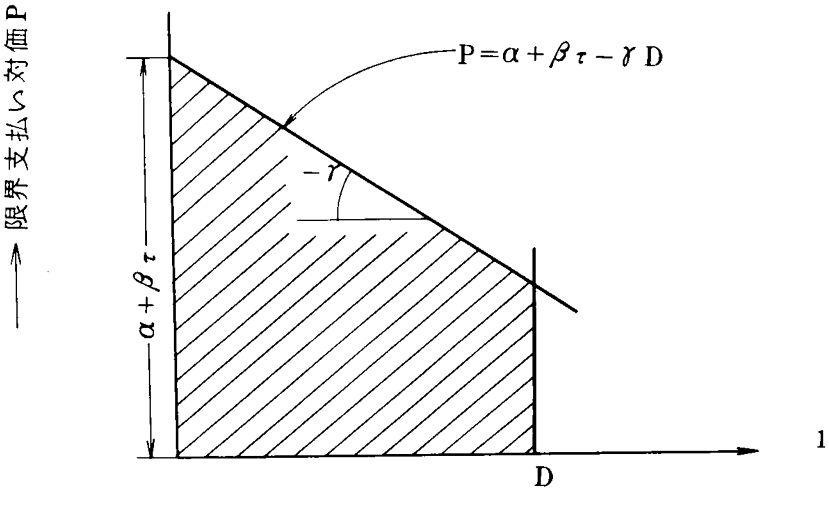
ここに，α，β，γ は既知の正の係数，τ はある時点を0とするときの時期を示し，Pは時期 τ のプロジェクトサービスに対する限界支払い対価（MWTP）を示す。注2）したがって，本プロジェクトの任意の時点 τ における粗便益B（τ．D）は次式で示される（図－5.2.2の斜線の面積）。

$$B(\tau, D)=\int_0^D P(\tau, D)\,dD$$

$$=\int_0^D (\alpha+\beta\tau-\gamma D)\,dD$$

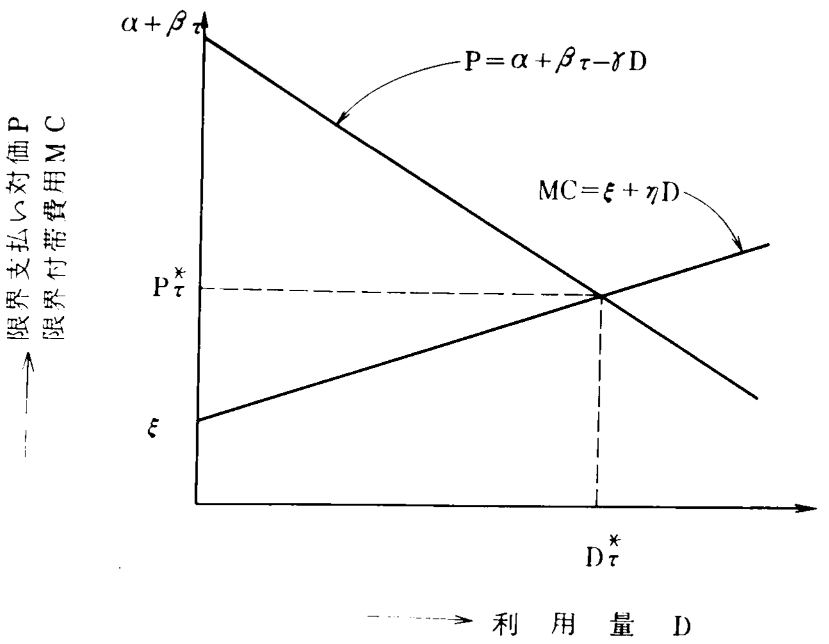
$$=(\alpha+\beta\tau-\frac{\gamma}{2}D)D \qquad (5.2.4)$$

ここにDは任意の利用量を示す。



図－5.2.2.　粗便益関数

注1）　線型需要関数の仮定の妥当性については4.2.3参照。
注2）　需要関数，MWTPおよび便益の関係については2章および3章参照。



図－5.2.3　最適制御

仮定Ⅴ　（最適利用量の制御）　付帯費用曲線（図－5.2.1）が利用量に比例して増加していることからわかるように，本プロジェクトでは，混雑現象（congestion）が発生している。

この混雑現象を最適な利用状態に維持できるように混雑税，料金，直接規制などの制御ができるものとする。ここでは，図－5.2.3にみられるように短期的最適条件を満足するように利用量に関して料金が課されるか直接規制がなされるものと仮定する。この最適制御の結果，以下に述べる理由により，限界支払い対価が丁度限界付帯費用に等しくなるような利用量D_τ^*が実現される。

投資額Kを与件としたとき，任意の期tにおける利用者便益を最大とするという意味での最適利用量D_τ^*は次式を満足するDである。

$$\max_{D} \left\{ B(\tau, D) - C(D) \right\} \qquad (5.2.5)$$

上記の仮定ⅢおよびⅣによって，B（τ，D）およびC（D）はそれぞれDに関して凹および凸関数であり，かつDに関して微分可能であるから，（5.2.5）の最適条件は（5.2.2）および（5.2.4）式より

$$P(\tau, D^*) = MC(D^*) \qquad (5.2.6)$$

として表現される。すなわち，限界支払い対価曲線（＝需要曲線）と限界付帯費用曲線の交点に対抗する利用量が最適利用量となるので，

$$D^*(\tau) = \frac{1}{\eta+\gamma} \quad (\alpha+\beta\tau-\xi) \qquad (5.2.7)$$

で与えられる。[注1] これに対応する $P(\tau,\ D^*)$ は

$$P^*(\tau) = \frac{1}{\eta+\gamma} \quad (\eta(\alpha+\beta\tau) - \gamma\xi) \qquad (5.2.8)$$

となり，この $P^*(\tau)$ なる料金を課すことによって最適利用量が実現されることとなる。また，このとき，τ 期の粗便益 $B(\tau, D^*)$ および付帯費用 $C(D^*)$ は，それぞれ，（5.2.4）および（5.2.1）式に（5.2.7）式によって得られる D^* を代入すれば得られる。

仮定Ⅵ（最適プロジェクト実行時期） 最適プロジェクト実行時期 t は，社会的割引率 i によって割引かれた純便益の現在価値（net present value 略して純現価）が最大となる期をもって定義する。

仮定Ⅶ（プロジェクトがなかった場合）プロジェクトがなかった場合についてつぎの仮定を設ける。

① 需要曲線 $P(\tau,\ D)$ および社会的割引率 i はプロジェクトの有無にかかわらず不変とする。

② プロジェクトがなかった場合の付帯費用については，サフィックス O をつける。

ただし，付帯費用に関して次式が成立しているものとする。

$$\xi_0 > \xi, \quad \eta_0 > \eta \qquad (5.2.9)$$

（5.2.9）式の意味は，図－5.2.4 に示すように固定的平均付帯費用 ξ，および比例的平均付帯費用 $(\eta/2)$ についてもプロジェクトの実行はそれぞれを低下させる効果をもつことを示している。故に 仮定Ⅴより，プロジェクトが実行されない場合の任意の期 τ における粗便益 $B(\tau, D_0^*)$ および付帯費用 $C_0(D_0^*)$ は

$$B(\tau, D_0^*) = \int_0^{D_0^*} P(\tau, D)\,dD$$

$$= (\alpha+\beta\tau-\frac{\gamma}{2}D_0^*)\ D_0^*$$

$$C_0(D_0^*) = \{\xi_0 + (\eta_0/2)\ D_0^*\}\ D_0^*$$

ここに

$$D_0^* = (\alpha+\beta\tau-\xi_0)\ /\ (\eta_0+\gamma)$$

で与えられ，プロジェクトが実行された場合の t 期以後における任意の期 τ における粗

注1） プロジェクトがなかった場合にも最適利用量を制御していたとすると，このときの利用量は $D_0(\tau) = (\alpha+\beta\tau-\xi_0)/(\eta_0+\gamma)$ であるから本プロジェクトの既存利用量は，$D_0^*(\tau)$ であり，転換，誘発利用量は $\triangle D^*(\tau) = D^*(\tau) - D_0^*(\tau) = \frac{1}{\eta+\gamma}(\alpha+\beta\tau-\xi) - \frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha-\beta\tau-\xi_0)$ で与えられることになる。

便益$B(\tau, D^*)$および付帯費用$C(D^*)$は

$$B(\tau, D^*) = \left(\alpha+\beta\tau - \frac{\gamma}{2} D^*\right) D^*$$

$$C(D^*) = \{\xi + (\eta/2) D^*\} D^*$$

ここに

$$D^* = (\alpha-\beta\tau-\xi)/(\eta+\gamma)$$

であたえられる。したがって，プロジェクトの実行による利用者便益の増加分$Y(\tau)$は，次式で与えられる。

$$Y(\tau) \equiv [B(\tau, D^*)-C(D^*)]-[B(\tau, D_0^*) - C_0(D_0^*)]$$

$$= \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2}{2(\eta_0+\gamma)}$$

上式の$Y(\tau)$をτ期の利用者便益と称する。

5．2．2　最適実行時期の計算

5.2.1において述べた仮定のもとで，プロジェクトをt期に実行した場合のプロジェクトの現在価値$NB(t)$は次式で表現することができる。

$$NB(t) = \int_0^t [B(\tau, D_0^*) - Co(D_0^*)] e^{-i\tau} d\tau + \int_t^\infty [B(\tau, D^*) - C(D^*)] e^{-i\tau} d\tau - Ke^{-it} \qquad (5.2.10)$$

ただし

$$\left.\begin{aligned} D^* &= \frac{1}{\eta+\gamma}(\alpha+\beta_\tau-\xi) \\ D_0^* &= \frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha+\beta_\tau-\xi_0) \end{aligned}\right\} \qquad (5.2.11)$$

（5.2.1 0）式の右辺第1項は，0期からt期までのプロジェクトがない場合の利用者便益の現在価値を示し，第2項はプロジェクトが実行されたt期以後の利用者便益を示す。最後の項は，t期に投資された額の0期に割引された現在価値を示す。

（5.2.1 1）式を（5.2.4），（5.2.1）式にそれぞれ代入することによって（5.2.10）式を計算すれば次式を得る。

$$NB(t)=\frac{1}{2(\eta_0+\gamma)}\int_0^t(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2 e^{-i\tau}d\tau$$

$$+\frac{1}{2(\eta+\gamma)}\int_t^{\infty}(\alpha+\beta t-\xi)^2 e^{-i\tau}d\tau-Ke^{-it} \qquad (5.2.12)$$

最適実行時期t^*の必要条件は(5.2.10)式をtに関して微分することによって得られ，次式となる。

$$[B(t^*,D^*)-C(D^*)]-[B(t^*,D_0^*)-C_0(D_0^*)]=iK \qquad (5.2.13)$$

また，十分条件は，(5.2.10)を2回微分することによって

$$\frac{d^2NB}{dt^2}=\Big[\{P(t,D_0^*)-MC_0(D_0^*)\}\frac{dD_0^*}{dt}-\{P(t,D^*)-MC(D^*)\}\frac{dD^*}{dt}+\frac{\partial}{\partial t}$$

$$\{B(t,D_0^*)-B(t,D^*)\}\Big]e^{-it}-i\frac{dNB}{dt} \qquad (5.2.14)$$

となるが，必要条件(5.2.3)およびD_0^*およびD^*の最適条件(5.2.6)式より

$$\frac{d^2NB}{dt^2}=\frac{\partial}{\partial t}\{B(t,D_0^*)-B(t,D^*)\}=\beta(D_0^*-D^*)<0$$
$$(\because D^*>D_0^*)$$

したがって，(5.2.13)式は必要十分条件である。

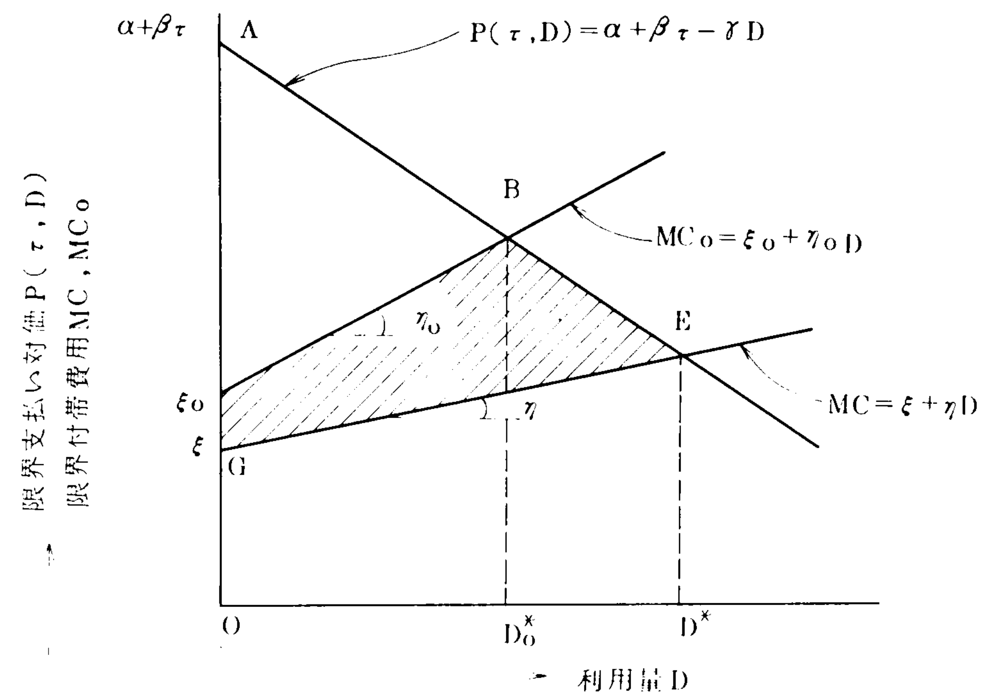
さて，(5.2.13)式の意味は下記のとおりである。$B(t,D^*)$および$B(t,D_0^*)$は，D^*およびD_0^*の定義と(5.2.4)式によって，それぞれ，図－5.2.4における□AED*Oおよび□ABD$_0^*$Oの面積に等しい。同様に，C(D*)およびC$_0$(D$_0^*$)はそれぞれ□GED*Oおよび□FBD$_0^*$Oの面積に等しい。したがって，(5.2.13)式の左辺はt期における消費者余剰の増加分である□FBEGの面積に等しい。これがt期の投資Kによってτ期に発生するプロジェクトの利用者便益である。以上のことより，(5.2.13)式の意味するところは，まったく，通常のプロジェクト実行時期決定の公式に等しい。すなわち，最適実行時期における利用者便益は，その期における資本の機会費用(iK)に等しいことを示している。

したがって，実用的には，つぎのようにしてプロジェクトの実行時期を決定すればよい。

Step 1. 仮に供用開始年度を設定する。

Step 2. 供用開始年度における利用者便益が資本の機会費用(iK)より大きいか小さいかを判定する。利用者便益がiKより大きければ，実行時期(=供用開始時期)tを早める。利用者便益がiKより小さければ，実行時期を遅らせる。

Step 3. Step 2を試行錯誤的にくりかえして，供用開始年度の利用者便益が資本の機会費用に等しくなった年度をもって最適供用開始時期とする。



図－5.2.4　(5.2.13)式の意味

5．2．3　感度分析

5.2 1で定義した各パラメーターが最適実行時期t^*におよぼす影響を分析するために，(5.2.13)式に，(5.2.1)，(5.2.4)および(5.2.11)式を代入すれば，次式を得る。

$$\frac{1}{2}\frac{1}{\eta+\gamma}(\alpha+\beta t^*-\xi)^2-\frac{1}{2}\frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha+\beta t^*-\xi_0)^2=iK \qquad (5.2.14)$$

(5.2.14)式をt^*について解けば次式を得る。注）

$$\alpha+\beta t^*=\frac{(\eta_0+\gamma)\xi-(\eta+\gamma)\xi_0}{\eta_0-\eta}+\sqrt{\frac{(\eta_0+\gamma)(\eta+\gamma)}{(\eta_0-\eta)^2}\left\{(\xi-\xi_0)^2+2iK(\eta_0-\eta)\right\}} \qquad (5.2.15)$$

(5.2.15)および(5.2.15)式を代入した(5.2.10)式にもとづいて各パラメーターに関する感度分析を行なうと以下の結果を得る。

注）　$\alpha+\beta t^*>\xi_0$でなければならないから((5.2.3)式参照)，(5.2.14)の2根のうち小さい根は解とならない，なぜならば，(5.2.15)式の右辺第1項に関して

$$\frac{(\eta_0+\gamma)\xi-(\eta+\gamma)\xi_0}{\eta_0-\eta}<\frac{(\eta_0+\gamma)\xi_0-(\eta+\gamma)\xi_0}{\eta_0-\eta}=\xi_0<\alpha+\beta t^* \qquad (5.2.16)$$

が成立するので$\alpha+\beta t^*$は(5.2.15)式の右辺第1項より大きくなければならない。

① 社会的割引率 i

(5.2.1 5)式より明らかなのように $(\partial t^*/\partial i) > 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial i) < 0$ [注1] すなわち，社会的割引率が増加するにつれて最適実行時期は遅れ，純現価は減少する。

② 初期投資額K

社会的割引率同様

$(\partial t^*/\partial K) > 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial K) < 0$

すなわち，初期投資額が大きくなるにつれて最適実行時期は遅れ，純現価は減少する。

③ 初期最高支払い対価 α

$(\partial t^*/\partial \alpha) < 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial \alpha) > 0$

初期($\tau=0$ の期)の最高支払い対価が大きくなるにつれて，最適実行時期は早まり，純現価は増加する。

④ 需要の成長係数 β

$(\partial t^*/\partial \beta) < 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial \beta) > 0$

需要の成長が速ければ速いほど，最適実行時期は早まり，純現価は増加する。

⑤ 需要の非弾力性 γ

$(\partial t^*/\partial \gamma) > 0$ $(\partial NB(t^*)/\partial \gamma) < 0$

需要の弾力性が大きくなるほど(γ が小さくなるので)最適時期時期は早まり，純現価は増加する。

⑥ 固定的平均付帯費用 ξ および ξ_0

$(\partial t^*/\partial \xi) > 0$, $(\partial t^*/\partial \xi_0) < 0$,

故に，$(\partial t^*/\partial(\xi_0-\xi)) < 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial(\xi_0-\xi)) > 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial \xi) < 0$, $\partial NB(t^*)/\partial \xi_0 > 0$ プロジェクト実施後において得られる固定的平均付帯費用 ξ が大きくなるほど，最適実行時期は遅れ，純現価は減少する。逆に，プロジェクトが実施されない場合の固定的平均付帯費用 ξ_0 が大きくなるほど，最適実行時期は早まり純現価は増加する。したがって，プロジェクトが固定的平均付帯費用の減少分($\xi_0-\xi$)に与える影響が大きいほど，最適実行時期を早め，純現価は増加する。

⑦ 固定的平均付帯費用と同様に，[注2] 比例的平均付帯費用 η および η_0.

$(\partial t^*/\partial \eta) > 0$, $(\partial t^*/\partial \eta_0) < 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial \eta) < 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial \eta_0) > 0$ 故に，$\{\partial t^*/\partial \eta_0-\eta)\} < 0$, $(\partial NB(t^*)/\partial \eta_0-\eta)) > 0$。

プロジェクト実施後において得られる比例的平均付帯費用 η が大きくなるほど，最適

注1） $NB=F(i, t^*(i))$，ここに i は任意のパラメータとしたとき，$dNB/di = F_i + F_{t^*} \dfrac{dt^*}{di_0}$ 最適性の条件より $F_t \doteq 0$ 故に，$dNB/di = F_i$ なる公式を適用すれば

注2） $dNB/dt = F(t, \eta)$ とすれば，最適時行時期の必要条件より $F(t^*, \eta)=0$ 故に $\partial t^*/\partial\eta = -(\partial F/\partial\eta \; \partial F/\partial t^*)$。Fに(5.2.1 4)式を代入すれば，$\partial F/\partial\eta = -(\alpha+\beta t^*-\xi)^2/(\eta+\gamma) < 0$ また

$$(\partial F/\partial t^*) = \beta(\eta \quad -\eta)\left\{\alpha+\beta t^* - \frac{(\eta_0+\gamma)\xi-\xi_0(\eta-\gamma)}{\eta_0-\eta}\right\}/(\eta+\gamma)(\eta_0+\gamma)$$

上式{ }の中は(5.2.1 6)式より正であるから $(\partial F/\partial t^*) > 0$

故に $\partial t^*/\partial \quad > 0$，同様にして $(\partial t^*/\partial\eta_0) < 0$，$\{\partial t^*/\partial(\eta_0-\eta)\} < 0$ を得る。

実行時期は遅れ，純現価は減少する。逆に，プロジェクトが実施されない場合の比例的平均付帯費用η_0が大きくなるほど最適実行時期は早まり純現価は増大する。したがって，プロジェクトが比例的平均付帯費用の減少（$\eta_0 - \eta$）に寄与する影響が大きいほど，最適実行時期を早め純現価を増加させる。

以上の感度分析の結果は，表－5.2.1のようにまとめることができる。表の結果を解釈するに際しては，図－5.2.5が参考となる。図－5.2.5における実線の放物線は，（5.2.14）式の左辺を示している。（5.2.14）式より最適実行時期はこの放物線とiKとの交点に対応する横軸の値となる。（5.2.14）式の左辺は，図－5.2.4で説明したように，実行時期t期における粗便益から付帯費用を差し引いた利用者便益を示しているので，放物線を図の右（左）方向に動かす要因は最適実行時期を遅らせ（早やめ），したがって純現価を減少させることがわかる。また，iKに関しては，放物線を一定の位置に固定すれば横軸に平行な直線が図の下方にあればあるほど（すなわち，iもKも小さくなればなるほど）最適実行時期を早め，したがって，純現価を増加させることがわかる。

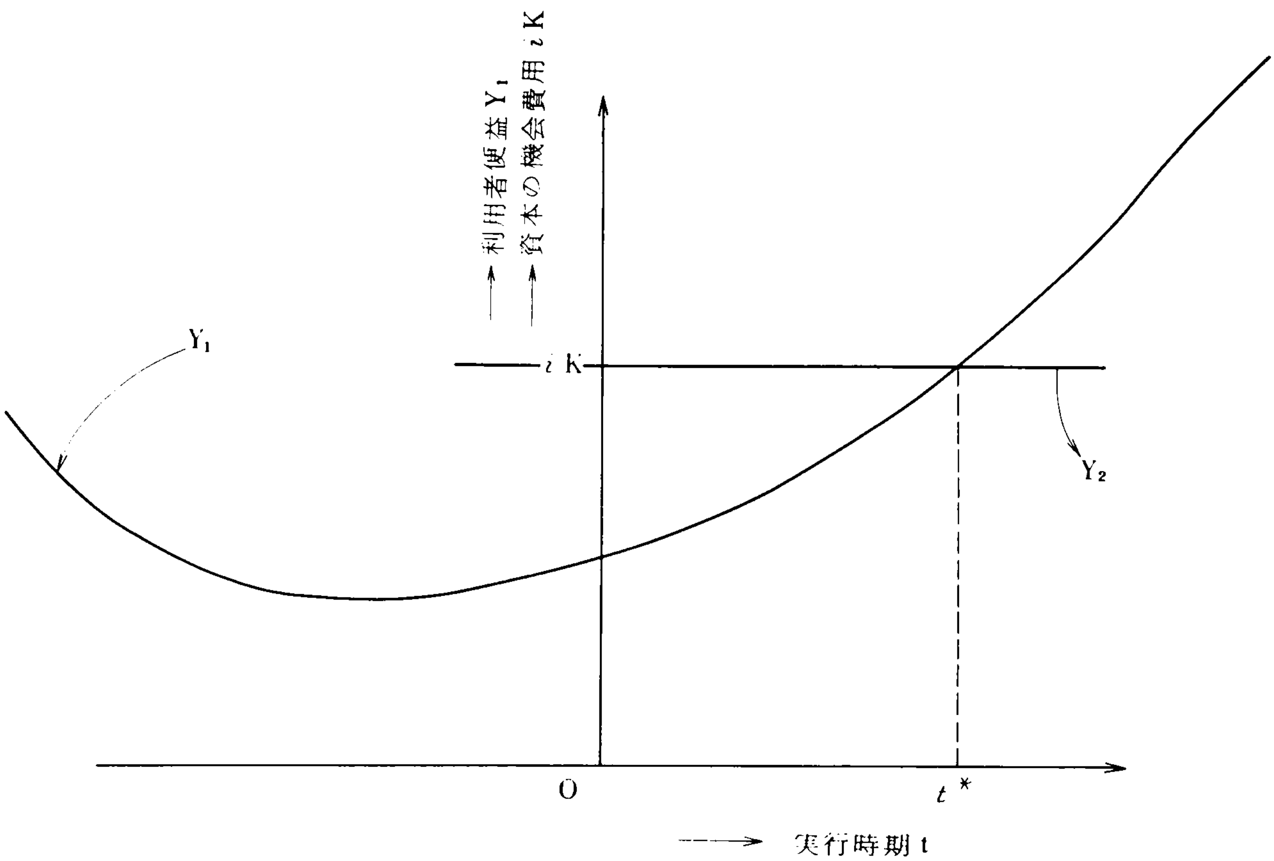
なお本節の分析においては与件としていた投資規模を新たに変数に加えても，以上の感度分析に関する結論はほとんど変らない。(注1)

表－5.2.1　最適実行時期を早める（遅らせる）要因

要因		記号	早める効果	符号 $\frac{\partial t^*}{\partial x}$	符号 $\frac{\partial NB}{\partial x}$
(1) 社会的割引率		i	小	+	−
(2) 投資額		K	小	+	−
需要構造					
(3) 初期最高つけ値		α	大	−	+
(4) 需要の成長		β	大	−	+
(5) 需要の弾力性		$-\gamma$	大	+	−
プロジェクトの効果					
(6) 平均付帯費用	固定部分	ξ	小	+	−
	比例部分	η	小	+	−
(7) プロジェクトがない場合の平均付帯費用	固定部分	ξ_0	大	−	+
	比例部分	η_0	大	−	+
(8) プロジェクトの効果	固定部分	$\eta_0-\eta$	大	(+)	(−)
	比例部分	$\eta_0-\eta$	大	(+)	(−)

注）表の小および大の意味はつぎのとおりである。たとえば，社会的割引率iが小さく（大きく）なれば，最適実行時期は早まるということを示す。また，xは任意のパラメータを示す。

注） Marglin（1963）参照。



$$Y_1 = \frac{1}{2}\ \frac{1}{\eta+\gamma}\ (\alpha+\beta t-\xi)^2 - \frac{1}{2}\ \frac{1}{\eta_0+\gamma}\ (\alpha+\beta t-\xi_0)^2$$

$$Y_2 = iK$$

図－5.2.5　実行時期の便益と費用

5．3　2段階建設計画について．[注1)]

本節では，5.1の(3)の(b)で述べた3つの建設形態すなわち，追いかけ，段階および一括建設に関する優劣を比較する。このため，以下に，2段階建設計画論のために設けた仮定とその妥当性およびその定式化（5.3.1），形態別最適実行時期の必要十分条件と形態別最適実行時期の順序関係（5.3.2），パラメータの最適投資形態の決定におよぼす影響に関する感度分析（5.3.3）を行ない，最後に，規模の経済と2段階建設計画との関連について記す。

5．3．1　2段階建設モデルの設定

2段階建設計画における3つの形態，追いかけ，段階および一括型の優劣の比較分析を

注1）　長尾，森杉，吉田（1976）

行なうために設けた仮定とその妥当性は以下に示すとおりである。

仮定Ⅰ（プロジェクト）　対象としているプロジェクトは，分割使用が可能であって，2つの同じ規模の分割最小単位が存在する。　2つの分割最小単位を建設する方式は3つに分れる。第1の方式は，追いかけ型とよばれるものであって，分割最小単位を個別に，個別の最適時期に建設する方式である。第2の方式は，2つの分割最小単位を建設し，つぎにある最適時期につぎの単位の建設を行なう方式をいう。したがって，第1と第2の相違点は，後者が将来の一体的利用をめざしているのに対して，前者はそのメリットを享受することができない点にある。

第3の方式は，一括型とよばれるものであって，第2の方式と同じく将来の一体的利用によるメリットを享受するという意図のもとに2つの分割最小単位を一括してある最適時期に建設する方式をいう。

仮定Ⅱ（投資額）　上記3つの方式の第1および第2段階の建設投資額を表－5.3.1のように定義したとき，本プロジェクトの建設費に関して規模の経済が働くものとし，次式が成立するものとする。（図－5.3.1参照）。

$$Ks_2 < Km < Ks_1 < K < Ks_1 + Ks_2 \qquad (5.3.1)$$

（5.3.1）式の意味はつぎのとおりである。

① 追いかけ，段階および一括型の総投資額2Km，（$Ks_1 + Ks_2$）およびKの関係。

表－5.3.1　記号の説明

建設形態 ＼ 記号の意味	サフィックス (注1)	投資額		付帯費用				実行時期		純現価
		第一段階	第二段階	固定(注2) 第1段階	固定(注2) 第2段階	比例(注3) 第1段階	比例(注3) 第2段階	第一段階	第二段階	
プロジェクトが実行されないとき	0	0		ξ_0		η_0				
追いかけ型 (myopic)	m $\binom{m1}{m2}$	Km	Km	ξ	ξ	η_1	$\frac{\eta_1}{2}$	t_{m1}	t_{m2}	NB_m
段階型 (stage)	s $\binom{s_1}{s_2}$	Ks_1	Ks_2	ξ	ξ	η_1	η	t_{s_1}	t_{s_2}	NB_s
一括型 (Joint)	なし	K		ξ	ξ	η		t		NB

ただし，

$K_{s_2} < K_m < K_{s_1} < K < K_{s_1} + K_{s_2}$

$\xi < \xi_0$

$\eta < (\eta_1 / 2) < \eta_1 < \eta_0$，かつ，$\eta_1 - \eta < \eta_0 - \eta_1$

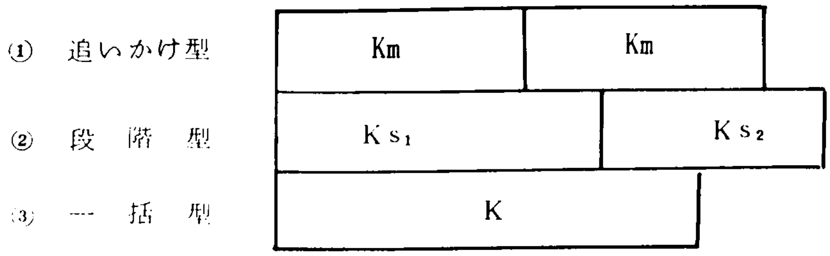
$t_{s_1} < t_{s_2}$

$t_{m_1} < t_{m_2}$

注1）　第1段目のサフィックスは建設形態を示し，第2目のサフィックスは第1または，第2段階の建設が終了した状態を示す。

注2）　$\xi_{m_1} = \xi_{m_2} = \xi_{s_1} = \xi_{s_2} = \xi$ を仮定する。

注3）　$\eta_{m_1} = \eta_{s_1} = \eta_1$，$\eta_{m_2} = \frac{\eta_{m_1}}{2} = \frac{\eta_1}{2}$，$\eta_{s_2} = \eta$ を仮定している。



図－5.3.1　（5.3.1）式の意味

（5.3.1）式は投資額に関して規模の経済が働くことを仮定している（非凸性の導入）。すなわち，本プロジェクトの建設費は規模に無関係な固定費がかなりの割合を占めるために，一括建設費Kは段階建設の総投資額（Ks_1+Ks_2）よりも小さくなる。（注1）一方，追いかけ投資額2Kmについては，仮定より$2Ks_1<2Km<2Ks_2$なる関係があるのみでKや（Ks_1+Ks_2）との大小関係は問わない。

② 段階別投資額Km，Ks_1，Ks_2およびKの関係段階別投資額の関係は，規模の経済とは無関係である。しかし，つぎのような理由で現実的かつ妥当であると考えられる。

まず，一括建設費Kは2つの最小分割単位を建設する費用であるのに対して，他の3つKm，Ks_1およびKs_2は1つの最小分割単位を建設するわけであるから，Kが最大であることは一般に成立する。つぎに，同じ1つの最小分割単位を建設する建設費であるKmとKs_1との比較においては，前者が将来の拡張を一切考慮していない方式であるのに対して，後者Ks_1は，拡張の可能性を考慮したものであるから（たとえば道路用地の先買などによって），Ks_1がKmよりも一般には高いと思われる。最後に，段階型の第2段階目の投資額Ks_2と追いかけ型Kmとの比較については，前者Ks_2は，第1段階であらかじめその準備がしてあるに対して，後者Kmは独立に初めから施工がなされねばならないという理由によってKs_2の方が一般にはKmに比較して安いと思われる。

以上の考察により，（5.3.1）式は，一般に成立する仮定と考えられる。

仮定Ⅱ（付帯費用）　本プロジェクトのサービスを提供するに際しては，建設費に加えてプロジェクトのサービスを享受するために付帯費用を必要とする。付帯費用には，道路走行費や時間費用などの利用者が負担する利用者費用に加えて，大気汚染，水質汚濁，騒音などの外部不経済，ならびにプロジェクトの維持管理費用を概念上含むこととする。

付帯費用と利用量Dとの関係は，投資形態ならびに何段階目におけるものである

注1）　道路建設を例にとれば，固定費用を構成する主要な要素は，一般管理費であって，通常，4種一級国道では全投資額の12～14％にも達する。
また，規模の維持は，のり勾配あるいはカットの工費についても働く。

かをとわず，5.2.1の仮定Ⅱに示した（5.2.1）式の形が成立しているものとする。ただし，（5.2.1）式の係数ξおよびηは各投資形態別に異なり，それらは，表5.3.1に示すとおりであるものとする。すなわち，固定的平均付帯費用ξに関しては，いかなる投資形態の何段階目の状態であるかを問わず，等しくξであるものとする。また，利用量に比例する付帯費用である比例的平均付帯費用（η／2）に関しては，追いかけ型の第1段階目と段階型の第1段階目については等しく（η_1／2）とする。つぎに，第2段階終了時においては，段階建設と一括型とのそれは等しく，追いかけ型のそれはη_1／4であるものとする。

以上の仮定を表－5.3.1の注1）に従がって数式で示せば以下のとおりである。

$$\xi_{m_1}=\xi_{m_2}=\xi_{s_1}=\xi_{s_2}=\xi<\xi_0 \qquad (5.3.2)$$

$$\eta_{m_1}=\eta_{s_1}=\eta_1\ ,\ \eta_{m_2}=\frac{1}{2}\eta_{m_1}=\frac{1}{2}\eta_1\ ,\ \eta_{s_2}=\eta \qquad (5.3.3)$$

（5.3.2）式は，混雑現象が発生しない程度の利用量である場合には，いかなる投資形態のいかなる段階においても平均付帯費用が等しいことを示している。ただし，いずれの投資形態であれ，プロジェクトの実行によって，プロジェクトの実行によって，プロジェクトが実行されない場合の状態ξ_0よりは改善されていると仮定している。この仮定は，たとえば，道路における2車線と4車線の場合を想定しても，港湾における1バースと2バースの場合を想定しても，大体成立しているものと思われる。

また，（5.3.3）式は上記に示したとおりの仮定であるが，これも道路，港湾などの混雑現象が発生する施設を想定すれば，大体成立するものと思われる。なお，追いかけ型の第2段階の比例的限界費用係数η_{m_2}が，第1段階のそれの半分になっているのは，同じ規模（最小分割単位）の施設が2つあり，かつこれに対する利用量が同一であるとき，2つの規模の施設全体としては，1つの施設の混雑状況の丁度半分になることを示しているものであって，これもまた，現実的な仮定であると思われる。

仮定Ⅳ（一体的利用の効果）追いかけ型にはなく，段階型と一括型とが得られる一体的利用の効果は，比例的平均付帯費用$\frac{1}{2}\eta$において発生するものとする。すなわち，次式が成立するものと仮定する。

$$\eta<\frac{1}{2}\eta_1<\eta_1<\eta_0 \qquad (5.3.4)$$

（5.3.4）式における第1の不等式が一体的利用の効果であって，表－5.3.1に示すように段階型と一括型の投資形態によってのみ得られ，このときのηが追いかけ型の最終状態である$\frac{\eta_1}{2}$よりもさらに小さいという規模の経済が働いていることを示している。

ただし，段階型の第1段階から第2段階への拡張に関しては，次式を仮定する。

$$\eta_1 - \eta < \eta_0 - \eta_1 \qquad (5.3.5)$$

この仮定の意味は，第1段階建設によって達せられる混雑の減少（右辺）は，第2段階のそれに比較してより大きいということであり，段階建設の第1段階と第2段階の比較においては凸性が成立し，規模の経済が働かないことを仮定している。この仮定は十分肯定し得ると考えられる。なぜならば，利用量が同一であれば，施設規模を拡張したことによる限界的効果は必ず正であろうが，逓減していく。たとえば，橋のない川に1本橋をかける場合の効果と，1本すでにかかっているときにもう1本橋をかけるときとを比較したとき明らかに後者の方が効果が少ない。注1）

仮定Ⅴ（需要曲線） 本プロジェクトのサービスに対する需要曲線は，投資形態によって変化しないものとし，その形は，5.2.1における仮定Ⅳの（5.2.3）式で表わされるものとする。需要曲線は，プロジェクトサービスに対する限界支払い対価曲線（＝限界便益曲線）を示すので，その積分値である便益曲線もまた投資形態によっては変化しないものと仮定していることになり，その関数は（5.2.4）式で与えられる。

仮定Ⅵ（最適利用量の制御） 5.2.1の仮定Ⅳと同じく，各投資形態別各段階ごとに最適利用量の制御がなされるものとする。

仮定Ⅶ（その他） 5.2.1に述べた仮定Ⅱ（耐用年数）仮定Ⅵ（最適性の定義）ならびに仮定Ⅶ（プロジェクトがなかった場合）については，そのまま成立しているものとする。

5．3．2 投資形態別の最適実行時期

(1) 目的関数

それぞれの投資形態の各段階の実行時期を表－5.3.1に従がって定義すれば，それぞれの投資形態の純現価は，つぎのように定式化することができる。

① 追いかけ型 （myopic behavior）

$$\left.\begin{aligned} NB_m(t_{m_1}, t_{m_2}) = & \frac{1}{2(\eta_0+\gamma)}\int_0^{t_{m_1}}(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2 e^{-i\tau}d\tau \\ & + \frac{1}{2(\eta_1+\gamma)}\int_{t_{m_1}}^{t_{m_2}}(\alpha+\beta\tau-\xi)^2 e^{-i\tau}d\tau \\ & + \frac{1}{2(0.5\eta_1+\gamma)}\int_{t_{m_1}}^{\infty}(\alpha+\beta\tau-\xi)^2 e^{-i\tau}d\tau \\ & -Km(e^{-it_{m_1}}+e^{-it_{m_2}} \quad \text{ただし} \quad t_{m_1} < t_{m_2} \end{aligned}\right\} \qquad (5.3.6)$$

注1） 高速道路を例にとれば同一の利用量に対して（5.3.4）式は4車線と2車線2本の混雑率の比較であり，4車線が2車線2本よりも混雑率が小さいという規模の経済を示している。これに対して（5.3.5）は現存道路から2車線の高速道路をつくったときの混雑の減少の度合が2車線の高速道路から4車線の高速道路への改良による混雑の減少の度合よりも大きいという収獲低減の法則を示している。

② 段階型（ stage construction ）

$$
\left.\begin{aligned}
NBs(t_{s_1}, t_{s_2}) &= \frac{1}{2(\eta_0+\gamma)}\int_0^{t_{s_1}} (\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2 e^{-i\tau} d\tau \\
&+ \frac{1}{2(\eta_1+\gamma)}\int_{t_{s_1}}^{t_{s_2}} (\alpha+\beta\tau-\xi\ )^2 e^{-i\tau} d\tau \\
&+ \frac{1}{2(\eta+\gamma)}\int_{t_{s_2}}^{\infty} (\alpha+\beta\tau-\xi)^2 e^{-i\tau} d\tau \\
&-K_{s_1} e^{-i t_{s_1}} - K_{s_2} e^{-i t_{s_2}}
\end{aligned}\right\} \quad (5.3.7)
$$

ただし，$t_{s_1} < t_{s_2}$

③ 一括型（ joint construction）

$$
\begin{aligned}
NB(t) &= \frac{1}{2(\eta+\gamma)}\int_0^{t} (\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2 e^{-i\tau} d\tau \\
&+ \frac{1}{2(\eta+\gamma)}\int_{t}^{\infty} (\alpha+\beta\tau-\xi)^2 e^{-i\tau} d\tau \\
&- K e^{-it}
\end{aligned}
\quad (5.3.8)
$$

（ 5.3.6 ），（ 5.3.7 ）および（ 5.3.8 ）式の意味はつぎのとおりである。すなわち，（ 5.3.6 ），（ 5.3.7 ）および（ 5.3.8 ）式における右辺第 1 項は，第 1 段階の建設が実行される以前において施設を利用していた既存利用者の利用者便益を表わしており，これは 3 形態ともに同じである。

第 2 項以下は投資形態ごとに異なる。（ 5.3.6 ）および（ 5.3.7 ）式の第 2 項は，第 1 段階供用時の利用者便益を示し，第 3 項は第 2 段階供用時のそれを示している。第 3 項の積分にかかる係数が（ 5.3.6 ）式の追いかけ型では $0.5\eta_1$ であるのに対して（ 5.3.7 ）式の段階型のそれは η（$<0.5\eta_1$）であることが一体化利用の効果を示している。また，（ 5.3.8 ）式で示される一括建設の式は，5.2 の（ 5.2.1 2 ）式にまったく同様で不可分な施設の純粋な実行時期を決定する際の目的関数を示している。

(2) 最適実行時期の必要条件

3 投資形態それぞれの最適実行時期で求めるには，（ 5.3.6 ），（ 5.3.7 ）および（ 5.3.8 ）式をそれぞれ，t_{m_1} および t_{m_2}，t_{s_1} および t_{s_2}，および t で偏微分してこれをゼロとすればよい。したがって，最適実行時期 $t^*_{m_1}$，$t^*_{m_2}$，$t^*_{s_1}$，$t^*_{s_2}$ および t^* の必要条件はそれぞれ次式で示される。

① 追いかけ型

$$
Y_{m_1}(t^*_{m_1}) = \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_1+\gamma}(\alpha+\beta t^*_{m_1}-\xi)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_1+\gamma}(\alpha+\beta t^*_{m_1}-\xi_0)^2 = iKm \quad (5.3.9a)
$$

$$Y_{m_2}\ (t^{*}_{m_2}) = \frac{1}{2}\ \frac{1}{(\eta_1/2)+\gamma}\ (\alpha+\beta t^{*}_{m_2}-\xi)^2 - \frac{1}{2}\ \frac{1}{\eta_1+\gamma}\ (\alpha+\beta t^{*}_{m_2}-\xi)^2 = iKm \quad (5.3.9\,b)$$

ただし，$t^{*}_{m_1} < t^{*}_{m_2}$ （5.3.9 c）

② 段階型

$$Y_{s_1}\ (t^{*}_{s_1}) = \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_1+\gamma}(\alpha+\beta t^{*}_{s_1}-\xi)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha+\beta t^{*}_{s_1}-\xi_0)^2 = iK_{s_1} \quad (5.3.10\,a)$$

$$Y_{s_2}\ (t_{s_2}) = \frac{1}{2}\frac{1}{\eta+\gamma}(\alpha+\beta t^{*}_{s_2}-\xi)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_1+\gamma}(\alpha-\beta t^{*}_{s_2}-\xi)^2 = iK_{s_2} \quad (5.3.10\,b)$$

ただし，$t^{*}_{s_1} < t^{*}_{s_2}$ （5.3.10 c）

③ 一括型

$$Y(t^{*}) = \frac{1}{2}\frac{1}{\eta+\gamma}(\alpha+\beta t^{*}-\xi)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha+\beta t^{*}-\xi_0)^2 = iK \quad (5.3.11)$$

(3) 最適実行時期の十分条件

（5.3.1 1）式で示される一括建設の最適実行時期は，5.2の純粋な実行時期の必要十分条件と同一式であるから，（5.3.1 1）式の十分性については明らかである。

つぎに，（5.3.9）式で示される追いかけ型の最適実行時期 $t^{*}_{m_1}$ および $t^{*}_{m_2}$ の十分性については，以下のように示して証明することができる。

第1に，（5.3.6）式は，t_{m_1} および t_{m_2} に関して凹関数である。これは，(5.3.6)式に関するヘシアン行列を計算することによって簡単に証明できる。第2に，（5.3.6）式が t_{m_1} および t_{m_2} に関して凹関数であることにより，（5.3.9 a）および(5.3.9b)式を満足する $t^{*}_{m_1}$ および $t^{*}_{m_2}$ が（5.3.9 c）を満足すれば十分である。この証明は以下のようにして可能である。

<u>$t^{*}_{m_1} < t^{*}_{m_2}$ の証明</u>

（5.3.9 a）式と（5.3.9 b)式の定数に関する相違点は，付帯費用係数 ξ および η でである。（5.3.2）式および（5.3.5）式で示される付帯費用に関する仮定より

$$\left.\begin{array}{l}\eta_1-\eta_0 > 0.5\ \eta_1\\ \xi-\xi_0 < 0\end{array}\right\}\quad (5.3.12)$$

ところが（5.3.1 2）式を5.2の感度分析の結果表－5.2.1の⑧に照合すれば，η に関しても ξ に関しても，第2段階の建設時期 $t^{*}_{m_2}$ は $t^{*}_{m_1}$ よりも遅れることになる。故に

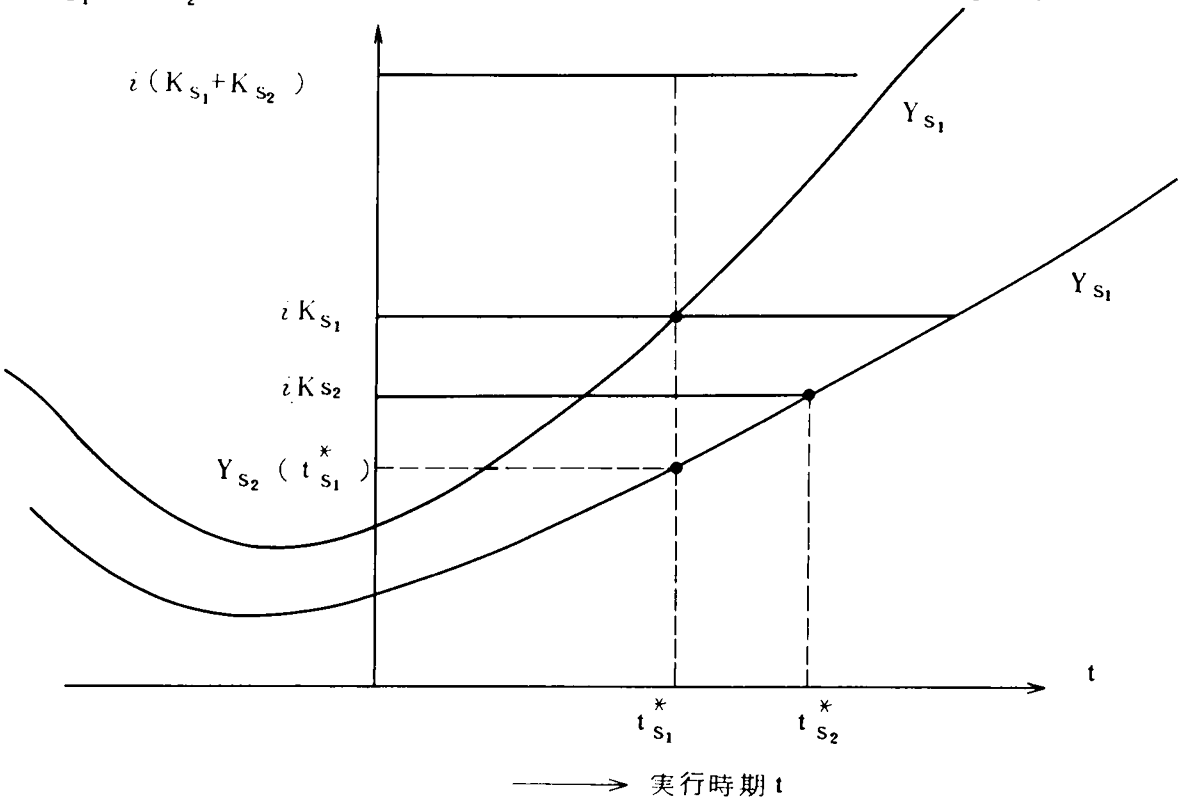
$t^{*}_{m_1} < t^{*}_{m_2}$ （証明終）

（5.3.1 0）式で示される段階型の最適実行期 $t^{*}_{s_1}$ および $t^{*}_{s_2}$ の十分性についても，追いかけ型同様，（5.3.7）式が t_{s_1} および t_{s_2} に関して凹関数であることより，（5.3.1 0 a）および（5.3.1 0 b）式を満足する $t^{*}_{s_1}$ および $t^{*}_{s_2}$ が（5.3.10c）

式を満足すれば証明されたことになる。これは次のようにして証明可能である。

$t^*_{s_1} < t^*_{s_2}$ の証明

(5.3.10 a)および(5.3.10 b)式の左辺をそれぞれY_{s_1} およびY_{s_2} とすると，$t^*_{s_1} < t^*_{s_2}$ を証明するには，次のことを証明すればよい(図－ 5.3.2参照)



図－ 5.3.2.　$t^*_{s_1} < t^*_{s_2}$ の証明

① $t \geq t^*_{s_1}$ なる t に関して Y_{s_1} および Y_{s_2} は単調増加関数である。すなわち $\frac{\partial Y_{s_1}}{\partial t} > 0$, $\frac{\partial Y_{s_2}}{\partial t} > 0$

② $t = t^*_{s_1}$ において，Y_{s_2} は iK_{s_2} より小さい，　すなわち

$$Y_{s_2}(t^*_{s_1}) < iK_{s_2}$$

① の証明：

$$\frac{\partial Y_{s_1}}{\partial t} = \left(\frac{\beta}{\eta_1+\gamma} - \frac{\beta}{\eta_0+\gamma}\right)(\alpha+\beta t_{s_1}) - \left(\frac{\xi}{\eta_1+\gamma} - \frac{\xi_0}{\eta_0+\gamma}\right)$$

上式第1項は仮定式(5.3.4)より正。また第2項は，(5.2.6)式より負である。

故に

$$\frac{\partial Y_{S_1}}{\partial t} > 0$$

同様にして　$\partial Y_{S_1} / \partial t > 0$　（①の証明終）

② の証明：$t = t^*_{S_1}$ においては，（5.3.1 0 a）が成立しているので，（5.3.1 0 a）式を Y_{S_2} に代入して

$$Y_{S_2}(t^*_{S_1}) - iK_{S_2}$$
$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\eta+\gamma}(\alpha+\beta t^*_{S_1}-\xi)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha+\beta t^*_{S_1}-\xi_0) - i(K_{S_1}+K_{S_2})$$

（5.3.1 3）

（5.3.1 3）式の符号を調べるために，（5.3.1 3）と（5.3.1 1）式を比較してみる。このとき，（5.3.1 3）式がゼロになるのは，投資額が（$K_{S_1}+K_{S_2}$）である。一括建設の最適実行時期 T^* に $t^*_{S_1}$ が等しい場合である。しかし投資額に関する感度分析より $t^* < T^*$ であり，かつ，後述するように $t^*_{S_1} \leq t^*$ であるから(注) $t^*_{S_1} < T^*_0$ また，（5.3.1 3）式は，$t^*_{S_1}$ に関して $t^*_{S_1} < T^*$ の範囲で単調増加関数であるから，（5.3.1 3）式は負となる。

故に，$Y_{S_2}(t^*_{S_1}) < iK_{S_2}$　（②の証明終り）

以上のことより，（5.3.9），（5.3.1 0）および（5.3.1 1）式は，必要かつ十分条件であることが判明した。

(4) 投資形態別最適実行時期の関係

3つの投資形態の最適実行時期 $t^*_{m_1}$, $t^*_{m_2}$: $t^*_{S_1}$, $t^*_{S_2}$: t^* の間には次式が成立する。

$$t_{m_1} \leq t^*_{S_1} \leq t^* < t^*_{S_2} < t^*_{m_2} \quad (5.3.1\,4)$$

（5.3.1 4）式の意味はつぎのとおりである。

第1に，追いかけ型の第1段階の実行時期 $t^*_{m_1}$ と段階型のそれ $t^*_{S_1}$ とを比較したとき，前者の方が早く実行される。第2に，追いかけ型および段階型の第1段階の実行時期 $t^*_{m_1}$，$t^*_{S_1}$ と一括型のそれ t^* とを比較したとき，一括型の実行時期はいずれの型の第1段階のそれよりも早まることはない。他方，一括型の実行時期 t^* は追いかけ型および段階型のそれ $t^*_{m_2}$，$t^*_{S_2}$ より遅れることはない。第3に，追いかけ型と段階型の第2段階を比較したとき，前者の実行時期 $t^*_{m_2}$ は後者のそれ $t^*_{S_2}$ より早まることはない。

以上のことを5.3.1に示した仮定に従って証明する。

① $t^*_{m_1} \leq t^*_{S_1}$ の証明

（5.3.9 a）と（5.3.1 0 a）式とを比較したとき，唯一の相違点は，投資額Kmと K_{S_1} である。

注）（5.4.1 3）式参照

投資額に関する仮定（5.3.1）式より$Km < K_{s_1}$。他方，投資額の感度分析　5.2.3の②より，投資額が大きくなれば実行時期が遅れる。故に$t^*_{m_1}$および$t^*_{s_1}$が同時にゼロでないかぎり，$t^*_{m_1} < t^*_{s_1}$。（証明終）

② $t^*_{s_1} \leq t^*$の証明

（5.3.10 a）と（5.3.11）式に対して，①とまったく同様な理由が成立する。

（証明終）

③ $t^* < t^*_{s_2}$の証明

（5.3.10 b）と（5.3.11）式の左辺をそれぞれY_{s_2}およびYとすれば，$t^*_{s_1} < t^*_{s_2}$を証明したときと同様，注）$t \geq t^*_{s_1}$なるtに関して，Y_{s_2}およびYは単調増加関数であるから，Y_{s_2}の$t^*_{s_2}$にt^*を代入したY_{s_2}の値$Y_{s_2}(t^*)$に対して次式が成立することを証明すればよい。

$$Y_{s_2}(t^*) - iK < 0 \qquad (5.3.15)$$

（5.3.15）式の左辺に（5.3.11）式を代入すれば，

$$iK - Y_{s_2}(t^*)$$
$$= \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_1+\gamma}(\alpha+\beta t^*-\xi)^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{\eta_0+\gamma}(\alpha-\beta t^*-\xi_0)^2 - i(K-K_{s_2}) \qquad (5.3.16)$$

（5.3.16）式の右辺をゼロにするt^*の値をT^*とすると，T^*は，投資額が$(K-K_{s_2})$であり，かつ付帯費用に関する効果がη_1およびξであるプロジェクトの最適実行時期を示している。表－5.2.1に示す感度分析，②，⑧より$T^* < t^*$。また，（5.3.16）式は，$\alpha+\beta t^* > \xi_0$の範囲でt^*に関して単純増加関数であるから，（5.3.16）式は正になる。故に

$$iK - Y_{s_2}(t^*) > 0 \qquad \text{（証明終）}$$

④ $t^*_{s_2} < t^*_{m_2}$の証明

（5.3.9 b）と（5.3.10 b）式とを比較したとき，相違点は，投資額Km，K_{s_2}および混雑係数η，$0.5\eta_1$である。仮定式（5.3.1）および（5.3.4）より$Km > K_{s_2}$，かつ，$\eta < 0.5\eta_1$。故に，表－5.2.1に示す感度分析②および⑥より，$t^*_{s_2} < t^*_{m_2}$（証明終）。

注）　5.3.2(3)参照

5．3．3　最適投資形態の決定

最適投資形態は，それぞれの形態において最適実行時期に実行したときの純現在価値 $NBm(t_{m_1}^*, t_{m_2}^*)$，$NBs(t_{s_1}^*, t_{s_2}^*)$ および $NB(t^*)$ のうちで，最大値をもつ形態である。すなわち，各純現価の差を

① $Vms \equiv NBm(t_{m_1}^*, t_{m_2}^*) - NBs(t_{s_1}^*, t_{s_2}^*)$　　(5.3.17)

② $Vs \equiv NBs(t_{s_1}^*, t_{s_2}^*) - NB(t^*)$　　(5.3.18)

③ $Vm \equiv NBm(t_{m_1}^*, t_{m_2}^*) - NB(t^*)$　　(5.3.19)

と定義したときの大小によって決定される。

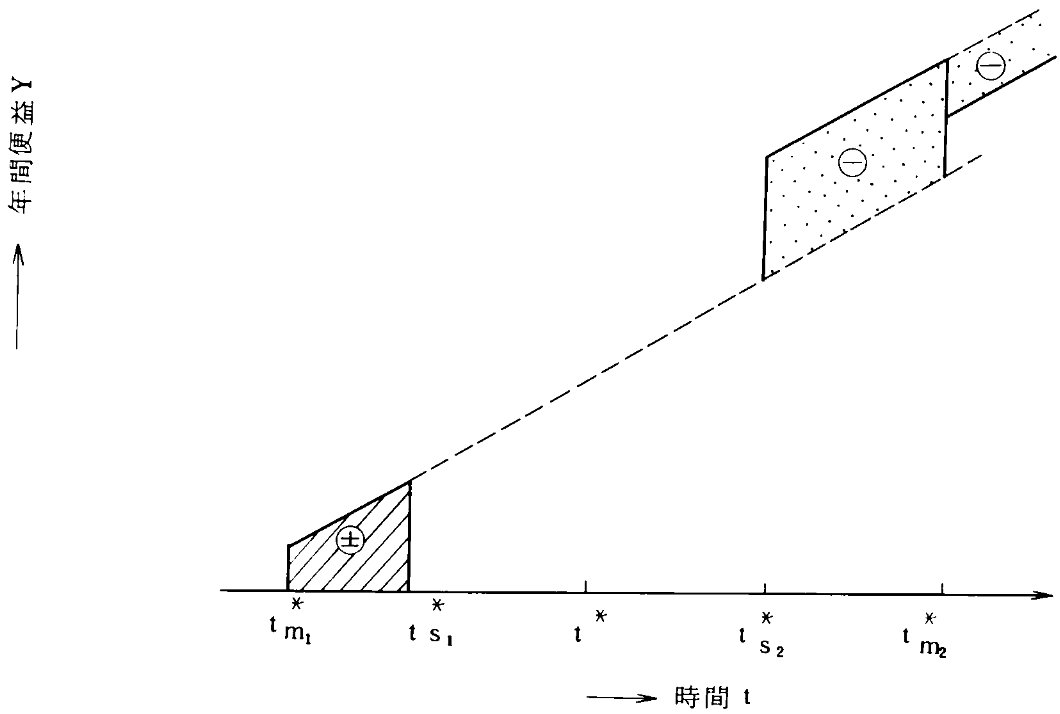
Vms，Vs，Vmの大小関係は，5.3.1に示した規模の経済が存在する仮定のもとでは，一般にパラメーターの値に依存する。したがって，本研究では，第1に，表－5.3.1に示す諸パラメーターがVms，Vs，Vmの正負符号にいかなる影響を与えるかを分析する。

(5.3.17)～(5.3.19)式に(5.3.7)～(5.3.8)式を代入すれば次式を得る(図－5.3.3参照)。

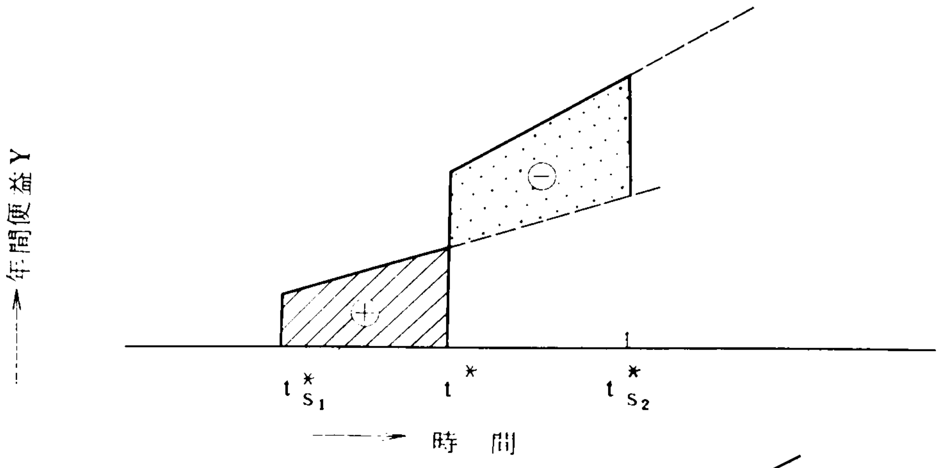
$$
\begin{aligned}
Vms = &\int_{t_{m_1}^*}^{t_{s_1}^*} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2\eta_1+\gamma} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2}{2(\eta_0+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
&- \int_{t_{s_2}^*}^{t_{m_2}^*} \left\{ \frac{(\alpha-\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2\,2(\eta_1+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
&- \int_{t_{m_2}^*}^{\infty} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(0.5\eta_1+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
&- Km(e^{-it_{m_1}^*} + e^{-it_{m_2}^*}) + K_{s_1} e^{-it_{s_1}^*} + K_{s_2} e^{-it_{s_2}^*}
\end{aligned}
\qquad (5.3.20)
$$

$$
\begin{aligned}
Vs = &\int_{t_{s_1}^*}^{t^*} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta_1+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2}{2(\eta_0+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
&- \int_{t^*}^{t_{s_2}^*} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta_1+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
&- K_{s_1} e^{-it_{s_1}^*} - K_{s_2} e^{-it_{s_2}^*} + Ke^{-it^*}
\end{aligned}
\qquad (5.3.21)
$$

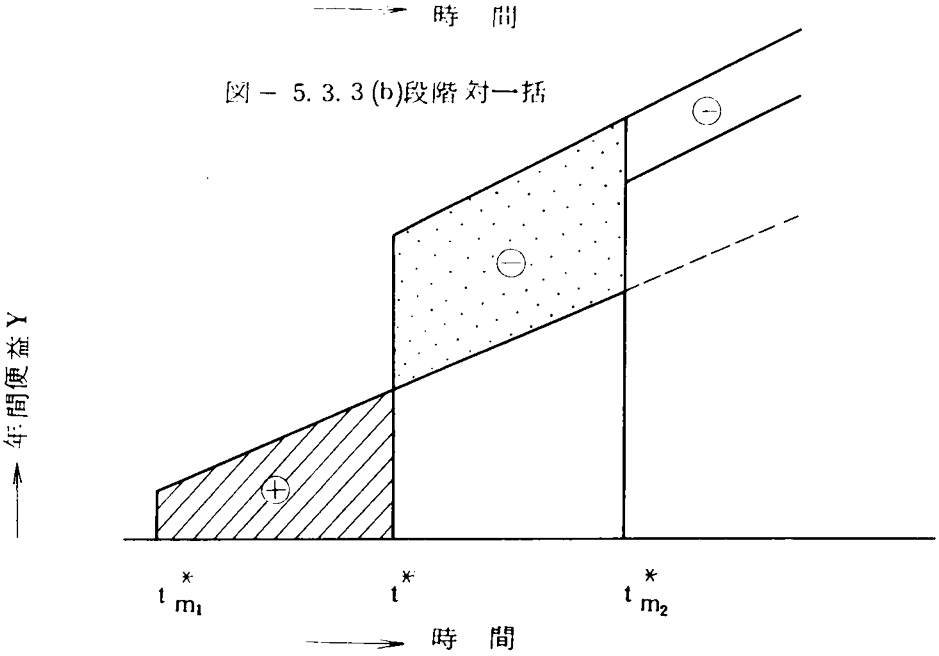
$$
\begin{aligned}
V_m = & \int_{t^*_{m_1}}^{t^*} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta_1+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2}{2(\eta_0+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
& - \int_{t^*}^{t^*_{m_2}} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta+\gamma} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta_1+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
& - \int_{t^*_{m_2}}^{\infty} \left\{ \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(\eta+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta\tau-\xi)^2}{2(0.5\eta_1+\gamma)} \right\} e^{-i\tau} d\tau \\
& - K_m\left(e^{-i t^*_{m_1}} + e^{-i t^*_{m_2}}\right) + K e^{-i t^*}
\end{aligned}
\qquad (5.3.22)
$$



図− 5. 3. 3 (a) 追いかけ対段階



図－ 5. 3. 3 (b)段階対一括



図－ 5. 3. 3 (C)追かけ対一括

最適実行時期が，（ 5. 3. 9 ）～（ 5. 3. 1 1 ）式を満足していることに注意して，任意のパラメーター x について，（ 5. 3. 2 0 ）～（ 5. 3. 2 2 ）式で示される V_{ms}，V_s および V_m を微分して，その正負の符号をみた結果は，表－5. 3. 2 に示すとおりである。[注1)] 表－5. 3. 2 の第 1 の特徴は，i ，α ，β ，γ を除くすべてのパラメーターに関する微係数は，V_{ms} V_s ，V_m のいずれに対しても同一符号である点にある。このことは，表に記した 8 つのパラメータについては，正の符号を記したパラメーターの値が大きくなれば，すべて追いかけ型に有利になり，負の符号をもつパラメーターが大きくなれば，一括型が有利になるという比較的単純な影響を与えることを意味する。

第 2 の特徴は，i ，α ，β ，γ についてである。
これらは，いずれの比較においてもその正負の符号が定まらない。ただし，備考欄に記したように，追いかけ型および段階型の第 1 段階と一括建設とが等しい時期に実行されると仮定すれば，すなわち，$t^*_{s_1} = t^*_{m_1} = t^*$ と仮定すれば，α ，β に関してはその値が大きくなれば一括型に有利に働き，γ および i に関しては追いかけ型に有利なるという結論を得ていることである。この第 2 の特徴である i ，α ，β ，γ に関する不安定性は，従来の研究成果とは著じるしく異なる結論である。これは，従来の研究がすべて $t^*_{s_1} = t^*_{m_1} = t^*$ なる仮定を採用したためであって，本研究のように $t^*_{s_1}$ ，$t^*_{m_1}$ ，t^* が異なる場合をも想定した一般的な場合には，i ，α ，β ，および γ の影響の方向は，他のパラメータの値に依存する。この理由は以下のとおりである。

(1) 社会的割引率 i に関する感度分析

段階型と一括型の比較式である V_s を例にとる。（ 5. 3. 2 1 ）式を i に関して微分したのち，t^* を原点となるように時間軸に関する変換を行えば

$$
\begin{aligned}
e^{-it^*}\frac{\partial V_s}{\partial i} = & -\int_{T_1^*}^{O} T\left\{\frac{(\alpha+\beta t^*+\beta T-\xi)^2}{2(\eta_1+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta t^*+\beta T-\xi)}{2(\eta_0+\gamma)}\right\} e^{-iT}dT \\
& +\int_{O}^{T_2^*} T\left\{\frac{(\alpha+\beta t^*+\beta T-\xi)^2}{2(\eta+\gamma)} - \frac{(\alpha+\beta t^*+\beta T-\xi)^2}{2(\eta_1+\gamma)}\right\} e^{-iT}dT \\
& + T_1^* K s_1\, e^{-iT_1^*} + T_2^* K s_1\, e^{-iT_1^*}
\end{aligned}
\qquad (5.3.23)
$$

ただし　$T=\tau-t^*$，　$T_1^*=t^*_{s_1}-t^*$，　$T_2^*=t^*_{s_2}-t$

注 1 ）V_s を例にとれば

$V_s = NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2}, x) - NB(t^*, x)$ であるから

$$\frac{\partial V_s}{\partial x} = \frac{\partial NB_s}{\partial x} + \frac{\partial NB_s}{\partial t^*_{s_1}}\frac{d t^*_{s_1}}{dx} + \frac{\partial NB_s}{\partial t^*_{s_2}}\frac{d t^*_{s_2}}{dx} - \frac{\partial NB}{\partial x} - \frac{\partial NB}{\partial t^*}\frac{\partial t^*}{\partial x}$$

となるが，最適実行時期の条件より $\dfrac{\partial NB_s}{\partial t^*_{s_1}} = \dfrac{\partial NB_s}{\partial t^*_{s_2}} = \dfrac{\partial NB}{\partial t^*} = O$

故に $\dfrac{\partial V_s}{\partial x} = \dfrac{\partial NB_s}{\partial x} - \dfrac{\partial NB}{\partial x_0}$ この公式を使用して計算を簡単化できる。

(5.3.2 3) 式において，右辺第3項を除く他の項はすべて正の符号をもち，第3項のみが負の符号をもつ。この第3項の存在によって，i に関する微係数が定まらない。この事情は，図－5.3.3(b)によっても明らかである。すなわち，Vs は図の⊕と⊖の部分の現価に投資額の差の現価を差し引いたものである。i が大きくなると⊕の部分は大きくなり⊖の部分は小さくなる。さらに第2段階の投資額の現価 $K_{s_2}\, e^{-i t^*_{s_2}}$ も小さくなる。このかぎりにおいて割引率 i の増加は段階型を有利にする。しかし，(5.3.2 2) 式の第3項にあたる第1段階の投資の現価は増加する。以上は，$t^*_{s_1} \neq t \neq t^*_{s_2}$ の場合である。

これに対して，$t^*_{s_1} = t^*$ の場合を想定すると，図－5.3.3 の⊕の部分は消滅してしまう。また原点を $t^* = t^*_{s_1}$ にしたことによって，(5.3.2 3) 式の第3項にあたる第1段階の投資の現価は変化しなくなる。このため，符号が定まり段階型が有利となってしまう。

以上の事情は，Vms および V_m についてもまったく同様に説明できる。したがって，第1段階および一括建設の最適実行時期が異なるという一般的場合には，割引率の増加は，必ずしも，追いかけ型を有利にするとはいえない。

(2) 初期最高つけ値 α の感度分析

V_{ms} を例にとると

$$\frac{\partial V_{ms}}{\partial \alpha} = \int_{t^*_{m_1}}^{t^*_{s_1}} \left(\frac{\alpha+\beta t-\xi}{\eta_1+\gamma} - \frac{\alpha+\beta\tau-\xi}{\eta_0+\gamma}2 \right) e^{-i\tau} d\tau$$

$$- \int_{t^*_{s_2}}^{t^*_{m_2}} \left(\frac{\alpha+\beta\tau-\xi}{\eta+\gamma} - \frac{\alpha+\beta\tau-\xi}{2\eta_1+\gamma} \right) e^{-i\tau} d\tau$$

$$- \int_{t^*_{m_2}}^{\infty} \left(\frac{\alpha+\beta\tau-\xi}{\eta+\gamma} - \frac{\alpha+\beta\tau-\xi}{0.5\eta+\gamma} \right) e^{-i\tau} d\tau \qquad (5.3.24)$$

上式の意味は，α が増加したとき，図－5.3.3(a)式の⊕の部分の現価も⊖の部分の現価もともに増加するので，$\partial V_{ms} / \partial \alpha$ の符号が定まらないことを示している。これに対して，もし $t^*_{m_1} = t^*_{s_1}$ とすると⊕の部分がなくなるので，α の増加は一意的に⊖の部分のみを増加させ，したがって，段階型を有利にすることになる。

③ 成長係数 β および弾力性 γ の感度分析

α が図－5.3.3 の各年間便益曲線を平均移動するのに対して，β および γ はその勾配を大きくする役割をはたす。以下の考え方は α とまったく同様にして推論することができる。

以上の事情は，従来の研究が仮定していた $t^*_{m_1} = t^*_{s_1} = t^*$ の危険性を示す。すなわち，本研究で仮定した一般的な場合には，割引率，初期つけ値，需要の成長および弾力性については，必ずしも一方的にある投資形態を有利にするとは限らず，他のパラメーターの値

に依存するということを示している。

表－5.3.2　V_{ms}，Vs，Vmの微分係数の符号

パラメーター x	微分係数の符号		
	$\partial Vms/x$	$\partial Vs/x$	$\partial Vm/x$
① 社会的割引率 i	± (+)	± (+)	± (+)
② 投資額			
追いかけ　2Km	−		−
段階 第1　K_{s_1}	+	−	
段階 第2　K_{s_2}	+	−	
一括　K		+	+
③ 需要構造			
初期つけ値 α	± (−)	± (−)	± (−)
需要の成長 β	± (−)	± (−)	± (−)
〃弾力性（$-\gamma$）	± (−)	± (−)	± (−)
④ 平均付帯費用			
初期固定的費用　ξ_0	+	+	+
〃　比例的〃　η_0	+	+	+
第1および第2段階			
固定的費用　ξ	+	+	+
第1段階比例的費用　η_1	−	−	−
最終段階　〃　η	+	+	+

（　）内は $t^*_{m_1} = t^*_{s_1} = t^*$ の場合の符号を示す。

5．3．4　規模の経済の影響

5.3.1で設定した仮定は，2つの意味で規模の経済が存在していることであった。その第1は，投資額に関するものであり，段階建設型の総投資額（$K_{s_1}+K_{s_2}$）が一括型のそれKよりも大きいという仮定である。すなわち，

$$K < K_{s_1}+K_{s_2} \qquad (5.3.25)$$

を仮定した。

第2は，付帯費用に関するものであり，一括および段階型の最終状態における限界付帯

費用ηは，追いかけ型のそれ（η_1 ／2）より小さいという一体化利用の効果を仮定したことである。すなわち

$$\eta < (\eta_1 / 2) \qquad (5.3.26)$$

本節では，上記2つの仮定の少くとも1つが成立しない場合を分析することによって2種類の規模の経済の影響を分析する。

(1) 段階型と一括型の比較

段階型と一括型の比較においては一体化利用の効果の有無にかかわらず（すなわち，$\eta \gtrless 0.5\eta_1$），もし，段階型の総投資額（$K_{s_1}+K_{s_2}$）が，一括型のそれ(K)よりも大きくないならば（すなわち，$K \geq K_{s_1}+K_{s_2}$），常に，段階型が有利であって，一括型が有利であることはあり得ない（すなわち$V_s \geq 0$）。[注1] したがって，もし一体化利用の効果が存在する場合でも，一括型は考慮の対象にならず，常に，追いかけ型と段階型との比較（V_{ms}の正負）を行なえばよいことになる。[注2]

上記の性質は下記の命題によって証明される。

命　題1.　Kと$K_{s_1}+K_{s_2}$の関係を除くすべての5.3.1に述べた仮定が成立し，Kと（$K_{s_1}+K_{s_2}$）の間に

$$K \geq K_{s_1}+K_{s_2}$$

なる関係が成立するとき，パラメータのいかんにかかわらず

$$V_s \geq 0, \quad \text{viz. } NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2}) \geq NB(t^*)$$

証　明　：　$K_{s_1}+K_{s_2}=K$である場合を考える。

このとき，一括建設は，$t^*_{s_1}=t^*_{s_2}$なる制約条件のもとで$NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2})$を最大にしているものとみなし得る。故に

$$\underset{\text{s.t. } t^*_{s_1} < t^*_{s_2}}{NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2})} = NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2})_* \geq NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2})\ \text{s.t. } t^*_{s_1}=t_{s_2} = NB(t^*)$$

$\therefore NB_s(t^*_{s_1}, t^*_{s_2}) \geq NB(t^*)$。次に　$K_{s_1}+K_{s_2}<K$の場合には，

$K_s=K_{s_1}+K_{s_2}$として（K/K_s）$=x$（>1）とすれば

$$\begin{aligned} NB_s(K_{s_1}, K_{s_2}) &> NB_s(xK_{s_1}, xK_{s_2}) \\ &\geq NB_s(xK_{s_1}, xK_{s_2}) \\ &\quad \text{s. t. } t^*_{s_1}=t^*_{s_2} \\ &= NB(K) \end{aligned}$$

ただし，$NB_s(K_{s_1}, K_{s_2})$は，段階型における各段階の投資額がそれぞれK_{s_1}およびK_{s_2}であるときの段階型の最大純現価を示す（証明終）。

注1）下記命題1参照。これは，表－5.3.4の場合②，④および⑤にあたる。

注2）これは，表－5.3.4の場合②にあたる。

(2) 追いかけ型と段階型の比較

追いかけ型と段階型との比較においては，第1に一体化利用の効果がなく（すなわち，$\eta \geq 0.5\eta_1$ ），第2に，追いかけ型の総投資額（ 2Km ）が，段階型のそれ（ $K_{s_1}+K_{s_2}$）に等しいかまたは小さいとき，（すなわち$2Km \leq (K_{s_1}+K_{s_2})$ ）常に，追いかけ型が有利であって，段階型が有利であることはあり得ない（すなわち，$V_{ms} \geq 0$）。注1）したがって，もし，上記の条件が成立し，かつ一括型の投資額Kが2Kmより小さいとき（ K＜2Km ）には，段階型は考慮の対象とはならず，常に，追いかけ型と一括型との比較（V_mの正負）を行なえばよいことになる。注2）

上記の性質は下記の命題によって証明される。

命　題 2.　ηと$0.5\eta_1$との関係を除くすべての5.3.1に述べた仮定が成立し，かつ

$$\eta \geq 0.5\eta_1$$

$$2Km \leq K_{s_1} + K_{s_2}$$

なる関係が成立するとき，パラメーターの値のいかんにかかわらず

$$V_{ms} \geq 0 \qquad \text{viz} \qquad NB_m \geq NBs$$

証　明 ：　$K_{s_1}+K_{s_2}=2Km$，かつ$\eta = 0.5\eta_1$である場合を考える。このとき，追いかけ型と段階型の相違点は，2Kmなる投資額の配分が異なるという点にある。したがって，2Kmなる総投資額の第1段階への配分率をxとすれば，両者は一般に次式で表現できる。

$$NB'(t_1^*, t_2^*, x)$$

$$= \frac{1}{2(\eta_0+\gamma)}\int_0^{t_1^*}(\alpha+\beta\tau-\xi_0)^2 e^{-i\tau}d\tau + \frac{1}{2(\eta_1+\gamma)}\int_{t_1^*}^{t_2^*}(\alpha+\beta\tau-\xi)^2 e^{-i\tau}d\tau$$

$$+ \frac{1}{2(0.5\eta_1+\gamma)}\int_{t_2^*}^{\infty}(\alpha+\beta\tau-\xi)e^{-i\tau}d\tau$$

$$-2xKm\,e^{-it_1^*} - 2(1-x)Km\; e^{-it_2^*}$$

t_1^*およびt_2^*の最適性の条件より

$$\frac{dNB'}{dx} = \frac{\partial NB'}{\partial x} = -2Km\ (e^{-it_1^*}+e^{-it_2^*}) < 0$$

すなわち，第1段階への投資配分xを大きくすればNB′は減少する。仮定（ 5.3.1 ）式に従がい　　$K_{s_1} \leq Km \leq K_{s_2}$

であることから，段階型の投資配分x_sは追いかけ型のxの値0.5より大きくなる。故に

注1）　これは表－5.3.4の場合②および⑤にあたる。

注2）　これは表－5.3.4の場合③にあたる。

$NBs = NB'(x_s) \leq NB'(0.5) = NB_m \quad (\because x_s \geq 0.5)$

故に　$NB_s \leq NB_m$

つぎに，$K_s = K_{s_1} + K_{s_2} \leq 2Km$ かつ $\eta \geq 0.5\,\eta_1$

の場合には，$2Km / K_s = y(>1)$ として，

$$
\begin{aligned}
NB_s &= NB_s(\eta_1, K_{s_1}, K_{s_2},) \\
&\leq NB_s(0.5\eta_1, yK_{s_1}, yK_{s_2}) \\
&= NB'(0.5\eta_1, yk_s, x_s) \\
&\leq NB'(0.5\eta_1, 2Km, 0.5) \\
&= NB_m
\end{aligned}
$$

（証明終）

(3) 最小規模拡張ルールの条件

追いかけ型は，将来の一体化利用の効果の享受を一切考慮せずに最小規模でもって順次最適時期に建設を行なうという意味で，最小規模拡張ルールを採用しているとみなし得る。この最小規模拡張ルールが常に最適であるための条件は，一切の規模の経済が働かない場合である。すなわち，第1に，一体化利用の効果が働らかず（$\eta \geq 0.5\,\eta_1$），第2に，投資額に関しては，追いかけ投資額が段階または一括のいずれの投資額より小さいかまたは等しいとき（すなわち，$2Km \leq K_{s_1} + K_{s_2}$ かつ $2Km \leq K$），追いかけ型が常に最適であって，一括や段階型が有利になることはありえない。注）

以上の事情は，次の命題によって証明することができる。

命　題3　（5.3.1）式および（5.3.4）式のかわりにそれぞれ

$$
\left.
\begin{aligned}
&K_{s_1} < Km < K_{s_2} < K, \\
&2Km \leq \min\{K_{s_1} + K_{s_2}, K\}
\end{aligned}
\right\} \qquad (5.3.1)'
$$

$$
0.5\,\eta_1 < \eta < \eta_1 < \eta_0 \qquad (5.3.4)'
$$

をおきかえた5.3.1の仮定が成立するとき，パラメーターの値如何にかかわらず

$$
NB_m \geq \max\{NB_s, NB\} \qquad (5.3.27)
$$

証　明　：（5.3.27）式は

$$
V_{ms} \geq 0 \quad かつ \quad V_m \geq 0
$$

と等価である。

(1) $V_{ms} \geq 0$ の証明：（5.3.1）′ および（5.3.4）′ 式は命題2の条件を満足しているので $V_{ms} \geq 0$

(2) $V_m \geq 0$ の証明：命題1は，$K_{s_1} = K_{s_2} = Km$ としても成立する。（5.3.1）′ および（5.3.4）′ 式は命題1の条件を満足しているので。

$NB_m = NB_s\ (Km, Km) \geq NB(K)$　故に $V_m \geq 0$

注）これが 表一5.3.4の場合⑤にあたる。

表－5.3.4　比較すべき形態

規模の経済に関する条件		比較すべき形態		
投　資　額	一体化利用効果	追いかけ	段　階	一　括
(1) $K_{s_1} < K_m < K_{s_2} < K < K_{s_1}+K_{s_2}$	(有)　$\gamma < 0.5\gamma_1$	○	○	○
(2) $K_{s_1} < K_m < K_{s_2} < K \geq K_{s_1}+K_{s_2}$	(有)　$\gamma < 0.5\gamma_1$	○	○	×
(3) $K_{s_1} < K_m < K_{s_2} < K < 2K_m < K_{s_1}+K_{s_2}$	(無)　$\gamma \geq 0.5\gamma_1$	○	×	○
(4) $K_{s_1} < K_m < K_{s_2} < K < 2K_m \geq K_{s_1}+K_{s_2}$	(無)　$\gamma \geq 0.5\gamma_1$	○	○	×
(5) $K_{s_1} < K_m < K_{s_2} < K \geq 2K_m$ かつ $K_1+K_{12} \geq 2K_m$	(無)　$\gamma \geq 0.5\gamma_1$	○	×	×

○－比較の対象とすべき形態　　×－無視してよい形態

5．4　多地域多部門多段階投資計画について[注1)]

本節では，5.1の(3)の(b)で述べた多地域多部門多段階投資計画をとりあつかう。このため，以下に，5.4.1(1)において述べるような仮定およびその妥当性を検討し，5.4.1(2)においては混合整数計画法による定式化を行ない，5.4.2ではその最適解の一般的性質について述べた後，5.4.3においてその分権的達成のための補助金システムを考える。
なお，本投資計画では，非弾力的需要を仮定し，費用最小化基準を採用している。

5．4．1　モデルの定式化

(1)　モデルの仮定

本モデルの定式化にあたって設けた仮定はつぎのとおりである。

仮定Ⅰ（地域）　Ⅰ個の地域からなる対象地域を想定する。

仮定Ⅱ（計画期間）　本計画の計画期間は，あらかじめ決定されているものとし，これをT期とする。[注2)]

仮定Ⅲ（計画目標）　本計画の計画目標は2つに分類される。

第1は，対象地域全体で達成されねばならないL個の計画目標の時系列，$D^{\ell}(1)$，… $D^{\ell}(t)$, $D^{\ell}(T)$($\ell=1,\cdots,L$) であり，第2は，地域毎に設定されたM個の目標の

注1）　森杉寿芳　（1976b）
注2）計画期間は，予測の不確実性，不確実性の減少に必要な情報収集費用などを考慮して決定されねばならない。これは，重大な問題であるが，本論文の研究範囲を越えるので，ここでは言及しないこととする。

時系列$B_i^m(t)$ （$m=1, \cdots, M$，$i=1, \cdots, I$：$t=1, \cdots, T$）である。

仮定Ⅳ（計画部門）計画目標$D^{\ell}(t)$あるいは$B_i^m(t)$を達成するのに必要な公共投資の対象部門はJ個からなる。（たとえば，道路，上下水道，港湾など）

仮定Ⅴ（達成状態）：i地域におけるj部門のt期において達成されている状態の水準を$Z_{ij}(t)$，t期に投資によって追加的に向上した水準を$X_{ij}(t)$とすれば，次式が成立するものとする。

$$X_{ij}(t) = Z_{ij}(t) - Z_{ij}(t-1) \qquad (5.4.1)$$

この仮定は，t期の水準が（$t-1$）期の水準とt期の実行水準のみに依存して，（$t-2$）期以前の水準には依存しないということを意味する。注1）

仮定Ⅵ（プロジェクトの効果）　i地域におけるj部門の水準がt期に$Z_{ij}(t)$であることによって達成される計画目標ℓおよび（m，i）の水準は簡単化のため$Z_{ij}(t)$に比例するものと仮定し，これをそれぞれ，$d_{ij}^{\ell}(t)Z_{ij}(t)$および$b_{ij}^m(t)Z_{ij}(t)$とする。注2）

仮定Ⅶ（影響範囲）　i地域のプロジェクトが地域的計画目標（m，i）の水準におよぼす影響は，当該地域iのみであるとする。注3）

仮定Ⅷ（投資額）　プロジェクト$X_{ij}(t)$を実行するに必要な投資額の現在価値$\phi_{ij}(t)$，は次式で表現されるものとする。

$$\phi_{ij}(t)=\begin{cases} \text{もし} \quad X_{ij}(t)=0 \quad \text{ならば} \quad 0 \\ \text{もし} \quad X_{ij}(t)>0 \quad \text{ならば} \quad f_{ij}(t)+C_{ij}(t)X_{ij}(t) \end{cases} \qquad (5.4.2)$$

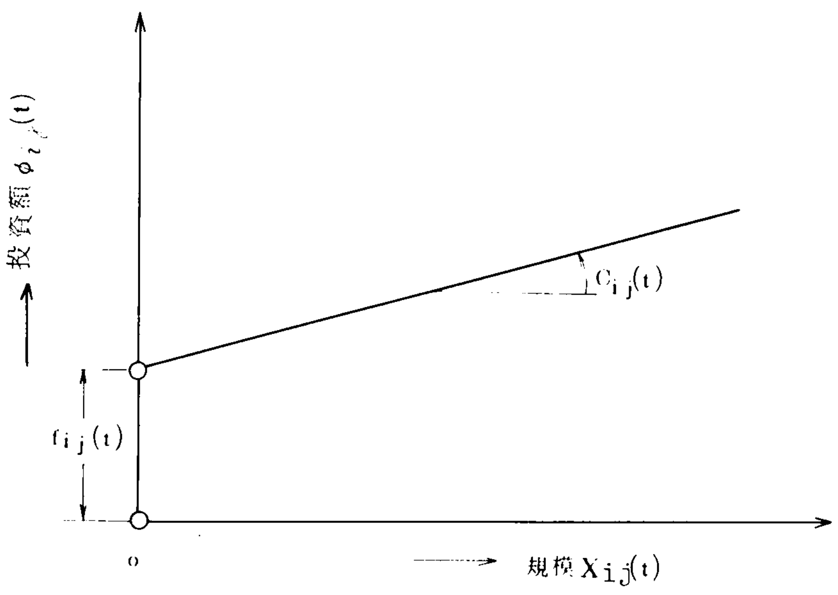
すなわち，プロジェクト$X_{ij}(t)$に必要な投資額の現在価値は，固定費用および比例費用の現在価値$f_{ij}(t)$および$C_{ij}(t)X_{ij}(t)$の和である。（図－5.4.1参照）　この仮定により費用関数が凹関数となり，規模の経済が働いていることになる。注4）

注1）　$Z_{ij}(t)$を公共投資の対象となる施設レベルとすれば，この仮定は成立し得るものと思われる。

注2）　この線型性の仮定は，従来の公共投資の経済効果に関する研究から類推するに，非現実的と思われる。しかし，ここでは，現実への第1次近似としてこの仮定を採用する。なお，本仮定および仮定Ⅶをスムーズな非線型性までゆるめた場合の分析は，非線型混合整数計画法の適用によって比較的容易である（Balas（1970b）参照）。

注3）　もし，その他の地域i'の地域計画目標（m，i'）におよぼす影響を考慮しようとすれば，b_{ij}^mにもう1つサフィックスi'をつければよい。しかし，ここでは，はん雑さを避けるため，上記の仮定を設けることとする。

注4）　このような性質は，多くの公共施設の整備計画において存在する。〔Vietorisz(1963),Nagao and Morisugi(1974) 参照〕



図－5.4.1　費用関数

仮定Ⅸ（制約）　簡単化のため，資源や予算制約などのプロジェクトの最大可能水準を制するものはないものとする。

仮定Ⅹ（評価基準）：本計画は，計画目標の時系列を達成するために必要な費用の現在価値1の和を最小にするという評価基準を設定しているものとする。注）

(2) モデルの定式化

以上に定義した変数および定数にくわえて $Y_{ij}(t)$ および Q をつぎのように定義する。

$Y_{ij}(t)$：プロジェクト $X_{ij}(t)$ を実行したとき（$X_{ij}(t) > 0$）1，そうでないとき0とする0－1変数。

Q：任意の非常に大きな正の定数

このとき，求める公共投資計画モデルは次式で表現される。

① 目的関数

$$\min_{y,x} \; C = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \{ f_{ij}(t) \, Y_{ij}(t) + C_{ij}(t) \, X_{ij}(t) \} \qquad (5.4.3a)$$

注）　計画目標として，プロジェクトの産出物に対して非弾力的需要を仮定しているので（仮定Ⅱ）費用最小化基準は，純便益最大化基準に一致する。しかし，仮定Ⅱは必ずしも現実的であるとはいえない場合がある。すなわち，設定された計画目標の妥当性の検討方法についての吟味を必要とする場合は十分考えられる。このような場合には，本研究第4章特に4.3参照。

② 全国的計画目標制約

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{t} d_{ij}^{\ell}(\tau)\ X_{ij}(\tau) \geq D^{\ell}(t)$$

$(\ell=1,\cdots,L\ t=1,\cdots,T)$ (5.4.3 b)

③ 地域的計画目標制約

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{\tau=1}^{t} b_{ij}^{m}(\tau)\ X_{ij}(\tau) \leq B_i^{m}(t)$$

$(i=1,\cdots,I,\ m=1,\cdots,M,\ t=1,\cdots,T)$ (5.4.3 c)

④ プロジェクト実行可能制約

$$X_{ij}(t) \leq QY_{ij}(t)$$ (5.4.3 d)

$(i=1,\cdots,I,\ j=1,\cdots,J,\ t=1,\cdots,T)$

および $X_{ij}(t) \geq 0$, $Y_{ij}(t) = 0$ or 1

(5.4.3)式は，混合整数計画法mixed integer programmingでいうところの固定費用問題(fixed charge problem)にほかならない。したがって，(5.3.3)式の最適解は固定費用問題のいずれの解法を使用しても解くことができる。[注1)]

5.4.2 双対定理による最適解の検討

(5.4.3)式によって定式化された公共投資の段階的地域配分モデルの最適解($\bar{X}_{ij}(t)$), $\bar{Y}_{ij}(t)$)の性質を調べるために，まず，(5.4.3)式の双対問題を(5.4.4)式のように定義する。[注2)]

① 目的関数

$$\min_{y}\ \max_{u}\ {}_{v,\lambda}\ \pi = \sum_{\ell=1}^{L}\sum_{t=1}^{T} D^{\ell}(t)\ u^{\ell}(t) + \sum_{i=1}^{I}\sum_{m=1}^{M}\sum_{t=1}^{T} B_i^{m}(t)\ v_i^{m}(t)$$

$$+\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}\{f_{ij}(t)-Q\lambda_{ij}(t)\}\ Y_{ij}(t) \qquad (5.4.4\,a)$$

② 制約条件

$$\sum_{\tau=t}^{T}\sum_{\ell=1}^{L} d_{ij}^{\ell}\ u^{\ell}(\tau) + \sum_{\tau=t}^{T}\sum_{m=1}^{M} b_{ij}^{m}\ v_i^{m}(\tau) - \lambda_{ij}(t) \leq C_{ij}(t) \qquad (5.4.4\,b)$$

$(i=1,\cdots,I,\ j=1,\cdots,J,\ t=1,\cdots,T)$

ここに，$u^{\ell}(t)$, $v_i^{m}(t)$, $\lambda_{ij}(t) \geq 0$

$Y_{ij}(t) = 0$ or 1

注1）解法については，Gray(1967),Garfinkel and Nemhauser (1972)が詳しい。

注2）Balas (1970a)

主問題（ 5. 4. 3 ）式の最適解$\bar{Y}_{ij}(t)$は，双対問題(4)式の最適解$\bar{Y}_{ij}(t)$に一致することが，Balasによって証明されている〔Balas(1970 a, b)〕。この事実によって，（ 5. 4. 4 ）式に（ 5. 4. 3 ）式の最適解$\bar{Y}_{ij}(t)$を代入すれば，（ 5. 4. 4 ）式は，$u^{\ell}(t)$，$v_i^m(t)$，$\lambda_{ij}(t)$に関して線型計画となり，その最適解（$\bar{u}^{\ell}(t)$，$\bar{v}_i^m(t)$，$\bar{\lambda}_{ij}(t)$）を求めることができる。

さて，主問題と双対問題の最適解の間の関係はつぎのように説明することができる。すなわち，$\bar{Y}_{ij}(t)$を与件としたとき，（ 5. 4. 3 ）式は$X_{ij}(t)$に関して線型計画となる。その双対問題が$\bar{Y}_{ij}(t)$を与件とした（ 5. 4. 4 ）式に他ならない。したがって，$\bar{Y}_{ij}(t)$を与件とした通常の線型計画の双対定理より定理1が導かれる。

$\boxed{\text{定理 1}}$ （$\bar{X}_{ij}(t)$，$\bar{Y}_{ij}(t)$）および（$\bar{u}^{\ell}(t)$，$\bar{v}_i^m(t)$，$\bar{\lambda}_{ij}(t)$，$\bar{Y}_{ij}(t)$）をそれぞれ主問題（ 5. 4. 4 ）式および双対問題（ 5. 4. 4 ）式の最適解とすれば，次式が成立する。

$$\left\{ \sum_{\ell=1}^{L} \sum_{\tau=t}^{T} d_{ij}^{\ell}(\tau)\, \bar{u}^{\ell}(\tau) + \sum_{m=1}^{M} \sum_{\tau=t}^{T} b_{ij}^{m}\, \bar{v}_i^m(\tau) - \lambda_{ij}(t) - C_{ij}(t) \right\} \bar{X}_{ij}(t) = 0$$

$$(i=1, \cdots, I,\ j=1, \cdots, J,\ t=1, \cdots, T) \qquad (5.4.5)$$

$$\left\{ \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{\tau=1}^{t} d_{ij}^{\ell}(\tau)\, \bar{X}_{ij}(\tau) - D^{\ell}(t) \right\} \bar{u}^{\ell}(t) = 0 \qquad (5.4.6a)$$

$$(\ell=1, \cdots, L,\ t=1, \cdots, T)$$

$$\left\{ \sum_{j=1}^{J} \sum_{\tau=1}^{t} b_{ij}^{m}(\tau)\, \bar{X}_{ij}(\tau) - B_i^m(t) \right\} \bar{v}_i^m(t) = 0$$

$$(m=1, \cdots, M,\ i=1, \cdots, I,\ t=1, \cdots, T) \qquad (5.4.6b)$$

$$\left\{ \bar{X}_{ij}(t) - Q\bar{Y}_{ij}(t) \right\} \bar{\lambda}_{ij}(t) = 0$$

$$(i=1, \cdots, I,\ j=1, \cdots, J,\ t=1, \cdots, T) \qquad (5.4.6c)$$

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} C_{ij}(t)\, \bar{X}_{ij}(t) = \sum_{\ell=1}^{L} \sum_{t=1}^{T} D^{\ell}(t)\, \bar{u}^{\ell}(t) + \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=1}^{I} \sum_{t=1}^{T} B_i^m(t)\, \bar{v}_i^m(t) - Q \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{t=1}^{T} \bar{\lambda}_{ij}(t)\, \bar{Y}_{ij}(t) \qquad (5.4.7)$$

(a) $\bar{u}^{\ell}(t)$および$\bar{v}_i^m(t)$の解釈

$\bar{u}^{\ell}(t)$および$\bar{v}_i^m(t)$については，定理1と同様な事情によって通常の線型計画の双対性により定理2を成立させる。

$\boxed{\text{定理 2}}$ （ 5. 4. 3 ）式の最適値を$\bar{C}$，$\bar{C}$のうちで比例費用項を$\bar{C}p$，固定費用項を$\bar{F}$とすれば次式が成立する。注）

注　本研究3.3参照。なお 微分記号の右の－および＋の記号は，DおよびBに関してそれぞれ小さいおよび大きい方からの極値を示している。

$$\frac{\partial \overline{C}-}{\partial D^{\ell}(t)} = \frac{\partial \overline{C}p-}{\partial D^{\ell}(t)} \leq \overline{u}^{\ell}(t) \leq \frac{\partial \overline{C}p+}{\partial D^{\ell}(t)} = \frac{\partial \overline{C}+}{\partial D^{\ell}(t)}$$

$$(\ell = 1, \cdots, L, \ t = 1, \cdots, T) \qquad (5.4.8\ a)$$

$$\frac{\partial \overline{C}-}{\partial B^{m}_{i}(t)} = \frac{\partial \overline{C}p-}{\partial B^{m}_{i}(t)} \leq \overline{v}^{m}_{i}(t) \leq \frac{\partial \overline{C}p+}{\partial B^{m}_{i}(t)} = \frac{\partial \overline{C}+}{\partial B^{m}_{i}(t)}$$

$$(m = 1, \cdots M, \ i = 1, \cdots, I, \ t = 1, \cdots, T) \qquad (5.4.8\ b)$$

定理2によって，CおよびCpが連続の場合には$\overline{u}^{\ell}(t)$および$\overline{v}^{m}_{i}(t)$が，それぞれ，$D^{\ell}(t)$および$B^{\ell}_{i}(t)$を限界的に1単位増加させた場合に発生する追加的費用の現在価値を示していることがわかる。しかし，（5.4.8）式の等号より，この追加的に増加する費用は，比例的費用の増加によって発生するのみであり，固定費用は不変であることがわかる。すなわち，$\overline{u}^{\ell}(t)$ および$\overline{v}^{m}_{i}$ (t)は，最適解であるプロジェクト（$\overline{Y}_{ij}(t) = 1$ なるプロジェクト）のみが実行可能であるという制約条件下での計画目標$D^{\ell}(t)$ および$B^{m}_{i}(t)$の計算価格を示している。

このような計画目標の計算価格の第1の特徴が（5.4.6 a）および（5.4.6 b）式によって次のように示されている。すなわち，いずれの期（t期とせよ）のいずれの計画目標に関しても，もし，その目標が（t − 1）期までに達成されておれば，その目標の計算価格は0である。逆に，ある期の目標の計算価格が正であるのは，その期までのプロジェクトの実行によって達成された水準が，丁度その期の目標に一致している場合だけである。

(b) $\overline{\lambda}_{ij}(t)$ の解釈

定理1よりたゞちに次の系が成立する。注）

系1・1， $\overline{\lambda}_{ij}(t)\ \overline{Y}_{ij}(t) = 0$ （5.4.9）

$$(i = 1, \cdots, I, \ j = 1, \cdots, J, \quad t = 1, \ \cdots, T)$$

系1・1は，最適プロジェクトに対しては，$\overline{\lambda}_{ij}(t) = 0$であることを示している。しかし，最適でないプロジェクト（$\overline{Y}_{ij}(t) = 0$）に対しては，$\overline{\lambda}_{ij}(t)$ の値を非負のいかなる値にしても，系1・1は成立している。事実，$\overline{Y}_{ij}(t) = 0$なるプロジェクトに対応する$\overline{\lambda}_{ij}(t)$が，（5.4.4 b）を満足するいかなる値であっても，目的関数（5.4.4 a）の値は変化しない。そこで，$\overline{Y}_{ij}(t) = 0$に対応する$\overline{\lambda}_{ij}(t)$ を次のように指定することとする。

注） 系1.1 の証明，もし，$Y_{ij}(t) = 0$ であれば明らかである。 もし $Y_{ij}(t) = 1$ であれば，$X_{ij}(t) - QY_{ij}(t) < 0$ 。したがって（5.4.6 c）より $\lambda_{ij}(t) = 0$

すなわち　$\overline{\lambda}_{i\jmath}(t) = \max[\{P_{i\jmath}(t) - C_{i\jmath}(t)\}, 0]$　（5.4.10）

ここに，

$$P_{i\jmath}(t) = \sum_{\ell=1}^{L}\sum_{\tau=t}^{T} d^{\ell}_{i\jmath}(\tau)\,\overline{u}^{\ell}(\tau) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{\tau=t}^{T} b^{m}_{i\jmath}(\tau)\,\overline{v}^{m}_{i}(\tau) \qquad (5.4.11)$$

（i，$\jmath$，tは$\overline{Y}_{i\jmath}(t) = 0$なるもののみ）

とする。

（5.4.10）式指定された$\overline{\lambda}_{i\jmath}(t)$は，もしもプロジェクト（$i$，$\jmath$）がt期に1単位実行していたならば，節約されたであろう比例費用の純節約額を示している。

なぜならば，プロジェクト（i，$\jmath$）をt期に1単位実行したことによってt期以後T期までにわたって得られる最大節約額の現在価値は，$\overline{u}^{\ell}(t)$および$\overline{v}^{m}_{i}(t)$の定理2で示した性質により，$P_{i\jmath}(t)$である。一方，このプロジェクトを1単位実行するに必要な比例費の現在価値は，$C_{i\jmath}(t)$で示される。もし，純節約額の現在価値$\{P_{i\jmath}(t) - C_{i\jmath}(t)\}$が負ならば，そのプロジェクトを1単位実行することによっては比例費用の節約がないので，実行されない。したがって，（5.4.10）式どおり節約額$\overline{\lambda}_{i\jmath}(t)$は0である。逆に，もし，$\{P_{i\jmath}(t) - C_{i\jmath}(t)\}$が正ならば，そのプロジェクト1単位は実行され，その比例費用の純節約額の現在価値が$\overline{\lambda}_{i\jmath}(t)$であることを（5.4.10）式は示している。

結局，最適でないプロジェクトをt期に1単位実行したならば，固定費用の増加分を含めて，$\{f_{i\jmath}(t) - \overline{\lambda}_{i\jmath}(t)\}$ほどの費用増加（の現在価値）をもたらすことになる。この事実から，実行されなかったプロジェクトについて順位付けを行なうことができる。すなわち$\{f_{i\jmath}(t) - \overline{\lambda}_{i\jmath}(t)\}$の値の小さいほど，“よい”プロジェクトであるということができる。

5．4．3　最適公共投資の分権的達成

本項では，最適投資パターンを各地域各部門当局の分権的行動によって達成するための価格と補助金全体系のあり方について述べる。

このため，つぎのような想定を行なう。いま，中央当局は，第1に，t期の計画目標ℓおよび（i，m）の価格をそれぞれ$\overline{u}^{\ell}(t)$および$\overline{v}^{m}_{i}(t)$と指定する。この価格は，計画目標達成による便益を享受する人々が支払うものと考えてもよいし，中央当局が支払うと考えてもよい。第2に，1つのプロジェクト$X_{i\jmath}(t)$（$t=1,\cdots T$）は1つの部門当局が行なうものとする。最後に，中央当局は，上記，目標の価格づけにくわえて，次式の$S_{i\jmath}(t)$なる補助金（罰金）政策を行なうものとする。

$$S_{i\jmath}(t) = \begin{cases} \text{もし}\ \overline{Y}_{i\jmath}(t) = 1\ \text{ならば}\quad f_{i\jmath}(t) \\ \text{もし}\ \overline{Y}_{i\jmath}(t) = 0\ \text{ならば}\quad \min[0,\ f_{i\jmath}(t) - Q\overline{\lambda}_{i\jmath}(t)] \end{cases} \qquad (5.4.12)$$

すなわち，中央当局は，最適プロジェクトに対しては，固定費用に等しい補助金を支給

し，最適でないプロジェクトに対しては，$min[0, f_{ij}(t)-Q\lambda_{ij}(t)]$ なる罰金を課すものとする。このとき，(i, j)部門当局が t 期にプロジェクト $X_{ij}(t)$ を行なうことによって得られる純収益の現在価値$\pi_{ij}(t)$は次式で示される。

$$\begin{aligned}\pi_{ij}(t) = &[P_{ij}(t)X_{ij}(t) + S_{ij}(t)Y_{ij}(t)] \\ &-[C_{ij}(t)X_{ij}(t) + f_{ij}(t)Y_{ij}(t)]\end{aligned} \tag{5.4.13}$$

ここに，$P_{j}(t)$ は（5.4.11）式で示したものである。
純収益の現在価値を最大にする部門当局間の分権的競争の均衡状態が全体的最適投資パターン（$\bar{X}_{ij}(t), \bar{Y}_{ij}(t)$）に一致することを以下に示す。このためにはまず，つぎの定理3の成立を証明する必要がある。

定理 3. いかなるプロジェクト（$X_{ij}(t)$，$Y_{ij}(t)$）に対しても

$\pi_{ij}(t) \leq 0$

証　明：$\bar{Y}_{ij}(t) = 1$である（i，j）部局を考える。もし，$Y_{ij}(t)=1$とすれば，$\bar{\lambda}_{ij}(t) = 0$であるから（系 1 − 1），$P_{ij}(t) = C_{ij}(t)$，$S_{ij}(t) = f_{ij}(t)$ $\therefore \pi_{ij}(t) = 0$
もし，$Y_{ij}(t) = 0$としても，$\pi_{ij}(t) = 0$。次に$\bar{Y}_{ij}(t) = 0$なる部局を考える。
もし$Y_{ij}(t)=1$とすれば，$\pi_{ij}(t) = (P_{ij}(t) - C_{ij}(t))X_{ij}(t) - Q\bar{\lambda}_{ij}(t) < 0$
$Y_{ij}(t) = 0$とすれば
$\pi_{ij}(t) = 0$（証明終）

定理3は，中央当局が計画目標に対する価格づけ$\bar{u}^{\ell}(t)$および$\bar{v}^{m}(t)$と補助金政策$S_{ij}(t)$を行なったとき，全体的最適投資でないプロジェクト（$\bar{Y}_{ij}t=0$なるプロジェクト）は地方当局にとって損失をもたらし，決して実行されないことを保証している。

以上の定理1から定理3を利用して次の定理を得る。

定理 4. 中央当当局の価格，補助全政策等$u^{\ell}(t)$，$v_i^m(t)$および$S_{ij}(t)$のもとでの地方当局の純収益最大化行動による競争的均衡解は存在し，唯一でありかつ全体的最適投資パターン（$\bar{X}_{ij}(t)$，$\bar{Y}_{ij}(t)$）に一致する。ここに，競争的均衡とは次式を満足する投資パターンをいう。

① 純収益ゼロ

$$\pi_{ij}(t) = 0 \quad (i=1,\cdots I, j=1,\cdots,J, t=1,\cdots,T) \tag{5.4.14a}$$

② 全国的需要制約

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{\tau=1}^{t} d^{\ell}_{ij}(\tau)X_{ij}(\tau) \geq D^{\ell}(t) \tag{5.4.14b}$$

$$(\ell=1,\cdots,L,\quad t=1,\cdots T)$$

③ 地方的需要制約

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{\tau=1}^{t} b^{m}_{ij}(\tau)X_{ij}(\tau) \geq B^{m}_{i}(t) \tag{5.4.14c}$$

$$(i=1,\cdots,I, m=1,\cdots,M, t=1,\cdots T)$$

④ プロジェクト実行可能制約

$$X_{ij}(t) \leq QY_{ij}(t) \qquad (5.4.14d)$$

$(i=1, \cdots, I,\ j=1, \cdots, J,\ t=1, \cdots, T)$

(5) 収支制約

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} P_{ij}(t)X_{ij}(t) = \sum_{\ell=1}^{L}\sum_{t=1}^{T} D^{\ell}(t)u^{\ell}(t) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} B_i^m(t)v_i^m(t) \qquad (5.4.14e)$$

ただし，
$$\pi_{ij}(t) = [P_{ij}(t)X_{ij}(t) + S_{ij}(t)Y_{ij}(t)] - [C_{ij}(t)X_{ij}(t) + f_{ij}(t)Y_{ij}(t)]$$
$$= [\sum_{\ell=1}^{L}\sum_{\tau=t}^{T} d_{ij}^{\ell}(\tau)\bar{u}^{\ell}(\tau) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{\tau=t}^{T} b_{ij}^m(\tau)\bar{v}_i^m(\tau) - C_{ij}(t)]X_{ij}(t) + [S_{ij}(t) - f_{ij}(t)]Y_{ij}(t) \qquad (5.4.14f)$$

証　明：

(1) 存在性と一致性の証明：（5.4.3）の解である全体的最適投資パターン（$\bar{X}_{ij}(t)$ $\bar{Y}_{ij}(t)$）は，（5.4.3）式より，（5.4.14b），（5.4.14c）および（5.4.14d）式を満足する。故に，（$\bar{X}_{ij}(t), \bar{Y}_{ij}(t)$）が（5.4.14a）および（5.4.14e）式を満足することを証明すれば存在性と一致性が証明されたことになる。まず，定理3の証明より明らかに$\pi_{ij}(t)=0$。次に，系1・1，（5.4.14a）および（5.4.7）式より

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} D_{ij}(t)\bar{X}_{ij}(t) = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} C_{ij}(t)\bar{X}_{ij}(t)$$
$$= \sum_{\ell=1}^{L}\sum_{t=1}^{T} D^{\ell}(t)\bar{u}^{\ell}(t) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} B_i^m(t)v_i^m(t)$$

(2) 唯一性の証明：（5.4.14　）～（5.4.14a）を満足し，かつ，（$\bar{X}_{ij}(t)$，$\bar{Y}_{ij}(t)$）とは異なる投資パターン（$\hat{X}_{ij}(t)$, $\hat{Y}_{ij}(t)$）を考える。このとき，双対定理より

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} D_{ij}(t)\hat{X}_{ij}(t) = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T} C_{ij}(t)\hat{X}_{ij}(t)$$
$$= \sum_{\ell=1}^{L}\sum_{t=1}^{T} D^{\ell}(t)\bar{u}^{\ell}(t) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{i=1}^{I}\sum_{t=1}^{T} B_i^m(t)\bar{v}_i^m(t)$$

定理4によって，適当な価格，補助金政策は，地方当局の競争的均衡を導くことが明らかになった。さらに，各地方当局は，5.3において示したような追いかけ，段階および一括型といった複雑な投資形態を考える必要はなく，各期ごとのプロジェクト（$X_{ij}(t)$，$Y_{ij}(t)$）については，常に，追いかけ型の最も簡単な形態である純収益がゼロであるようなプロジェクトを選択すればよいということがわかる。

すなわち，本分権的達成における特徴は，地方当局は一切の段階や一括型の投資形態を考える必要がないという点にある。

なお，$S_{i\ell}(t)$の定義によって，もし，計画目標達成というサービスに対しては，そのサービスの利用者が支払うものとすれば，中央政府は，丁度必要であった固定費用の現在価値の合計に等しい補助金を支給していることがわかる。

5.5 結　言

本章では，プロジェクトの諸元のうちで，とくに，プロジェクトの実行時期に着目して投資形態のあり方を分析した。分析にあたっては，第1に，プロジェクトの実行時期に焦点をあてた広義の段階的投資計画を分類整理し，これに関連する従来の研究の成果ならびにその問題点を明確化した。第2に，純粋な実行時期決定問題をとりあげ，従来の研究では不十分であった感度分析を行なった。第3に，2段階建設計画にとりあげ，従来論及されていた3つの投資形態，すなわち，追いかけ型段階型および一括型の明確な定義を与えるとともに，それぞれの形態の有利である条件を明らかにした。最後に，多地域多部門多段階投資計画についても言及した。ここでは，従来の研究が主として定式化とその効率的な解法に重点を置いていたのに対して本研究では，その分権的達成ならびに追いかけ型の投資形態との関連を明確にした。得られた結論はつぎのとおりである。

(1) 段階的投資計画の分類と関連する従来の研究

本研究では，段階的投資計画を表5.1.1に示すように，凸性とプロジェクト間の相互依存性という2つの観点から分類した。このとき最適経済成長理論は，たしかに時間軸での考察ではあるが凸環境である点で，いわゆる従来の段階的投資計画とは異なることが明らかになった。

つぎに，従来の段階的投資計画に関するを分類すれば，純粋な実行時期決定問題，2段階問題および多部門多段階問題に分類できることを示し，各問題に関する従来の研究における問題点を以下のように明確化した。

① 純粋な実行時期決定問題

従来の研究は，実行時期の最適条件の意味を解釈しているのみで，費用や便益に含まれているさまざまなパラメーターに関する感度分析がなされていない。このような感度分析がないとき，パラメータに関する情報が不確実である実情では致命的に実用性を低める。

② 2段階問題

第1に従来の多くの研究が追いかけ型が存在することを考慮していない。第2に，追いかけ段階，一括型それぞれの第1段階の最適実行時期が一致するという仮定を設定しているため，たとえば，割引率の増加は一意的に一括型を有意にするという誤まった結論を出している。第3に，規模の経済が働かないとき，追いかけ型が有利となるという明確な性質について言及されていない。

③ 多部門多段階問題

従来の研究は，本問題の定式化のその解法についてのみに重点がおかれており，その最適解の一般的性質，および分権的達成とその投資形態との関連について言及されていない。

(2) 純粋な実行時期決定問題

1つの不可分なプロジェクトの費用および便益に影響を与えるパラメーターとして，表－5.2.1に示すようなものを選択し，これらが最適実行時期ならびに目的関数の値である純現在価値に与える影響を分析した。その結果，表－5.2.1に示すように，いずれのパラメーターも一意的に実行時期に影響を与えるという影響の独立性が判明した。すなわち，社会的割引率，投資額，平均付帯費用は大きければ大きいほど，逆に，需要の成長ならびに弾力性は小さければ小さいほど，実行時期が遅れ，かつ，プロジェクトの純現在価値は減少することが判明した。

(3) 2段階問題

① 2段階問題で従来言及されていた段階型と一括の他に，追いかけ型の投資形態が重要であることを明らかにした。この追いかけ型の重要性は，表－5.3.4に示したようにいかなる環境においてもその絶対的不利な場合は存在せず，常に比較の対象になることが明らかとなった。

② 建設費に関して規模の経済が働かず，かつ付帯費用に関して一体化利用の効果がない場合には，いかなるパラメーターであっても常に追いかけ型が有利であることが明らかとなった。

③ 建設費の規模の経済が存在するかまたは一体化利用の効果がある場合には，必ずしも追いかけ型が有利であるとはいえず，段階型および一括型との比較がなされねばならない。この意味で，段階型および一括型が比較の対象となるべき条件を表－5.3.4のようにまとめた。すなわち，建設費に関して規模の経済が働かない場合には，一括建設は不利になり，形態比較の対象としなくてよい。また，一体化利用の効果が存在しない場合には，段階建設が不利になる。しかし，追いかけ型はいかなる環境下であっても常に比較の対象としなければならない。

④ 3形態の比較を必要とするとき，それぞれの形態別の最適実行時期の間には，追いかけ，第1段階，段階第1段階，一括，段階第2段階，追いかけ第2段階の順に遅れることが判明した。この関係によって，割引率および需要構造の変化が，一意的にある形態を有利にするという結論は得られず，他のパラメータの値に依存することが明らかになった。たゞし，追いかけおよび段階型の第1段階を一括型の実行時期が一致する場合には，割引率，需要構造の変化は一意的に一括または追いかけ型を有利にする。

⑤ 他のパラメーターすなわち，表－5.3.2に示したパラメーターは，表－5.3.2の正負の符号に従い，いずれも，他のパラメータの値に無関係に，追いかけ型または一括型を一意的に有利に導く。

(4) 多部門多段階問題

本研究では，非凸な環境下での公共投資の段階的地域配分モデルの１例として，固定費用が存在する場合の定式化を行なった。そして，混合整数計画法の双対定理を利用して，双対変数の解釈と最適投資パターンの満足すべき条件を検討した。その結果，双対変数の解釈とその利用法については次のことが判明した。

① 計画目標に対応する双対変数は，限界比例費用を示し，過度な計画目標達成を行なった場合にはゼロとなり，達成度が目標と一致した場合にのみ正の値をもちうるという点では通常の線型計画の場合と同じ性質をもっている。また，計画目標に対応する双対変数は適切な補助金政策を併用することによって，最適投資パターンの分権的達成に必要な価格として働くことが判明した。

② プロジェクト実行可能制約に対応する双対変数は当該プロジェクトが最適解に含まれていればゼロであるけれども，それが最適解に含まれていなければ，任意の非負の値をとっても最適値は変らないことが判明した。そこで，最適解に含まれていないプロジェクトに対して，$\lambda_{i,j}(t)$ の値が，当該プロジェクトを１単位実行していたならば節約されたであろう比例費用の節約額の現在価値，を表わすように適切に指定できることを示した。そして，この事実を利用して，実行されなかったプロジェクトについて順位づけを行なうことができることを示した。

以上の双対変数の性質を利用した結果，最適解は，次のような特徴をもっていることが判明した。

③ 最適解に含まれているプロジェクトの計算価格は，丁度，その達成に必要であった限界比例費用の現在価値に等しい。対偶をとって，計算価格が限界比例費用の現在価値に等しくないプロジェクトは最適解に含まれていない。

④ 最適解においては，任意の期の任意の計画目標に対して，その期までに達成された水準を，その期の目標の計算価格で評価した評価額が，その期の目標を計算価格で評価した評価額に等しい。

⑤ 最適解においては，達成された目標を対応する期の計算価格で評価した額が，目標達成に必要であった比例費用の現在価値に等しい。

以上の最適解の性質を利用して，最適投資パターンの分権的達成の可能性を検討した結果，以下のことが判明した。

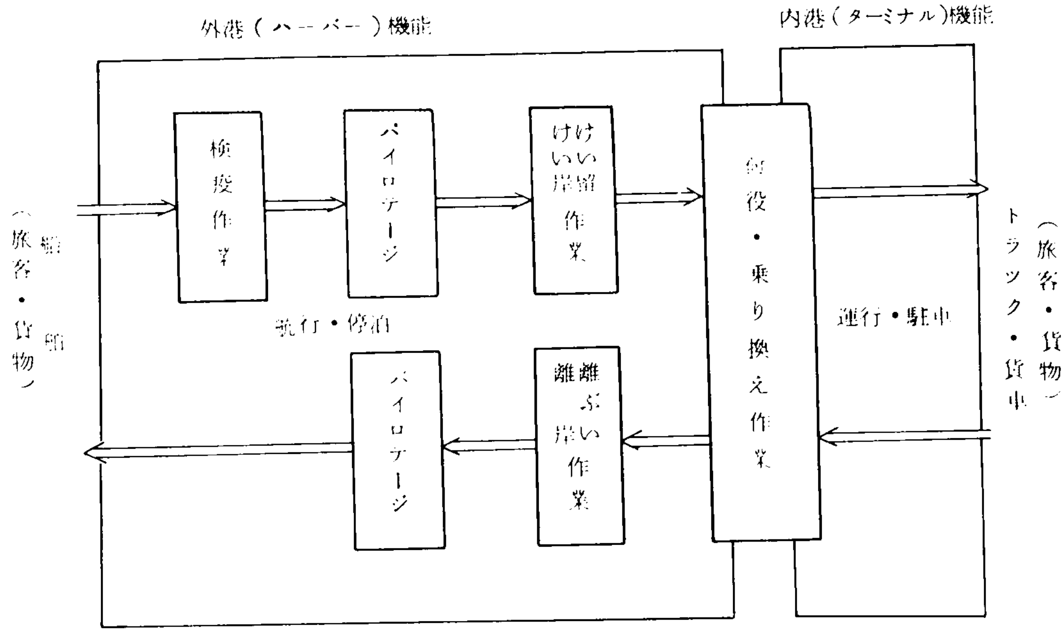
⑥ 計画目標が設定してあるサービスに対して双対変数の値に等しい価格を指定することに加えて，最適プロジェクトに対して，固定費用分だけの補助金を支給し，最適でないプロジェクトに対して適当な罰金を課す補助金政策を組み込めば，地方当局の競争的均衡によって分権的達成が可能である。この補助金政策を必要とするのは，プロジェクト費用に規模の経済が働いているという非凸性のためであって，凸環境下であっては，このような補助金は必要とせず，価格体系のみによって分権的達成が可能である。

⑦ 上記の価格，補助金体系のもとでの地方当局のプロジェクト評価の形態は，規模の経済があるにもかかわらず，もはや，一括段階建設などの複雑な形態を考える必要はなく，追いかけ型の最も単純な形態であるプロジェクトの純収益の正負のみによって判定することができる。このため，地方当局にとって計画に要する労力を節約することができる。

第２部　土木計画への適用例

第6章　費用便益分析による外港計画

6.1 概　説



図－6.1.1　港湾機能連関図

港湾の機能は図－6.1.1に示されるように，外港（ハーバー）機能と内港（ターミナルもしくはドック）機能に大別される。港湾（ポート）という概念は上位のシステムを構成する1サブシステムであるが，下位のシステムを有機的に結合した1つのシステムでもある。従来の研究では，船舶の安全航行・停泊を対象に防波堤・泊地等が論じられ，荷役・輸送の安全迅速および低廉性の確保の観点からふ頭の問題が扱われてきたが，相互の関連さらにシステム論的立場からの追求はほとんどなされていない。

ここで外港機能は，主として船舶の港への接近・離脱を補完する機能，検疫・水先・網取・停泊・荷役などを補完する機能，このほかに港外からの侵入土砂を防いだり，高潮・つなみ・高波などから港湾地帯を保全する機能などを含む。これに対して，内港機能は旅客・貨物を中心にこれらの輸送機関間の積み換え転換を容易にし，流通サービスを提供する機能として区別される。この両者の機能は決して独立したものではなく連関をもつている。外港施設は，単に不規則な外海の自然条件を制御するだけにその目的を有するのではなく，むしろ船舶を始めとする輸送機関，旅客および貨物を安全に保護し，輸送・荷役を円滑にならしめることを本来の目的とする。一例をあげれば，外港施設の整備による船舶の在港時間の短縮，荷役可能日数の増加は船社にも，港湾労働者にも好ましいことであり地域の発展とも大いに関係する。このような外港計画の目的の達成度をFとすれば，達成度Fは港内の静穏性Xおよび港湾をとりまく社会的環境状態Bにもとづくものであると考えることができる。

港内の静穏性Xは，外港施設によつて制御された港内の自然条件の状態によつて規定される。すなわち，港湾をとりまく自然条件は，各種の要因に起因する。この自然条件を構成する因子αの外海における状態X_α^0（$\alpha=1,\cdots,n$）を要素とする自然条件の状態ベクトルをX^0とすれば，X^0は外港施設によつて制御されて状態ベクトルXに変換される。

$$X = A(X^0) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.1)$$

ここに，記号Aは，変換作用素というべきもので，外港施設の種類，配置および規模によつて，その変換構造が異なる。かくして，港内の総合静穏性Xは次のように示される。

$$X = \sum_{\alpha=1}^{n} \lambda_\alpha X_\alpha \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.2)$$

ここに，総合静穏性Xを港内の自然条件を構成する要因の1次結合としたのは便宜的にすぎない。また，λ_αは要因αの状態X_αの静穏性指標Xへの変換係数である。このようにしてXを求め得たとき，外港施設の有効度Uは

$$U(X, B) = F(X, B) - S(X) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6.1.3)$$

ここに，F（X，B）は外港施設整備の目的の達成度であり，静穏性指標Xおよび港湾をとりまく社会的環境状態Bの関数となる。また，S（X）は，静穏性指標Xの状態を実現するために必要であつた犠牲量を達成度Fと同一タームで表現したものであり，式（6.1.1）および式（6.1.2）より，静穏性指標の一定のレベルXを実現するために必要であつた変換作用素Aの構造の関数としても表現できる。式（6.1.3）から明らかなように，社会的環境状態Bを与件としたとき，静穏性指標Xを分析することによつて，式（6.1.3）で示される評価関数を得，さらに外港施設の有効度Uを最大にする戦略をもつことができることになる。

6.2 静穏性の定義とその定量化

6.2.1 静穏性の定義とその算定方法

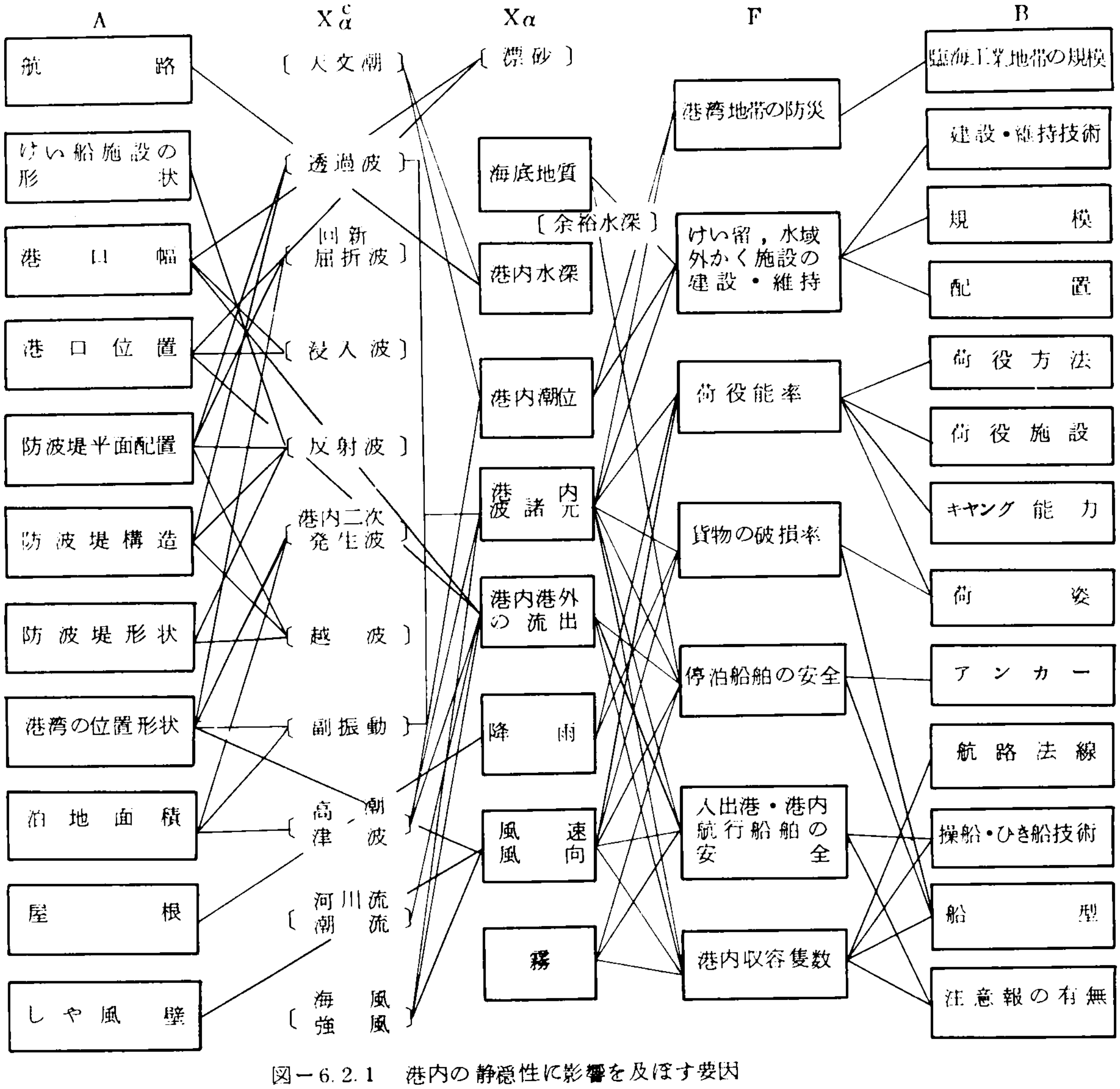
静穏性を示す基準に静穏度を用いるが，従来の研究では2つの概念がある。狭義のそれは港の内外の波高比もしくは港内の波高をもつて示すもので，模型実験などにおいてしやへい効果などをあらわす基準に用いられる。[注1)] 広義に用いられる場合は，波浪・風・潮流などの強さを総括的に表示しようとするものである。しかし，後者は漠然とした目的に使用され明確な定義がない。

図－6.2.1は港内水域の静穏性に影響をおよぼす外海の要因αの状態X_α^0（$\alpha=1,\cdots,n$）とA，Bで示された変換作用素ならびに港内の静穏性を決定する波，風，流れ，霧，水深地質などの状態X_α（$\alpha=1,\cdots,n$）として，それらの関係を示している。ここでは，静穏度とはこれら港内の自然条件の各要因の水準を総括し，1つのスカラーとして定義づける。港湾機能に影響を与えるX_α（$\alpha=1,\cdots,n$）は要素静穏度と名付けられるもので式（1.2）はこれらの線型結合を表わし，総合静穏性を示す1つの指標であるから，これを静穏性指標ということができる。要素静穏度X_αが次元をもつているのに対して，静穏性指

注）日本港湾協会（1967）.

標は無次元数である。静穏性指標はすべての要素静穏度の港湾機能に与える影響を各要素静穏度の線型結合で近似させようとしたものである。このような仮定は後述する理由によつて相関比が大きければ認められ，このことにより港湾機能への影響力の大小を示す係数 $\lambda\alpha$ を求めやすくすることができる。新潟・和歌山港の調査ではこの相関比は表－6.2.3に示すように0.7～0.8と計算された。一般に要素静穏度の値が大きくなれば静穏性指標は大きくなり，港湾機能を阻害し，ある値以上になると港湾機能は停止するに至る。したがつて，静穏性指標がこのような情報を与えるように係数 $\lambda\alpha$ を決定することができれば静穏性指標を媒介に，自然条件と港湾機能とが関連づけられる。実用的には，静穏性指標への感応度の高い要素静穏度に着目し，変換作用素すなわち外港施設によつてこれを制御すれば，港湾機能を向上させることができる。

$\lambda\alpha$ の決定は，統計的決定理論を用いることにより求めることができる。すなわち，港内の自然条件を構成する要因 α の要素静穏度が $X\alpha$ である状態ベクトル X $(X_1, \cdots, X\alpha, \cdots, Xn)$ が出現すると，港湾活動を遂行している港湾作業者は，その状態において港湾



図－6.2.1　港内の静穏性に影響を及ぼす要因

活動の実行が可能であるかまたは不可能であるかを判断する。この判断は，作業者があえて港湾活動を遂行する場合の危険性とその効用およびあえて港湾活動を中止した場合の損失を総合的に評価して合理的になされているものとみなし得る。この仮定に立てば，過去の任意の時点の港内の状態Xを要素とする集合を母集団とし，この母集団からN個のサンプルを無作為に抽出すれば，N個のサンプルは，Nc 個のサンプルからなる港湾活動が実行可能であつたサンプル集合 π_c と，N_n 個のサンプルからなる港湾活動が実行不可能であつたサンプル集合 π_n に分れる。

N個のサンプル集合において，集合 π_i （i＝c，n）に属するｊ番目のサンプルのα番目の要素静穏度を $X_{\alpha ij}$ とし，このときの静穏性指標Xの値を X_{ij} とすると，X_i の級内変動Sは次式で表わされる。

$$S=\sum_i\sum_{j=1}^{N_i}(X_{ij}-\overline{X}_i)^2=\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{n}S_{\alpha\beta}\lambda_\alpha\lambda_\beta \cdots (6.2.1)$$

ただし，

$$X_i=\frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}X_{ij}=\frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}\left(\sum_{\alpha=1}^{n}\lambda_\alpha X_{\alpha ij}\right)$$

$$S_{\alpha\beta}=\sum_i\sum_{j=1}^{N_i}(X_{\alpha ij}-\overline{X}_{\alpha i})(X_{\beta ij}-\overline{X}_{\beta i})$$

$$\overline{X}_{\alpha i}=\frac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{N_i}X_{\alpha ij}$$

ここに　α，β＝1，…，n

　　N_i；集合　i（＝c，n）に属するサンプル数

さて，港湾作業者の判断は，港湾活動の実行が可能である状態と不可能である状態とを最もよく判別できるようになされているとみなし得る。静穏性指標 X がこの２つの状態を最もよく判別するためには，一方において２つのサンプル集合のXの平均がなるべく相互に離れていることが望ましい。他方，それぞれのサンプル集合内部のXの変動（級内変動）が小さくなくてはならない。そこで，

$$\left.\begin{aligned} d_\alpha &= \overline{X}_{\alpha n}-\overline{X}_{\alpha c} \quad (\alpha=1,\cdots,n)\\ D &= \sum_{\alpha=1}^{n}\lambda_\alpha d_\alpha \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots (6.2.2)$$

とおけば，Dは，上述の２つのサンプル集合のXの平均値の差を表わす。したがつて，Xの級間変動（D^2）の級内変動（S）に対する比

$$\frac{D^2}{S}=\sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{n}\lambda_\alpha\lambda_\beta d_\alpha d_\beta \Big/ \sum_{\alpha=1}^{n}\sum_{\beta=1}^{n}S_{\alpha\beta}\lambda_\alpha\lambda_\beta \cdots\cdots\cdots (6.2.3)$$

を最大にするような λ_α が，港湾作業者の判断を最もよく表わしているとみなし得る。

$$\therefore\ \partial(D^2/S)/\partial\alpha=0$$

$$\therefore\ \sum_{\beta=1}^{n}S_{\alpha\beta}\lambda_\beta=\frac{2S}{D}d_\alpha \cdots\cdots\cdots (6.2.4)$$

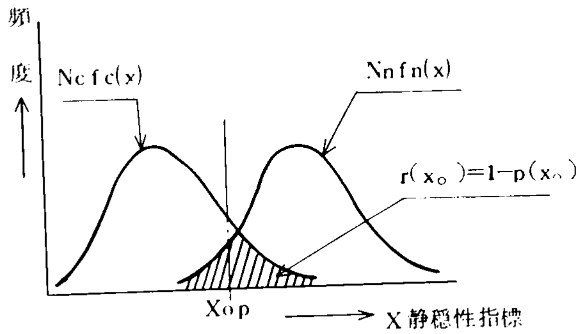
ここで，

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_\alpha \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_\alpha \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ \cdots & S_{\alpha\beta} & \cdots \\ \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$

とおけば，

$$\lambda = \frac{2S}{D} S^{-1} d \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6.2.5)$$

式（6.2.5）は，2S／Dにどんな値を代入しても，それを満足する（したがつて，D^2／Sを最大にする）1組の$\lambda\alpha$の値をもつので，普通2S／D＝1として，$\lambda\alpha$を求めればよい。



図－6.2.2　限界静穏性指標の定義

このようにして$\lambda\alpha$が求まり，静穏性指標が与えられると，港湾活動の遂行が可能な場合および不可能な場合，それぞれの静穏性指標の分布$f_c(X)$，$f_n(X)$を求めることができ，図－6.2.2を得る。一般に，$f_c(X)$および$f_n(X)$は作業者の主観の相違および推定誤差に基づいて重合する。Xを用いて，任意の港内の状態に対して，作業者が港湾活動を遂行するか否かを判別するには，その状態に対応するXの値が，可能・不可能の分岐点となる限界静穏性指標Xopと比較して，$X \leqq Xop$ならば可能，$X > Xop$ならば不可能と判別すればよいのであるが，上述のように$f_c(X)$および$f_n(X)$が重合しているため，Xopの値によつて判別誤差が変動する。したがつて，Xopを決定するには，判別誤差が最小（したがつて適中率が最大）になるようにしなければならない。すなわち，Xopの定義より，任意の港内の状態の静穏性指標が$X \leqq Xop$ならばπ_cに，$X > Xop$ならばπ_nに帰属するので，Xopを任意に決定したときの適中率P（Xop）は次のように示される。

$$P(Xop) = (N_c/N)\int_{-\infty}^{Xop} f_c(x)\,dx \;+\; (N_n/N)\int_{Xop}^{\infty} f_n(x)\,dx \quad \cdots\cdots (6.2.6)$$

適中率pを最大にするXopは，

$$dp(Xop)/dXop = 0$$

を満足するXopであるから，

$$(Nc/N)\ fc\ (Xop) = (Nn/N)\ f_n\ (Xop) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6.2.7)$$

を満足するXopであるが，Nc ,Nnは判別しようとしている状態群に対してはわからないのだから，マクシミン原理にしたがいP（Xop)を最小とする。Nc ,Nnの値に対してP（Xop)が最大となるXopをとる。それは，$\int_{Xop}^{-\infty} f_n(x)\,dx = \int_{Xop}^{\infty} f_c(x)\,dx$ ……………（6.2.8）

を満足するような，換言すれば，π_c，π_n のそれぞれの的中率が相等しくなるようなXopを求めればよい。このようにして求まるXopを限界静穏性指標とよぶことにする。

また，上述の説明においては社会的環境条件を無視してきたが，これを構成する要素の水準 X_β（$\beta = n+1, \cdots, m$）も要素静穏度と同様静穏性指標を構成する要素とみなし，前述と同様にとり扱つて，係数 λ_α，λ_β を決定することができる。このとき，静穏性指標は，

$$X^{-1} = \sum_{\alpha=1}^{n} \lambda_\alpha X_\alpha + \sum_{\beta=n+1}^{m} \lambda_\beta X_\beta \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6.2.9)$$

と定義されるが，式（6.2.9）におけるX′は，社会的環境を構成する要素をも含むので広義の静穏性指標と呼ぶことにする。そして，狭義の静穏性指標Xは，

$$X = \sum_{\alpha=1}^{n} \lambda_\alpha X_\alpha = X' - \sum_{\beta=n+1}^{m} \lambda_\beta X_\beta \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6.2.10)$$

で定義する。式（6.2.10）において，Xは，社会的環境ベクトル X_β に応じて異なることがわかる。広義および狭義の限界静穏性指標Xop′およびXopは，式（6.2.8）にX′を代入したときの積分上下限値をXop′，Xop′を式（6.2.16）に代入したときのXをXopとして求まる。このように，社会的環境をも考慮した静穏性の定義と定量化も，本方法によつて可能となる。

6.2.2 静穏性の算定結果とその考察

港湾機能に影響を与える静穏性および外海の自然条件と施設との関連は図－6.2.1に示したとおりであるが，表－6.2.1に示すように相当整備された港でもなお港湾活動の障害を受けている。神戸港は主として雨天により，和歌山港は風浪による荷役待ちであるが，対象船舶の全数について不荷役時間の7～14%を占めている。港湾活動の障害は荷役のみならず，本船の入出港，検疫，水先業務，離着岸および停泊等多岐にわたる。時に陸上のターミナル活動に支障を与えることもある。このような港湾活動の停止は，船長，パイロット等作業の責任者の経験から判断される。表－6.2.2は日本海難防止協会の基準であるが，全国各港湾の実情は，図－6.2.3に示されるようにかなりの分布を示している。注）これは，日本海側と太平洋側あるいは内海とでは要素の限界静穏度の認識に差異のあることや，熟練・不熟練による判断の差があるものと思われる。また1要素の限界静穏度で判断されるのではなく，他の要素のレベルも勘案してかなり低い水準で中止したり，他の環境条件を考慮して高い水準で港湾活動を強行することもありうると考えられる。したがつて

注）北海道開発局・第1港湾建設局（1966）．P，35～51

表－6.2.1　天候による港湾活動の障害

停泊時間 ＼ 港名	荷役時間	不荷役時間				摘　　要
		計	夜間	天候待ち	その他	
	時間	時間	時間	時間	時間	
神　戸	8 568	19 855	8 450	772	1 683	昭 39.10～昭 40.9　273 隻 1)
和歌山	1 211	4 258	2 315	598	1 345	昭 44.1～昭 44.12　54 隻 2)

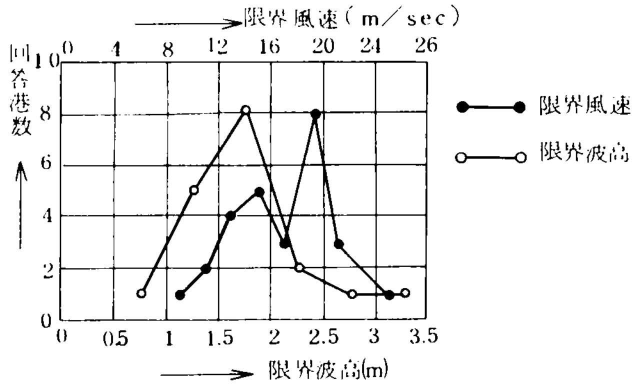
注 1）港湾荷役機械化協会「出大荷役設備調査研究報告書」昭和42年9月

2）和歌山港島本海運（株）調　昭和44年

表－6.2.2　操船できる海象気象条件

船型 ＼ 要素	風　速	波　高	うねり	流　れ
	m／s	m		ノット
40 000 トン	10 以下	0.7　以下	階級 1 以下	止揺に 0.5 以下
70 000	8　〃	同　上	同　上	同　上
100 000	7　〃	同　上	同　上	同　上

注）日本海難防止協会の基準



図－6.2.3　本船操船の限界要素静穏度

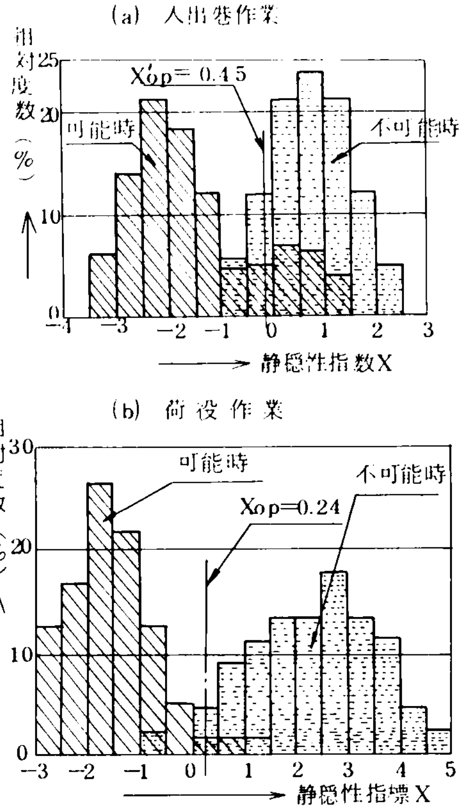
要素の限界静穏度を最小値なり，最多値に求めて外港計画の基準とすることは必ずしも妥当ではなく，考えられる要素の静穏度を総合した静穏性指標の限界値を用いることが好ましいと著者は考える。

6.2.1 で示した方法によつて昭和43年～44年における新潟西港および和歌山南港で抽出したデータをもとに広義の静穏性指標を求めた結果を表－6.2.3 および図－6.2.4 に示す。これらは，要素静穏度および環境条件$X\alpha$の平均値を$\overline{X}\alpha$，分散を$\alpha\alpha$として，$Z\alpha=(X\alpha-\overline{X}\alpha)/\alpha\alpha\ (\alpha=1,\cdots,m)$ なる変換をした$Z\alpha$を式（2.9）における$X\alpha$,X_βに代入して求めたものであるから，影響度係数$\lambda\alpha$の大小によつてその影響度を判断することができる。すなわち，表－6.2.3 より，入出港の静穏性指標の影響度は波高よりも風速の方が大きく，荷役のそれは風速および雨量が大きく，波高は前2者に比して小さいことがわかる。次に，図－6.2.4 の度数分布を用いて広義の限界静穏性指標を求めた結果，

表−6.2.3 影響度係数

番号	要素	単位	影響度係数 λ_α	
			入出港	荷役
1	港内波高	m	0.894	0.402
2	風速	m／sec	2.651	1.412
3	雨量	mm/hr		1.296
4	船型	ランク1)	−0.442	0.862
5	貨物の種類	ランク2)		−1.341
	相関比		0.743	0.834

注1) 表−6.6.1(b) 参照



図−6.2.4 静穏性指標(広義)分布

入出港のそれは−0.15，荷役のそれは0.24となつた。これらの数値は統計的なものであるから，極端な例外については適用できないが，一般に生じるケースについては上述の影響度係数および限界静穏性指標を求めておくと，外港整備の代替案ごとに静穏性指標を求め，この値とXop′との大小によつて港湾活動の可否を判断することができる。

6．3　外港施設の要素静穏度におよぼす影響

6．3．1　防波堤開口幅と静穏度

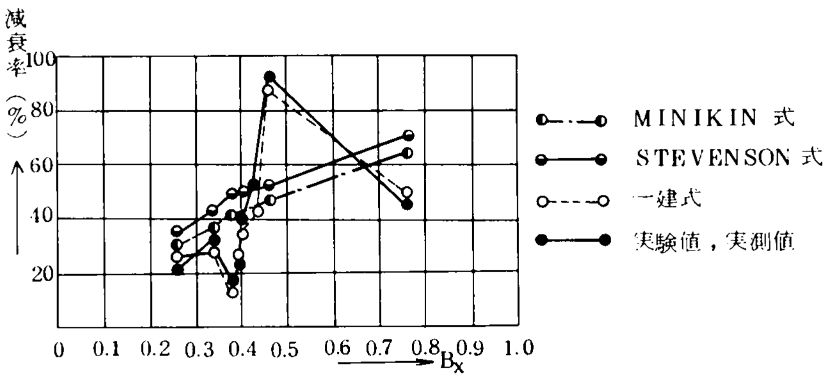
港内の要素静穏度の中で重要な要素は港内の波浪であり，これに関係するものとしてまず第1に侵入波が考えられる。港内の屈折・回折波，反射波などはいずれも発生源はこの侵入波である。侵入波と開口幅との関係を示すものとしてスティブソン式，ミニキン式などがある。[注1] 前者は小規模な港湾で直立堤によつて囲まれている場合に適用され，後者は消波の影響を考慮して改良されているが，両者とも一般の港湾の実際値との適合はあまりよくない。板尾は，泊地水深，泊地面積，開口幅，および沖波波長，波高と侵入波高との関係を次式のように示した。[注2] ここでは本式を使用する。

$$\frac{H_1}{H_0}\cdot\frac{A}{hL}=C_1\frac{B_X}{L}+C_2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\quad (6.3.1)$$

ここに，Aは泊地面積（m^2），B_Xは主波向に対する防波堤開口幅(m)で，波向に対して直角にx軸をとつている。

表－6.3.1　C_1およびC_2の値

条　　件	C_1	C_2
$1.0 \geqq B_X / L > -1.0$	20	100
$3.0 \geqq B_X / L > 1.0$	70	50
$4.5 \geqq B_X / L > 3.0$	20	200



図－6.3.1　各波高推定式の比較

注1）　長尾（1968）p.208
注2）　板尾（1969）p.95

L，H_0 はそれぞれ沖波の波長（m），波高（m）で，h は港内水深（m），H_i は港内の波高（m）である。C_1，C_2の値は表－6.3.1に示される。実験値と式（6.3.1）の比較は図－6.3.1に示されているが，観測範囲内ではよく適合している。この図には，スティブソン式およびミニキン式によつて得られた値も併記してある。

6．3．2 防波堤天端高および構造と静穏度

越波による伝達波に関する研究は，合田・竹田による伝達率に関する実験式や近藤・佐藤の研究などがある。[注1] 構造物による波の反射についてはミッシエ，グレスロウ，合田・藤島・北谷，長尾・加藤らの多くの研究がある。[注2] しかし，これらはいずれも実験室内の単純発生波について行なつたもので，数種の波を合成した港内波に関するものではない。

ここでは，外港システムのモデル化の一例として，次式を用いることにする。

$$H_i = \left(C_1\frac{B_X}{L} + C_2 \right)\frac{hL}{A}\cdot H_0 + 0.3\left(1.5-\frac{R}{H_0}\right)H_0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (6.3.2)$$

ただし，$0 < H_0 \leqq \frac{2}{3}R$ の場合には第2項を0とする。

ここにRは防波堤天端高を表わす。この式は式（6.3.1）に近藤・佐藤ならびに港研の実験式を単純に重合したものである。[注3]

6．3．3 漂砂と航路・泊地の埋没

防波堤の配置および設置水深は海底土砂の性質によつて航路，泊地の埋没さらに付近海岸の堆積，欠潰をもたらし，港湾機能に支障を与えるに至る。この種の研究は，佐藤・岸，栗原・篠原・橋・吉岡，渡部，石原・椹木，佐藤らによつてなされてきた。[注4] これらの研究成果を用いてシステム設計を行なう場合，漂砂の過程と維持しゆんせつとの関係あるいは防波堤の設置水深と方向などが航路・泊地の埋没におよぼす影響などの未解決事項が多く現段階では導入が困難である。また長期間の動学的考察を必要とするので，今回の研究ではふれない。

6．4 外港計画のシステム設計

6．4．1 外港計画の評価基準

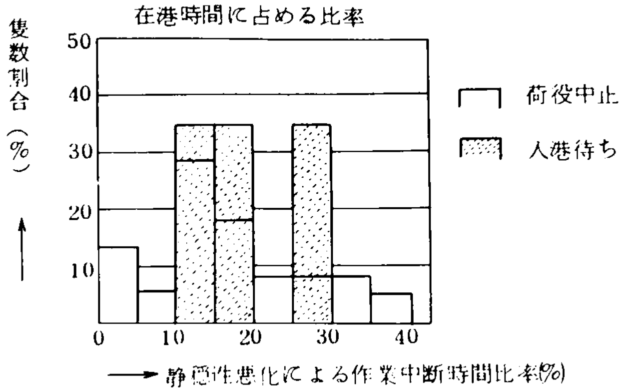
図－6.1.1で示したように港湾は自然の状態のままでは機能しえないために，防波堤・航路・泊地の建設・維持，航行補助施設の整備と航行管制，気象海象の情報提供などを行なつて自然条件を制御する。このような外港整備は変換作用素Aの変化として表現される。Aの変化は港内の要素静穏度X^αを変化させ，その結果，静穏性指数が変化する。静穏性指標Xの変化は式（6.1.3）より外港整備の有効度Uを規定する。図－6.4.1は和歌山南港

注1） 合田・竹田（1966），近藤・佐藤（1963）

注2） Miche（1957），Greslou（1954），合田；藤島・北谷（1965），長尾・加藤（1970）

注3） 板尾（1969） P95参考にした。

注4） 佐藤・岸（1952），栗原，篠原・橋・吉岡（1956），渡辺（1952），石原；椹木（1960），佐藤（1963）



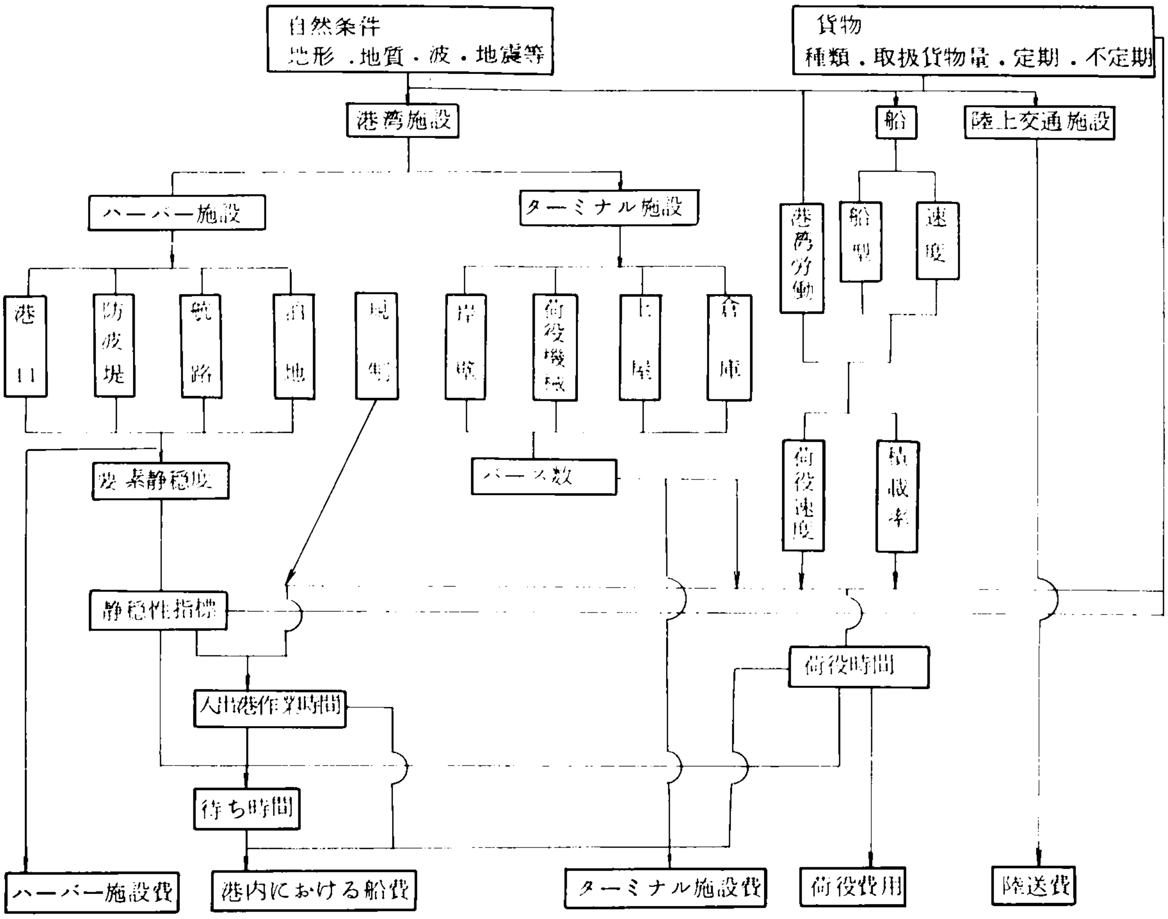
図－6.4.1　静穏性悪化による作業中断時間の在港時間に占める比率

における港内の静穏性の港湾機能におよぼす影響をさらに詳細に示したものである。港に到着したが入港できなかつた船舶の在港時間（入港待ち時間を含む）中，静穏性の悪いために入港待ちを余儀なくされた時間は１０～３０％にも及ぶ。また，荷役作業についてみると５～１０％の時間を静穏性が悪いために中止している。このように港内の静穏性は，入港待ち時間，在港時間に影響を与え，貨物の滞留を生ぜしめ，港湾労働者の生活の場を奪う。このような現象はバースの増設によつてもすべて解消するものではなく，また，港湾の規模が大きくなるほどその損害も大きい。このように外港機能の良否は内港機能に影響し，港湾全体の機能低下をもたらす。港湾の機能は，一般に，港湾で消費される輸送機関，旅客，貨物の時間と費用で表現することができる。したがつて，本研究において提案する外港計画の評価基準としては，6.1で示した外港整備の達成度Fの尺度として，船舶および貨物が港湾で費やす費用の節約を採用し，この節約を生みだすのに必要であつた外港整備費用を犠牲量Sとする。式（6.1 3）に示された外港整備の有効度Uは節約額から外港整備費用を減じた差額で表わされる。そして，有効度Uを最大にする外港整備水準をもつて最適外整備水準とする。

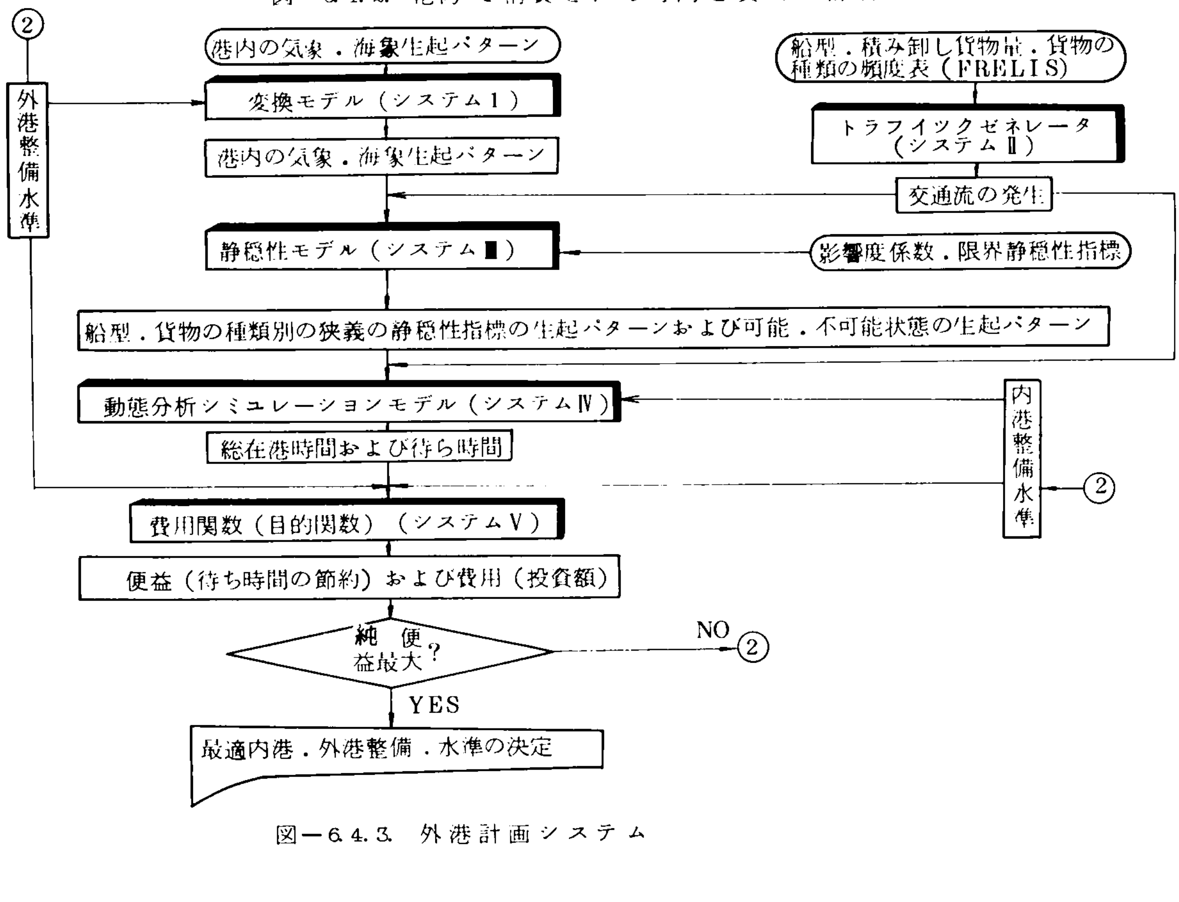
6. 4. 2　外港計画のシステム設計

港湾で消費される費用は，外港整備水準ばかりでなく他の要因の影響もうける。これらの関係を示したものが図－6.4.2である。まず，港湾をとりまく自然条件および船舶，貨物の種類とその到着状況が与えられる。外港施設は自然条件を制御して，港内の要素静穏度を通じて静穏性指標に影響を与える。内港施設は静穏性良好時の港内の荷役活動時間を規定する。さらに，静穏性指標の各レベルの発生状況は，港湾活動の遊休を発生させ，貨物や船舶の待ちを発生させる。こうして，種々の要因に基づいて変動する在港時間が決定されると，待ち損失費用を含む輸送機関および貨物の在港費用および内外港整備費用が決定される。結局，図－6.4.2に示す関係を外港計画のためのシステムにすると，図－6.4.3に示すように5つのサブシステムに分れる。

第１のサブシステムは，港外の風・波・雨などの自然条件を構成する要因の状態 X^0 の



図—6.4.2. 港湾で消費される時間と費用の構成



図—6.4.3. 外港計画システム

発生状況を与件とし，変換作用素である防波堤，航路，泊地の種類と配置と規模をパラメーターとしたときの港内要素静穏度の状態Xの発生状況を算出するためのサブシステムである。波についていえば外港整備水準の変化によつて，6.3で分析した関係式（6.3.2）のB_x および R が変化する。このことは，港外の状態から港内の状態X^0への変換構造が変化することを示し，その結果，要素静穏度の状態Xが変化する。それぞれの状態の発生状況は時刻の関数として表現される。

第2のサブシステムは，社会的環境条件を発生させる。船種・船型，貨物の種類，積荷量をインデックスにもつた輸送需要を発生させるシステムで，後述するトラフイツクゼネレータープログラムによつて，その発生状況を得る。

第3のサブシステムは，静穏性指標の発生システムである。第1のシステムから得られる任意の時刻における港内の要素静穏度と，第2のシステムから得られる輸送需要のインデックスを式（6.2.9）および（6.2.10）に代入して，その時刻における港内の広義および狭義の静穏性指標を求め，限界静穏性指標 Xop′ または Xop との大小関係にしたがつて，その時刻におけるその需要に対する港湾活動の不可能または可能を判別する。

第4のサブシステムは，船舶の入港あるいは荷役待ちを含む在港時間の算定システムである。このシステムは，輸送需要発生状況，その時刻における静穏性指標，その時刻の港湾活動の可能・不可能の判断および内港施設整備水準によつて決定される活動可能時の各港湾活動の発生した需要1単位に対するサービス所要時間を入力とし，各船舶および貨物の在港時間を出力としている。

第5のサブシステムは，費用計算システムである。外港整備費用，船舶と貨物の在港費用および内港整備費用を計算する。さらに，外港整備前の状態における到着全船舶および貨物在港費用からの節約額を達成度Fとし，外内港整備費用を犠牲量Sとすることにより U＝F－S を最大にするような外内港整備水準を決定する最適化プログラムを含む。最適化プログラムには，数理計画法の適用が困難なため，6.5において述べるシミュレーションにおいてはくり返し計算法を用いる。なお，サブシステム5は費用関数を必要とする。内外港整備費用は，整備する内容によつて異なるが，在港時船舶費用C_F（円／年）は一般に次式で示される。

$$C_F = \sum_K C_F(K)$$

$$C_F(K) = F(K)\left[\sum_j TBER(K,j) + \sum_i\sum_j TSER(K,i,j) + \sum_i\sum_j TSH(K,i,j)\right] \quad \cdots\cdots (6.4.1)$$

ただし　$C_F(K)$；　船型Kの船舶の年間在港時に費される費用（円／年）

$F(K)$；　船型Kの船舶の在港単位時間に要する1隻あたり費用（円／時・隻）

$TBER(K,j)$；　船型Kのj番目の船舶のバース待ち時間（時間）

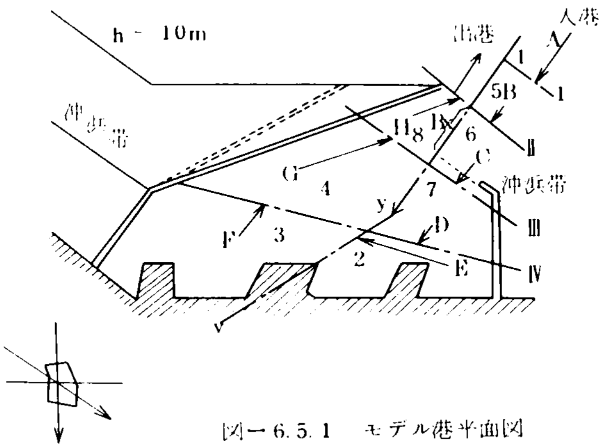
$TSER(K,i,j)$；　おなじく作業時iにおける静穏性の悪化による遅延時間（時間）

$TSH(K,i,j)$；　同じく夜間作業禁止による遅延時間（時間）

6．5　外港計画のためのシミュレーションシステム構造

6．5．1　港内における船舶の運航構造

前述した外港計画システムを策定するためには，まず港内における船舶の運航構造をモデル化する必要がある。本研究においては，外港システムを多段階よりなる窓口・通路とそれをとおる船舶により構成されるシステムとしてとらえ，システムに何らかのできごとが生じた時刻にできごとの対象となる範囲についてシミュレートする方法をとる。この方法は運行制御を容易にし，演算速度を高める利点がある。この種の研究は，UNCTADでカサブランカ港のシステム分析の際行なわれた。注1)



図－6.5.1　モデル港平面図

ここでは，図－6.5.1のような港湾のモデルを想定する。モデル化された港湾は8個のセクションとエリアに分れている。セクションとは入出港や荷役などの活動の可否を対応する条件にしたがつて判定する箇所であり，エリアとは各セクション間の部分で待ちおよび対応する活動を行なう箇所である。これらの定義はモデル作成上，仮に定義したものであり，現実のすべての港がこのように分割できることを主張するものではない。港湾計画の対象，港湾のもつ特殊性その他の理由によつて適宜修正しうるものである。港に入港した船は，セクションA（以下単にAとする）に到着する。Aで入港可能な状態であるか判断する。たとえば，夜間入港制限のある港では夜間状態の場合，エリア1（以下単に1とする）で待つ。同時にAにおいては入港可能な静穏性指標であるか判断し，限界静穏性指標値を超えていれば同じく1で待つ。夜間入港制限の解除もしくは限界静穏性指標以下の状態となつたとき，Aを通過した船はBで航路が使用可能かどうか判断し，不可能であれば5で待つ。可能な状態であればCでバースが空いているか判断する。もし空きバースがなければ6でバース待ちに入る。港によつては港外の領域となることもある。Cを通過し

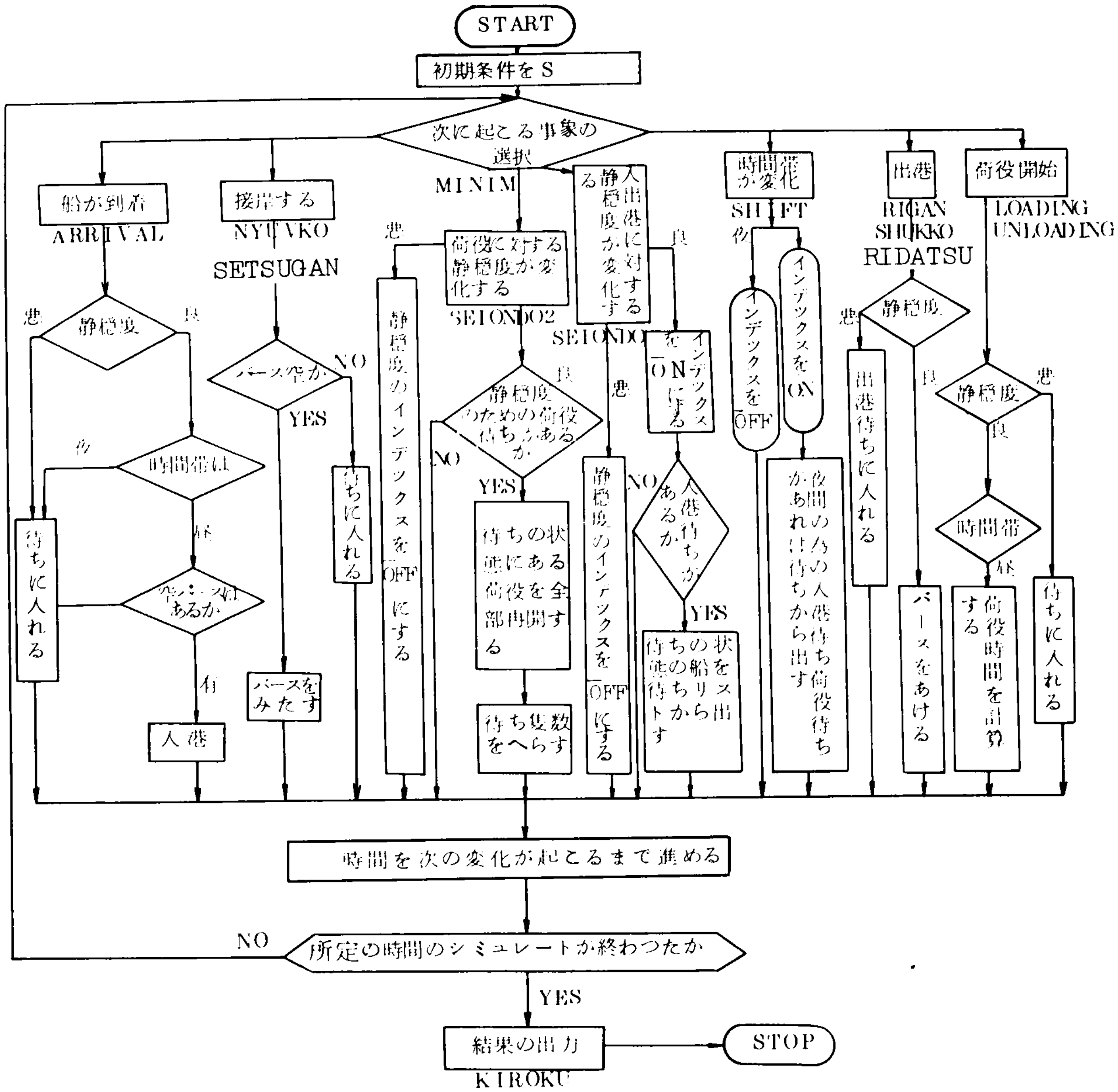
注）UNCTAD(1969)

た船は，次にDでまたバース空きを判断する。Cが港内の場合はCとDとは一致する。Dを通過した船はEに達して卸し作業の可能性を判断し，不可能ならば2で待つ。卸し終つた船もしくは卸し作業のない船はFに達し，積み作業の可能性を判断する。この場合，夜間状態もしくは限界静穏性指標値を超えている状態であれば3で待つ。そうでない状態であれば3で所定の積荷量に達するまで荷役を行なう。積み作業を終えた船はGに達し，出港可能か判断し，不可能であれば4で待つ。Hにおいては航路の使用の可否が判断され，不可能であれば8で待つ。Gにおける判断は夜間状態と静穏性に関するものであるが，Hにおいては加うるに先着船の有無の判断が加わる。以上の船舶の運航構造は，すべてある動作の完了予定時刻と位置とで規定される。

6. 5. 2 シミュレーションプログラムの操作手順

シミュレーションプログラムは6.5.1で述べた各作業内容を含む各アクティビティと各アクティビティが機能する順序と時刻を決定する最早行動時刻決定ルーチン（MINIM）からなりたつている（図－6.5.2参照）。まず，図－6.4.3において述べた必要なインプットデータをすべて読み取つておく。次に，トラフイックゼネレーターによつてあるインデックスをもつ第1番目の船舶を発生させ，その船の到着時刻を記憶する。これが図－6.5.2における初期条件のセットである。次に，最早行動時刻決定ルーチンにおいて，第1番目の船舶の到着時刻を基準とした最早時刻に生じる事象を選択し，対応するアクティビティを実行し，そのアクティビティの終了時刻まで時間を進める。進められた時刻を基準としたとき，最早時刻に生じる事象を再び最早行動時刻決定ルーチンによつて選択し，対応するアクティビティを実行する。この操作は所定の時間のシミュレートが終了するまで繰返される。2,3のアクティビティについて例を示すと次のとおりである。アクティビティARRIVALおよびNYUKOは，ある船舶が図－6.5.1のAに到着すると実行される。まず，夜間入港制限時間であるかが判断され，夜間であれば夜間入港待ちにその船を入れ，交通流から除く。次に，入港可能な静穏性であるかどうかを判断し，不可能ならば，その船を静穏待ち状態にし，交通流から除く。航路の通過が可能であれば，バースが空いているか判断し，空いていなければバース待ちに入れ，交通流から除く。バースが空いていれば，接岸作業開始時刻を設定して，最早時刻決定ルーチンにもどる。他のアクティビティについても同様な作業内容が含まれる。

またアクティビティSEIONDOの内容は次のとおりである。このアクティビティでは，各船型（K）の船舶がセクションA～Hに到着したごとに実行される。しかし，最早行動時刻決定ルーチンで選択された場合には，静穏性指標が変化し，各港湾活動（荷役を除く）の可能・不可能状態が変化したことを意味する。したがつて，前の状態の静穏性が良好な状態（IND(K)=LS$\overline{\mathrm{O}}$N）ならば，不良な状態（IND(K)=LS$\overline{\mathrm{O}}$FF）に変え，不良な状態の継続時間を算定し，最早行動時刻決定ルーチンにもどる。逆ならば，良好な状態にし静穏待ちの船をすべて交通流に入れてそれぞれのアクティビティを実行する。もし，静穏性の影響がないならば，最早行動時刻決定ルーチンにもどる。



図－6.5.2　シミュレーションの概略図

アクテイビテイSEIONDO 2は，荷役作業を行う場合の可能・不可能を判断するアクテイビテイであり，静穏性指標は，船型および貨物の種類ごとに計算されている。また，アクテイビテイKIROKUは，待ち時間，待ち隻数，入出港隻数の記録を行ない，次の最適化プログラムのインプットデータを作成する（図－6.4.3参照）。アクテイビテイに含まれている作業のうち，待ち時間の算定，交通流への出入は各アクテイビテイで共通に使用されるため，サブルーチンとしてメインプログラムと切離して作成してある。

以上の操作は，1つの外港整備水準を仮設したごとに計算され，その時の外港整備費用船舶および貨物の在港にともなう費用および内港整備費が計算される。そして，在港時間に関係する費用の節約額と内外港施設整備費用の差すなわち超過便益が最大となるまで内外港整備水準を変化させて，最適内外港整備水準を得る。

6.5.3 トラフィックゼネレーターの操作手順

トラフィックゼネレーターはメインルーチンとは別に作成した。これはコアーの中のスペースを節約するためと，シミュレーションにおける弾力性を持たせるためである。また異なるトラフィックパターンに対してもサブルーチンの操作だけで一般性を確保し得る。このルーチンの目的は，入力となる船舶と積荷のパターン（これをFRELISと記す）と到着時間間隔についての情報を与えることにある。トラフィックゼネレーターは，FRELISをコアーに読み込むことから始まる。このFRELISは次のようにして入力データを与える。簡単化のために表－6.5.1のような船舶に関する情報が与えられたとする。船舶情報はいくつかのパラメーターの水準の組合せの頻度分布として与えられる。本例では全隻数は２１隻である。表－6.5.1の隻数を度数分布とする分布型からランダム抽出によつて3という乱数が抽出されたとき，この船は，Z型でαトンを積んだ船という情報を得る。このような方法によつて，将来の交通パターンの予測がなされれば，それに対応するFRELISを作成することができる。そして，将来の船舶および旅客・貨物の流動パターンを任意に発生させることができる。

表－6.5.1　FRELISの一例

パラメーター ＼ No.	1	2	3	4	5
隻数	1	3	6	9	5
船型	X	Y	Z	X	Y
貨物の種類	a	a	a	b	b

一方，船舶の到着時間間隔についても観測された分布型からランダム抽出を行なうことによつて得られる。到着時間間隔とFRELISから得られる情報によつて，ある船舶の次に到着する船舶のパラメーターの値と到着時刻を得ることができる。このような手法は，外海の自然条件についても用いられるので，静穏性指標の発生システムにおいても使用している。

6.6 システム・アプローチによる外港計画の試算例

6.6.1 試算例の設定

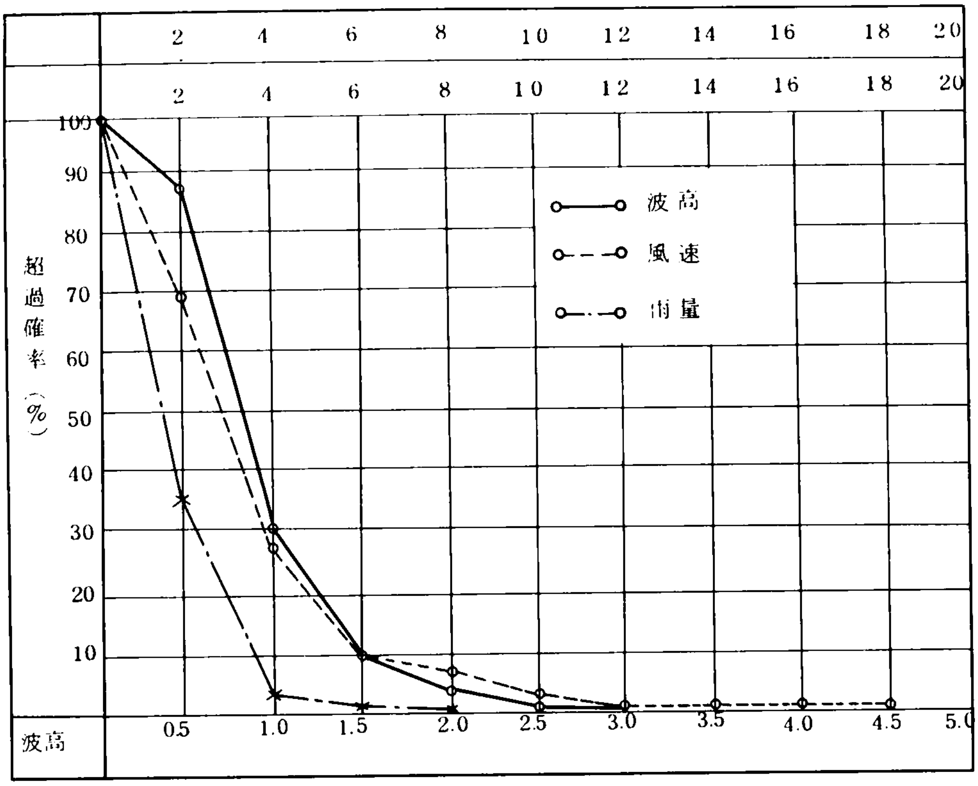
本章では，次のような計画例を例示することにより，本論で提案したシステムズ・アプローチによる計画の方法論に関する実用性について検討を加える。図－6.5.1のような港湾を想定する。この港は５００ｍ沖から沖浜帯となつており，主風向，主波向は図－6.5.1に示す方向である。本港は−9ｍ岸壁１１バースを有する。運輸省第２港湾建設局によつて提唱された方法により必要水域面積を計算すると約1000000 m^2となる。(注) また，防波堤は砕波帯で海底変動が激しく，完成後においても洗掘を受けて被災しやすい区域であるので，砕波帯における防波堤の方向を海岸線に直角とし，この区域内の防波堤延長を最短とする。さらに，防波堤のしやへい外においては，航路水深１０ｍを維持し得る確率を計算し得ないため，この場合，防波堤は航路水深と同水深までしやへいするとする。したが

注）　第２港湾建設局（１９６４）

つて，本例では，天端高２ｍ，主波向に対する防波堤開口幅２００ｍという整備水準を基準とし，天端高２ｍ～７ｍ，開口幅－１００ｍ～２００ｍと変化させたとき，施設の整備水準をどれほど改良すれば有効度（超過便益）の最大が得られるかを種々の港湾の利用率に対して試算してみる。ここに，開口幅の負号は主波向に直角方向に重なつた防波堤の長さを表わす。

6．6．2　本試算に用いた仮定と数値

本試算に用いた船舶に関するパラメーターは表－6.6.1に示す頻度表にしたがつて発生させる。船舶の到着間隔は指数分布とし，年間到着隻数が１５０隻，２４０隻，３５０隻の３



図－6.6.1　要素静穏度の発生累積分布

表－6.6.1 (a)　　頻　度　表

パラメーター　No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
隻　　数	2	1	1	2	4	3	1	1	6	1	2	1	3	8	1	1	2	1	1	1
船　　型	2	4	4	2	4	5	3	2	4	5	2	4	1	3	4	5	3	2	2	3
揚貨物の種類	4	1	4	2	2	4	4	4	1	2	2	4	2	4	4	1	2	2	2	1
積貨物の種類	4	1	4	2	2	4	4	4	1	2	2	4	2	4	4	1	2	2	3	3
揚貨物量	6	5	6	5	6	8	7	2	6	5	4	7	5	6	8	6	6	6	4	4
積貨物量	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2

表－6.6.1(b)　使用したランク表

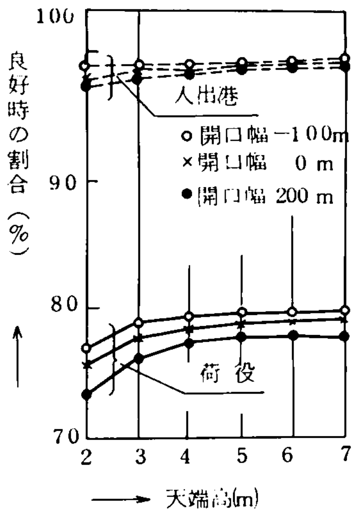
船型	1	0 ～ 1999 DW	積荷量	1	0 ～ ton
	2	2000 ～ 2999		2	1 ～ 99
	3	3000 ～ 6999		3	100 ～ 299
	4	7000 ～ 11999		4	300 ～ 699
	5	12000 ～ 17999		5	700 ～ 1499
	6	18000 以上		6	1500 ～ 3099
貨物種類	1	肥料，リン鉱石類		7	3100 ～ 6299
	2	木材		8	6300 ～ 12699
	3	一般雑貨		9	12700 ～ 25499
	4	バルク		10	25500 以上
	5	農産物			

ケースを比較する。港湾立地点の波高，風速，雨量の発生累積分布は図－6.6.1に示すとおりである。また，本港における限界静穏性指標（広義）は入出港 $X'_{op}=-0.15$，荷役 $X'_{op}=0.24$ とする。

6.6.3 試算結果とその考察

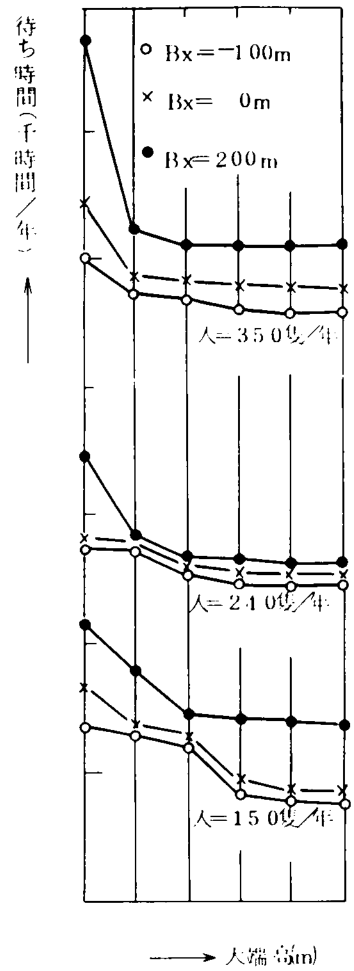
図－6.6.1のような自然条件をもつ立地点において，防波堤開口幅を200m，0m，－100m，天端高を2m～7mとしたとき，港内での入出港および荷役作業に対する静穏性の状態は図－6.6.2のように試算される。図では，貨物の種類が1（肥料・リン鉱石類）船型5（15000D/W）の場合の例示を行なっている。図より，外港整備水準を高めれば高めるほど，良好時の時間が増加していることがわかる。

上述の各外港整備水準のとき，年間到着隻数 λ が150，240，350隻の各場合における船舶の待ち時間（時間/年）は図－6.6.3に示されている。一例として $\lambda=350$ 隻の場合，天端高2m，開口幅200mの水準から天端高5m，開口幅－100mの水準にすると待ち時間が約11000時間短縮される。天端高を5m以上にしたとき，開口幅を200mから－100mにすると約2500時間の短縮ができるが，開口幅を一定にして天端高を3m以上にしても待ち時間の短縮は期待できない。一般に，入港隻数の多いほど港口を狭める効果が大きい。天端高を2mから3mにする効果が著しい。5m以上にする効果は一般に少ないことがわかる。



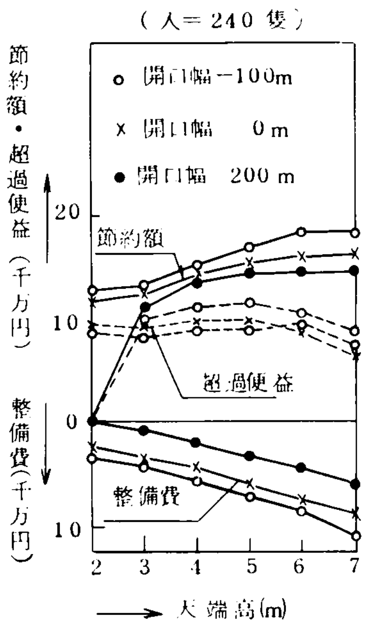
図－6.6.2 静穏性良好時の割合

次に，$\lambda=240$ 隻の場合において，外港整備水準として，天端高2m，開口幅200m

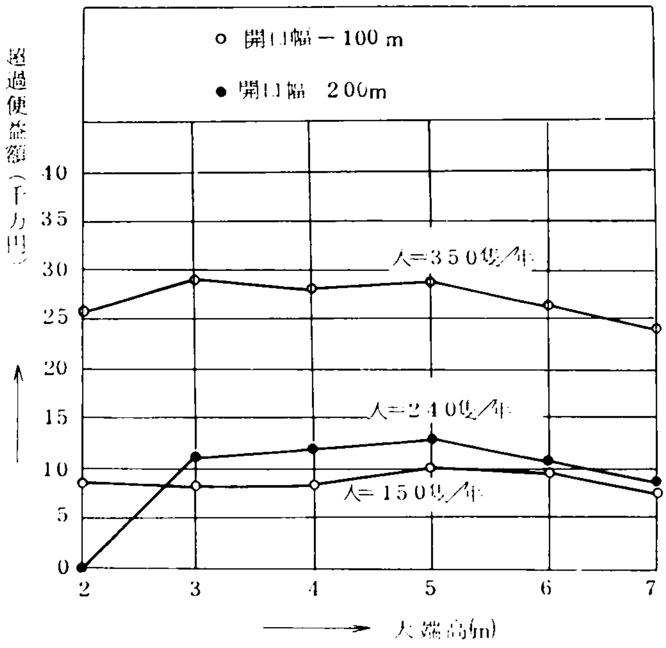


(注) λは年間船舶到着隻数

図−6.6.3 施設水準と待ち時間



図−6.6.4 施設整備費と便益額



図−6.6.5 超過便益額

を基準とし，各外港整備水準を変動させた場合の超過便益を図−6.6.4に示している。このような計算はλ=150隻，350隻の場合についても行なうことができる。図−6.6.5は入港隻数が変動し，内港施設をある一定水準に固定した場合の最大の超過便益を示す外港整備水準を示したものである。図より超過便益が最大となる整備水準は，それぞれ，λ=350隻の場合は天端高3m，開口幅−100m，λ=240隻の場合は天端高5m，開口幅200m，λ=150隻の場合は天端高5m，開口幅−100mの水準である。このようにして，各港の施設状況，入港隻数，静穏性ならびに追加投資額の状態にしたがつて，天端高をあげるか，開口幅を狭めるかという外港整備の指針を定量的に得ることができる。

6.7 結言

港湾をシステムとしてとらえ，システムズアナリシスを通してその計画の方法論を導きだそうとするにはインターデシプリナリな研究体制を必要とする。その場合，数多くのサブシステムの開発を待たねば，計画に関するシステム設計を行ない得ない。しかし，そのサブシステムの開発目標を与えるためにも，ある精度

のトータルシステムについて論議が加えられねばならない。本研究は港湾の外港計画に視点をあてて，このような研究の一端を行なつたものである。すなわち，限界静穏性指標を定義し，港内の静穏性を港湾計画の目的と結びつけることによつて，最適計画への方法論を得ようとした。しかし，サブシステムの研究開発の未発達の現状では，なお多くの問題を残している。

第1は判別関数法による限界静穏性指標の定義である。港内の静穏性を構成する要素の選択や用いた資料が母集団を正しく反映しているとはいい難い。これに対しては性格の似通つた港湾について数多くの資料を集積する必要がある。判別関数法は過去にどのような判定を下したかという事実に基づくものであり，判定者の訓練，自動化の進み具合で判断基準が変化する場合には，そのまま適用できない。もつとも変化過程を組込むことが可能であれば，この問題は解決できるが，当面，理論的にも資料面からもきびしい制約がある。

第2は港内の要素静穏度の状態を求めるとき港外の自然条件と変換作用素の制御過程，特に複合した場合についての情報の不足である。これは海岸工学の今後の進歩とも関連するが，波のほか風，雨の影響を含めて新たな総合的な研究を必要とする分野が数多く残されている。

第3は社会的環境条件，すなわち船舶・旅客・貨物の港湾内における動態，特に静穏性に関連して挙動がどのように変化するかという課題の解析も不十分である。

第4は価値基準と評価システムに関する問題である。実際の港湾内の動態は，制度や労働問題，運賃，料金，契約，港湾開発政策などの要請で影響をうけることが多い。本研究で仮定した時間費用による評価基準を是認したとしても，上述の政策の影響を受けている港湾内の動態をモデル化していないために，諸政策の有効性を評価できないことになり，ここにシステム解析の1つの大きな問題がある。

第5に，このようなシステムズ・アプローチを行なつたとしても，港湾システム，物流システムもしくは地域開発システムといつた上位システムの部分最適解が得られるに過ぎない。多段階問題としての最適解を求める研究が今後に残されている。

第6は，モデルの簡単化にともなう誤差の混入である。本研究ではシステムズアプローチの方法論を示すことに視点をおいたため，極力モデルの簡略化に努めた。したがつて不確実性導入の論議を省略したため，それだけ実際との乖離も多くなつている。この場合，サブシステムの数を増加したり，内容を複雑にしても，それによつて得られる精度の向上とそれからの便益が努力を上回るものでなければ有効なシステム設計とはならない。

第7に，港湾システムのように長期間にわたつて存続していくものについては，変動性を考慮したダイナミックモデルを考えることが必要である。特に，港湾内への土砂の回り込みなどの影響は，短期間のモデルでは評価し得ない。

われわれは，実際の外港計画への適用の方法としてシミュレーションモデルによる有効度の計算を行ない，その極大値をもつて外港整備の最適水準を求めることを提案した。しかし，これもシステム分析の方法論を示したものであつて，外港計画の最適システム設計まで言及したとはいえない。したがつて，決定者の決定まで規定しようとしたものではな

い。どのような整備水準を決定するかは，不確実性の取扱いを含めた決定理論の問題として別に取扱われる性質のものと考える。

第7章　工業開発地の選定とその規模の決定法[注1)]

7.1　概　説

昭和30年代後半までのわが国における工業開発は，地域開発のためのほとんど唯一ともいえる手段として，各地方自治体の推進しようとしたことであつた。これは，昭和30年代の後半の新産都市の指定が，当初数箇所の大規模な臨海工業地帯を建設しようとする政府の計画とはうらはらに，全国で約10の地域が誘致運動を強力に推進したために最終的には15の地域が指定されたという歴史的事実によつてもうかがうことができる。[注2)]

一方，人間の健康を害する産業廃棄物を発生し，自然およびその他の環境を破壊する工業開発に対して，昭和10年前後から全国的にまきおこつた公害反対運動は，その是非をきびしく追求するにいたつている。

他方，経済をより拡大成長させ，より豊かな生活を営なもうとするかぎり，いわば国民生活の台所ともいえる工業生産の拡大の必要性は続くものと思われる。特に，低所得で人口流出のはげしい過疎地域における所得の向上，雇用機会の向上をめざすためには，重大な環境破壊が発生しない範囲内での工業開発は進められねばならないものと思われる。

このような工業開発と環境破壊という問題に対して，従来，大別して3つのアプローチがなされてきた。第1は，大気汚染や水質汚濁の発生機構や自然の浄化能力などを解明することによつて，汚染源の汚染物質を減少させようといういわば純粋な科学技術的アプローチである。第2は，社会科学的アプローチともいえるもので，産業廃棄物の法的規制，被害者に対する救済，被害防止対策の費用負担などにみられる。そして，第3のアプローチは，土地利用計画的アプローチともいえるものである。これは，もしも工業開発を必要とするのであれば，これを実現するための環境破壊をより少なく，かつ，国土や資源の有効利用を図るためには，工業地帯内の土地利用計画や全国的な工業地帯の配置計画をいかに策定すればよいかという問題に答えようとするアプローチである。

本研究は，第3の立場をとり，そして，その基本的な考え方は次のとおりである。

一般に，公共投資の評価基準として費用便益基準が提唱されている。本研究で問題にしている工業開発の便益の一部は産業連関分析や計量経済モデルで計測可能であるが，これらの計測可能な便益がそのすべてではない。したがつて，本研究では，費用有効度基準を採用し，有効度の指標として造成工業用地面積を採用する。そして，工業地帯造成にともなう総費用の最小という基準を設けて，工業開発地点の選定を行なう。

計上すべき費用としては，提示される工業開発の候補地点の各代替案によつて変動する費用のみを対象とし，いずれの候補地のいずれの代替案を採用しても変動しない費用は考察の対象外とする。計上の対象となる費用は，主として，開発地点の土地の機会費用，公共諸施設の建設費，工業および生活関連用地造成費，社会的費用および製品輸送費からなる。

注1)　長尾，森杉，佐藤（1973a）　Nagao and Morisugi（1974），

注2)　経企庁（1969）　PP. 3〜4

これらの諸費用を計算するためには，開発候補地内の土地利用計画を必要とする。工業開発は単に工業用地のみを造成すればよいわけではないから，一定規模の工業用地造成にともなう公共施設の整備，流入人口の増加にともなう生活関連施設の整備を必要とし，これらの諸施設配置と土地利用が，社会的費用をも含めて低廉な費用で，快適な生活ができるようになされねばならない。このような候補地内の土地利用計画を行なうにあたつて，特に注意を要することは，次の2点である。

① 工業用地造成および産業基盤の計画と流入人口および地元住民の生活に直結する新都市開発計画とを合理的に結合すること。

② 新都市開発費用および社会的費用を定量化して，工業開発に必要な費用として総費用に算入すること。

こうして，工業開発に必要な費用が候補地ごとに，そして，その候補地に造成される工業用地の規模ごとに与えられると，工業開発地の配置と規模を決定する工業開発地点の選定計画のための計画目標として与えられる総工業用地需要を満たしたうえで，最小の費用となる工業開発地の配置とその開発規模を決定することができる。この工業開発地の選定システムを策定することが，本研究の主要な目的である。

このため，7.2では工業開発に必要な諸費用の分析を行ない，特に7.2.2においては，従来なされていなかつた社会的費用の定量化の一例として大気汚染による経済的損失と汚染源との関係を統計的手法で分析する。次に，7.3および7.4において推定された費用関数に基づいて工業開発地の選定モデルの定式化とその解法を示し，7.5においては選定モデルの感度分析を行なう。さらに，7.6においては，算定例を示すことによつて本モデルの実用性を検討する。

7.2 工業開発費用

7.2.1 工業開発費用の列挙

一般にわが国における主要な工業地帯は港湾を中核とする臨海工業地帯である。注) この事実は，資源の乏しいわが国においては今後も変わらないものと思われるので，本研究においても主として臨海工業開発を対象とする。

工業開発の費用を分析するには，まず対象とする候補地に，ある規模の工業用地を造成する場合の対象地域内の工業用地およびそれに関連する生活関連施設を含む諸機能の空間的配置計画，すなわち，土地利用計画がなされていなければならない。工業開発のためには，工業用地，生活関連施設，公園などの公共用地，港湾，道路，鉄道などの諸施設を必要とする。さて，工業開発の費用は，いずれの候補地であろうと同じ規模の造成用地に対して一様に必要とする不変費用と，同一規模であつても候補地のもつ立地条件によつて変動する変動費用とに分類される。前者は，工場や住宅などの建築物建設費や工業の原材料費などであり，後者は，用地造成費，公共諸施設建設費，土地の機会費用，公害などの社会的費用などを示す。本研究では，工業開発地の選定を行なうための費用を分析する目的

注) 長尾 （1968）．P.11

表－7.2.1 工業開発費用の分類

費用分類		備考
変動費用	1. 用地造成費用	工業用地，新都市建設用地，公園，緑地などの造成費用
	2. 公共施設建設費用	港湾，道路，鉄道，工業水道，上下水道などの建設費
	3. 土地の機会費用	既存の土地利用の収益を犠牲にする費用であつて，一般に補償費の根拠とされる
	4. 製品輸送費	工業の製品を市場に運ぶ費用
	5. 社会的費用	大気汚染，水質汚濁，自然破壊などの公害の金額換算値であり，一般に計測が困難
不変費用		建築物建設費，原材料輸送費など

をもつので，後者の変動費用のみを対象とする。変動費用の分類は，表－7.2.1に示すとおりとし，各項目について若干の説明を加えると以下のとおりである。

(a) 用地造成費

工業用地の造成費は，主として埋立方式か，掘込方式かで異なり，いずれの方式においても水深や背後地の地形条件によつて変動する。住宅用地の造成費は主として地形条件によつて異なるが，加うるに，対象地域に既存の都市が存在するか否かによつて変動する。既存の都市があるところでは，新たに流入してくる人口を既存の都市に収容できるが，既存都市がない場合には新都市を建設せねばならない。

(b) 公共諸施設建設費

主として，港湾，鉄道，道路，工業水道の建設費が変動する。いずれも地形条件と既存施設の有無によつて異なる。

(c) 土地の機会費用

これは，工業開発のために転用される土地が，もし工業開発に使用されなかつたならば得られたであろう収益から土地以外の諸費用を控除したものであり，一般に補償額の基準とされる。この考え方は，漁業権に対しても適用される。

(d) 製品輸送費

主として，立地工業が負担すべき費用であり，市場への接近性という意味をもつ。製品の輸送先は，主として東京，大阪，名古屋などの大都市である。

(e) 社会的費用

ここにいう社会的費用とは，カップ（K．W．Kapp）の定義にしたがい，大気汚染水質汚濁，自然環境の破壊などの公害の貨幣換算値である。当然のことながら，これらはいずれも候補地の地形および気象，海象条件により異なるが，同時に，被害を受ける人口および生活条件によつても異なる。しかし，大気汚染を除いて，他の公害の程度を貨幣タームで表示することは至難である。このため，これらの被害の程度をそれぞれの測度で表示し，それらの下限値（上限値）をあらかじめ決定しておき，この範囲からはずれる代替案または候補地を工業開発の予定地から排除しておく必要がある。

7．2．2 社会的費用の計測例

7.2.1において分類した5種類の費用のうち(a)〜(d)の費用は，開発計画案が提示されれば計算可能な費用であるが，(e)の社会的費用については，従来特定の地域における大気汚染の経済的被害の調査がなされたにすぎなく，新たな工業開発地の社会的費用の推定はなされていない。したがつて，本節では社会的費用の計測例として大気汚染をとりあげ，統計的手法に基づく，その計算法を示す。

大気汚染による被害の程度は，汚染源と被害地点の空間的位置，気象条件，汚染源における汚染物質の排出量，被害地点における人口密度などの人や物の存在状況によつて影響されることは周知の事実である。しかし，これらの関係を分析することはきわめて困難である。特に，大気汚染の経済的損失の調査には，次の2点における困難さがつきまとう。

第1に，損失の中に貨幣タームでは計測が困難なものが存在する。たとえば，人命，自然的景観の破壊，不快感などの精神的被害などである。これらの被害は，大気汚染以外の公害と同様，上下限値を個別に決定する以外にない。

第2に，たとえ貨幣タームで測定可能な被害であつても，大気汚染を原因とする過剰支出であるのか，それとも他の原因に基づく過剰支出であるのかという判定の困難性である。

大阪市での昭和41年に行なわれた調査では，経済的損失として計量できない部分については除外し，総理府統計局の家計調査の対象とされた家計支出項目を参考とし，大気汚染による影響がおよぶとみなされる経済的な支出項目を選び，さらに特別な家計支出と資産損失分を加えて調査項目を限定している。[注2] そして，(1)大気汚染による追加的支出として分離されうる項目としては，電灯料金，塗料類るりかえ費用，電気製品購入費，娯楽費，家賃，引越し費用および資産損失分を計上している。(2)大気汚染被害分を直接には分離しえない項目としては，水道代，洗濯材料費，ワイシャツなどの衣服費およびクリーニング料，入浴料，化粧品料，掃除材料費，住宅設備修理費および医療費が含まれ，これらの項目は，住吉区のレベルにおいて正常であると仮定して超過分を大気汚染による被害とみなしている。そして，(1)および(2)の各項目の合計値を大気汚染の被害額として計算し，その結果は表－7.2.2に示すとおりとなつている。なお表には大阪市の調査当時，同時に行なわれた区別の燃料使用量と同じく大阪市の調査より著者らが整理した各区別の交通量を載せている。[注3]

本研究では，ある地域にある一定規模の工業開発のための土地利用計画が提示されたときの，大気汚染による社会的費用を統計的に推測するためのモデルを策定するという目的に沿つて，表の項目(5)の1家計あたりの被害額を外生変数とし，原因と思われる項目(1)，(2)，(3)および交通量，さらに，汚染源と被害地点間の空間距離を内生変数として統計解析を行なつた結果，次式をえた。

注1） 交通投資効果研究会（1971）PP 173〜244，あるいは，日本工業地センター（1970）などを参照

注2） 大阪市（1966）PP. 75〜84

注3） 大阪市では，同様な調査を1974年にも行なつている（大阪市（1974））

表−7.2.2　相関解析要因表 注1)

項目 / 区名	石炭 (t) (1)	重油 (kl) (2)	灯油 (kl) (3)	燃料使用量 (1)+(2)+(3)	SO_2 濃度年平均 (4)	世帯当り被害金額(円) (5)	企業当り被害金額(円) (6)	被害金額 (円) (4)+(5)	交通量 (台.Km)	面積 (ha)
1. 浪速	551	11012	197	11760	0.80	30125	133	30558	685740	383
2. 西成	7719	143645	769	152133	0.87	29652	1645	31297	279838	742
3. 港	820	21051	102	21973	1.15	13193	115	13608	229208	826
4. 大正	3316	309791	61	313168	1.21	26242	31296	57538	258061	910
5. 西淀川	7790	118301	895	127186	1.82	26441	35871	62312	188823	1116
6. 東成	1333	13698	913	15941	1.03	9122	1042	10164	507177	451
7. 生野	973	13076	815	14864	1.25	7433	8226	15659	582562	824
8. 北	13136	45104	560	58800	1.56	13613	7247	20860	1150086	558
9. 都島	17105	52395	64	99864	1.34	19573	3174	22747	617273	586
10. 福島	21351	43562	85	65001	1.19	38530	3367	41897	757357	468
11. 此花	11793	113933	21378	177113	1.53	15843	18484	34327	227740	1043
12. 東	7384	26640	263	32287	1.16	4165	1806	5971	473604	592
13. 西	2433	1963	54	7450	1.32	29953	582	30535	541677	572
14. 天王寺	1088	11785	153	13026	0.91	4706	27358	32064	173604	467
15. 南	5317	7573	164	13054	0.83	6443	14672	21115	509914	296
16. 大淀	2156	41852	19	44027	1.09	1364	336	1700	292161	447
17. 東淀川	12725	129644	909	143278	1.03	7697	21914	29611	956515	2610
18. 旭	2522	13703	48	16273	0.67	16518	25881	42399	468880	607
19. 城東	1987	106080	1440	109507	0.83	12599	70018	82617	866695	1658
20. 阿倍野	1563	3062	221	1846	0.85	7359	0	7359	125651	606
21. 住吉	2095	52812	939	55876	0.78	4098	11702	15800	774616	1999
22. 東住吉	4124	21462	465	22052	1.12	3173	2259	5432	724189	2502

注1) 大阪市(1965)より引用

$$
\left.
\begin{array}{l}
Yi = 1290.7 + 02716 \left(\sum_{j=1}^{Kmax} \frac{X_j}{D_{ij}{}^2} \right) \\
\text{ただし} \\
p = 0.607,\ Kmax = 7
\end{array}
\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (7.2.1)
$$

ここに，Yi ：i 地区住民１世帯あたりの年間被害額（円／世帯）

Xj ：j 地区年間重油消費量（kl）

D_{ij} ：i，j 地区間距離（Km）

Kmax ：（Xj ／ D^2_{ij} ）の値の大きいものから順に番号をつけ，相関係数が最大となる番号

p ：相関係数

式（7.2.1）による回帰を行なうにあたつて注意した諸点は次のとおりである。

① 汚染源と被害地点との間の距離の影響が含まれていること。

② 汚染源としては，主として工場である重油使用地点のほかに，石炭，灯油の使用地点自動車の排気ガスなどが考えられる。本研究においては，これらの要因を導入して重回帰分析を行なつたが，相関係数は，ほとんど上昇せず，係数が負となつたりして，あまり意味のある推定値が得られなかつたため，式（7.2.1）を採用した。[注1）]

③ 風の影響については，各地区別のデータが得られなかつたため無視した。

式（7.2.1）に，対象とする地域における土地利用計画案の距離，重油使用量を代入すれば，経済的損失を求めることができ，Yi にその地域の世帯数を乗ずることによつて，求める大気汚染の社会的費用を計算することができる。

しかしながら，統計的手法に基づく測定法である本方法は，厳密にいえば，昭和４１年当時の大阪市の排出基準と生活様式のもとでの結果を用いたものであり，排出基準，生活様式，さらに気象や交通量などにおいても新たな工業開発候補地においては異なる可能性がある。したがつて，本研究における社会的費用の計測は，依然として一応の目やすとし特殊な立地条件のもとでは，それ相当の考慮が必要であることはいうまでもない。

7．2．3 工業開発費用関数の性質

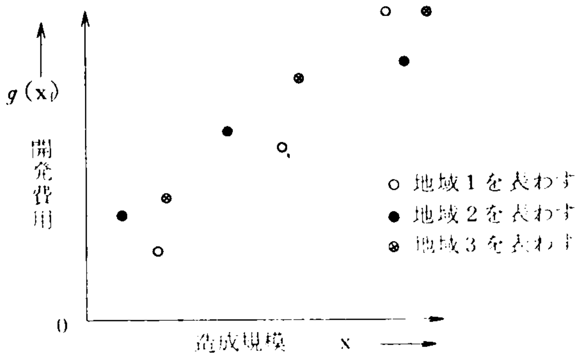
7.2.1 および 7.2.2 において考察した開発費用は，開発規模に対応する土地利用計画がなされていれば計測できるものであり，観念的には，開発規模に応じた合理的な土地利用計画がただ１つ策定でき，これに応じて費用の計測が可能となることになる。しかしながら，実際問題としては規模の連続関数として開発費用関数を作成することは不可能に近い。

注１）（7.2.1）式に関してのその後の研究において，自動車交通量が有意となり次式を得ている。

$$
Yi = 4815.0 + 0.264 \left(\sum_{j=1}^{Kmax} \frac{X_j}{D^2_{ij}} \right) + 0.0447 \frac{Z_i}{D^2_{ij}}
$$

（S = 0.759），Kmax = 7，Zi；i 地区自動車交通量（台・Km）
森杉，若井，林（1973a，1973b）参照。

なぜならば想定された一定規模の開発のための土地利用計画案ですらもほとんど無数にあり，これらの案の中からただ1つの最適な案を探すには，多くの時間と労力を費やして資料を収集し，分析しなければならない。したがつて，図－7.2.1に示すように，想定される開発水準は，時間，労力の制約などにより多くとも1.5個が最大限であり，この数個の開発水準に対応する費用水準しかえられないのが現状である。

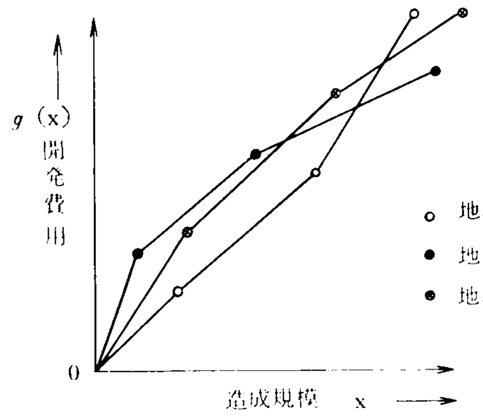


図－7.2.1. 離散的費用関数

ここに，いくつかの離散的な規模に対応する費用水準しかえられていないときに，想定されない規模に対応する費用水準をどのようにして作成すべきかという問題が発生する。この問題に対するもつともらしい解答としては，次の2つの解決法が考えられる。

(1) 図－7.2.2に示すように，あらかじめえられている開発水準に対応する費用関数の点を直線で結び，各点間においては開発水準に比例して費用が増加するという仮定をもうける。

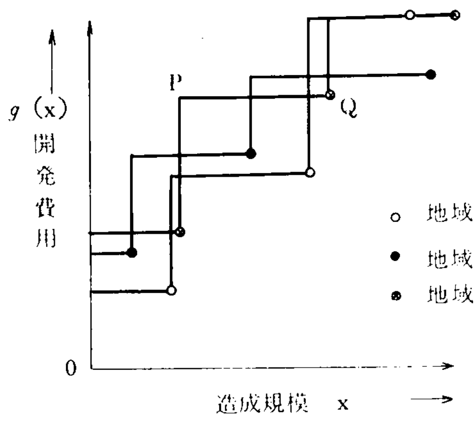
(2) 図－7.2.3のようにあらかじめ得られている開発水準を越える造成を行なうには，その超過量のいかんにかかわらず，想定された開発水準の中で，次に大きい規模に対応する費用に等しい費用を必要とするという仮定をもうける。



図－7.2.2. 折線状費用関数

結論的にいえば，本研究は(2)の仮定を設ける方が望ましいと考える。その理由は以下のとおりである。

第1の理由は，各規模に対応する土地利用計画の独立性である。すなわち，ある候補地において，たとえば50単位の規模の工業用地を造成するための土地利用計画1は，100単位の規模を目標とする土地利用計画2の一部分をなしていると考えるべきでないということである。なぜならば，50単位の規模を造成するために用意された防波堤，岸壁あるいは住居地との通勤交通施設はあくまでも50単位の規模に対応したものであり，あと50単位を工業用地として追加すれば，100単位の造成を目



図－7.2.3. 階段状費用関数

標とする土地利用計画となるという性質のものではないからである。100単位の規模の土地利用計画は，50単位のそれとは別途に工業用地，防波堤，住居地などの位置そのものの再検討を必要とする。したがつて，50単位の造成規模に対応する費用水準から，100 単位の費用水準へ直線的に変化すると考えるのは無理がある。

第2の理由は，スレッシュホールド（threshold）の存在である。スレッシュホールドとは，ある一定以上の規模を造成しようとするとそれまでの費用に比べて不連続的に費用が増大する現象をいう。[注1] このような限界は，包蔵水量，地形，気候などの自然条件，大型船の接岸に要する航路水深，幅員，泊地の広さなどの技術的条件などにみられるが，[注2] 最も端的には，次のような例によつて示される。

いま，当該地域で50単位の規模を造成するためには，既存の工業地帯を拡張することが最適であるとする。しかし，50単位を超過するような規模の工業開発を行なうために既存工業地帯を拡張しようとすると，港湾能力の不足による待ち現象，用水の不足，周辺住宅地への複合大気汚染の顕著化などの社会的費用の拡大などによつて，急激に費用が増大するものとする。かくして，このスレッシュホールドを乗り越えるために，大きな社会的費用と生産性の低下を覚悟の上で既存の工業地帯の拡張を行なうか，もしくは，既存工業地帯の拡大を押えて，別途に工業開発計画を策定するかといつた決定にせまられる。したがつて，50単位以上の規模の工業用地を造成する場合には，いずれにしても50単位において限界費用が急激に上昇するとするスレッシュホールド・コストが存在する。このことは，図－7.2.2のような折線状の費用関数ではなく，図－7.2.3のような階段状の費用関数の方がより一般的であることを示す。

以上が，図－7.2.3のような階段状の費用関数を想定する理由であるが，本費用関数はさらに次のような性質をもつ。すなわち，図－7.2.3における任意の x 軸に平行な線分PQ において，Q以外の点の費用はQに等しく，造成規模はQより小さい。したがつて，一定規模を達成するための代替案としてのQは，Q以外の線分PQ上の任意の点と比較して無条件に効率がよい。したがつて，開発地の選定とその開発規模を求めるための代替案としては，Qのように垂直線と水平線の交点に対応する代替案のみを考察すればよく，代替案の規模も費用も離散的である選定モデルを考える必要がある。したがつて，以下の議論でいう代替案とは，Qのような直線の交点に対応する代替案のみを代替案と呼ぶこととする。

7.3 工業開発地選定モデルの定式化

以上に考察したように，任意の候補地の任意の代替案の費用を計測することができたので，次に，多候補地多代替案の中から，与えられた工業用地需要を満足したうえで，総費用を最小にする開発地とその地域における造成規模とを決定する工業開発地選定モデルの定式化を行なう。

注1） Malisz（1969）の定義による。

注2） Lean （1969）および Kozlowski （1970）に詳しい。

いま，経済計画にしたがつて，計画目標年度までにDだけの工業用地を造成するという計画目標が設定されたものとする。Dを達成するためにN個の候補地が選定されて，候補地iにはM_i個の規模の異なる代替案が提示されており，i地域j番目の代替案で造成される工業用地規模をA_{ij}，その造成に必要な費用をC_{ij}とする。このとき，用地需要Dを満足したうえで，費用最小なる開発地の選定とその規模の決定を行なう選定モデルは，以下のように定式化される。

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_i} A_{ij}x_{ij} \geqq D \quad \cdots\cdots (7.3.1\ a)$$

$$0 \leqq \sum_{j=1}^{M_i} x_{ij} \leqq 1 \quad (i=1,\cdots,N) \quad \cdots\cdots (7.3.1\ b)$$

$$x_{ij}=0 \text{ または } 1 \quad \cdots\cdots (7.3.1\ c)$$

のもとで

$$z=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_i} C_{ij}x_{ij} \quad \cdots\cdots (7.3.1\ d)$$

を最小にする0－1ベクトル$\{x_{ij}\}$を求める0－1整数計画として定式化される。ここに，x_{ij}は，i地域j代替案を採用するとき1，そうでないとき0となる0－1変数である。また，式（7.3.1 a）は，選定された候補地の代替案の造成規模の合計値が，計画目標である工業用地需要を満たさねばならないことを示し，式（7.3.1 b）は，各候補地の代替案の中からは，多くとも各地域ごとに1つしか選択できないという代替案の相互排他性（exclusivity）を示す。そして式（7.3.1 d）は，目的関数である離散的費用関数を示している。

7.4 選定モデルの解法

候補地が少なく，かつ，代替案も少ない場合には，式（7.3.1 a）～（7.3.1 c）の制約条件を満足するあらゆる解の組合せを考えることも容易であり，簡単に式（7.3.1）の解を求めることができる。しかし，候補地数Nと代替案数M_iの増加にともない，組合せ数は急上昇する。たとえば，候補地が10個，代替案が各候補地ごとに6個ずつ存在する場合であつても，10個の組合せが存在する。したがつて，（7.3.1）式の解を求めるには，一般に数理計画法の導入を必要とする。

さて，（7.3.1）式は，0－1整数計画（0－1 Integer Programming I.P.）および動的計画法（Dynamic Programming D.P.）でいうところの1次元ナップザック問題(Knapsack Problem)[注1]に制約式（7.3.1.b）が付加されたものであり，分岐限定法（Branch and Bound）[注2]と動的計画法[注3]のいずれにても解き得る。

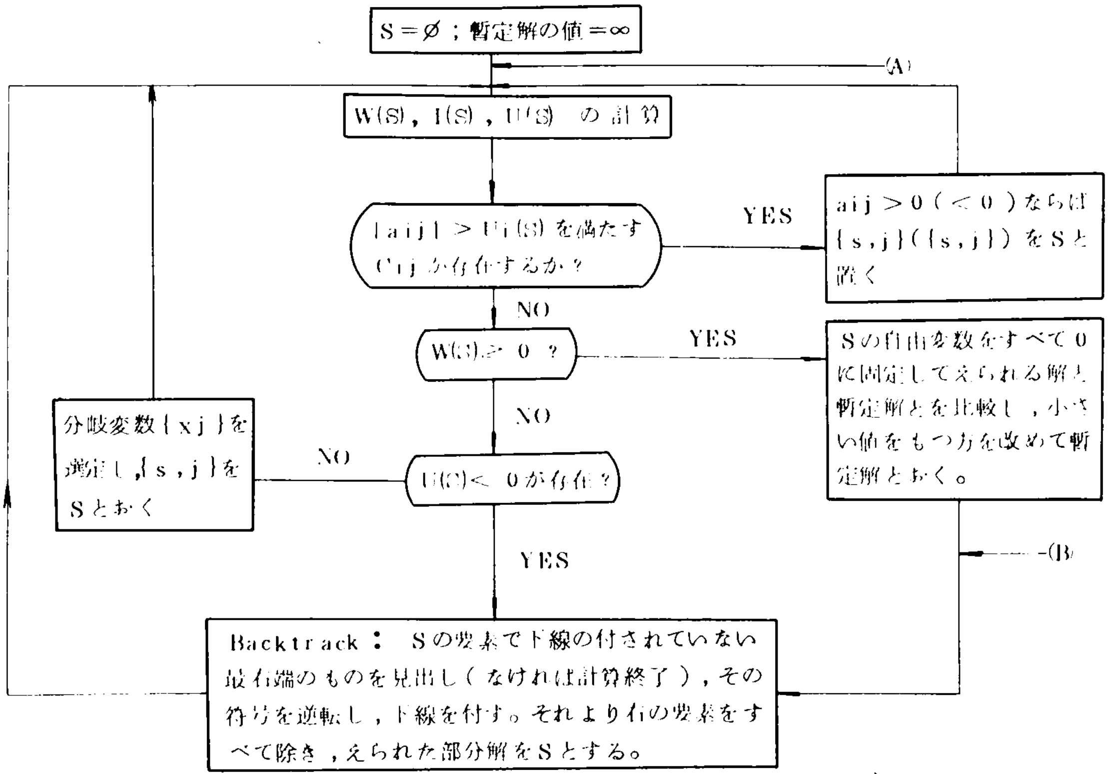
注1） 茨木（1970b），Bellman and Dreyfus（1962），Dantzig（1957）および Gilmore and Gomory（1966）などを参照．

注2） 茨木（1970C），Lawler and woud（1966）およびMitten（1970）などを参照

注3） Bellman and Dreyfus（1962），Dantzig（195）を参照

7. 4. 1 分岐限定法

（7. 3. 1）のサフイックスを書きなおすために



注）

図－7.4.1 0－1 全整数計画問題のアルゴリズムの1例（分岐限定法）

$$\left.\begin{aligned} k &= \sum_{l=1}^{i-1} M_l + j \\ K &= \sum_{l=1}^{N} M_l \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.4.1)$$

とし，x_{ij}，A_{ij}，C_{ij} を x_k，$a_{N+1,k}$，C_k に変換し

$$a_{ik} = \begin{cases} k \leqq \sum_{l=1}^{i-1} M_l,\quad k \geqq \sum_{l=1}^{i} M_l \text{ ならば } 0 \\ \sum_{l=1}^{i-1} M_l \leqq k \leqq \sum_{l=1}^{i} M_l \text{ ならば } -1 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7.4.2)$$

とすると，式は次式のように書きなおすことができる。

$$\sum_{k=1}^{K} a_{ik} x_k \geqq -1 \quad (i = 1, \cdots, N) \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7.4.3.a)$$

$$\sum_{k=1}^{k} a_{N+1,k} x_k \geqq D \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7.4.3b)$$

$$x_k = 0 \text{ または } 1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (7.4.3c)$$

注） 茨木（1970a） P 59より抜粋

のもとで

$$z = \sum_{k=1}^{k} C_k x_k \rightarrow \min \quad \cdots\cdots (7.4.3\,d)$$

式（7.4.3）は，一般的な0－1整数計画の問題とみなし得る。この問題の分岐限定法による解法の詳細は，参考文献にゆずり[注)]，そのアルゴリズムのみを図－7.4.1に示し，図－7.4.1について若干の説明を加える。

0, 1を要素とする任意のK次元ベクトルXを解，式（7.4.3）の制約条件（7.4.3 a）および（7.4.3.b）を満足する解を許容解，許容解のうちzを最小にするものを最適解とよぶ。要素のいくつかが0または1に固定されたXの部分集合Sを部分解，Sにおいて固定された変数を固定変数と呼び，自由変数の集合をFsで示す。

図7.4.1におけるw_i(S)，ℓ_i(S)，u_i(S)は部分解のテストのために用いられる諸量で次式で示される。

$$w_i(S) = \sum_{x_k \notin Fs} a_{ik} \cdot x_k - b_i \quad \cdots\cdots (7.4.4\,a)$$

$$\ell_i(S) = \sum_{x_k \notin Fs} a_{ik} \cdot x_k + \sum_{\substack{a_{ik}<0 \\ x_k \in Fs}} a_{ik} - b_i = w_i(S) + \sum_{\substack{a_{ik}<0 \\ x_k \in Fs}} a_{ik} \quad \cdots (7.4.4\,b)$$

$$u_i(S) = \sum_{x_k \notin Fs} a_{ik} \cdot x_k + \sum_{\substack{a_{ik}>0 \\ x_k \in Fs}} a_{ik} - b_i = w_i(S) + \sum_{\substack{a_{ik}>0 \\ x_k \in Fs}} a_{ik} \quad \cdots (7.4.4\,c)$$

ただし，$i = 1, \cdots, N+1$，またb_iは式（7.4.3 a）および（7.4.3 b）の右辺を示す。

式（7.4.4）からわかるように，w_i(S)は部分解Sのi番目の制約式の左辺の右辺に対する不足量，ℓ_j(S)およびu_i(S)はそれぞれSを固定したときのi番目の制約式の左辺の下限値および上限値を示す。

また，図－7.4.1に示したアルゴリズムは，線形探索法を採用し，目的関数の値は考慮外において，できるだけ効率よく許容解に到達しようとするものであり，分岐変数の決定にあたつては，すべての自由変数x_kに対し，

$$\triangle(k) = \sum_{i=1}^{N+1} \min\{u_i(S) + a_{ik}, 0\} \quad (\leqq 0) \quad \cdots\cdots (7.4.5)$$

を計算し，$\triangle(k)$を最大にする変数x_{k_0}を分岐変数とする。そして，新しい部分解を$\{S, k_0\}$とする。

しかし，以上で説明した図－7.4.1に示されるアルゴリズムは，本研究の経験では収束がきわめて遅いので，実用的でない。そこで暫定解zの値による制約条件

$$-\sum_k C_k x_k \geqq -\bar{z} \quad \cdots\cdots (7.4.6)$$

を付加し，新しい暫定解が得られるたびに$\bar{z}$を更新するアルゴリズムに修正した。すなわ

注）　Gray（1967），Garfinkel and Nemhauser（1972）がよくまとまつている。

ち，図の(A)(B)に新しい制約（図－7.4.2）を付け加えた。このアルゴリズムは0－1整数計画に対してすべて適用できる。

$$-\sum_{j=1}^{n} c_j x_j > -\infty \text{ とする} \qquad (A)$$

$$-\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq -\text{（暫定解の値）} \qquad (B)$$

図－7.4.2　分枝限定法の改良部分

しかし，この修正アルゴリズムにおいても，式（7.4.3）で示す特殊問題を解くためには非能率であるため，本研究では，さらに次のように再修正したアルゴリズムをつくつた。すなわち，（7.3.1 b）式を独立な制約条件として取り扱わず，計算の内部でルーチン化することによつて，収束を早めた。すなわち，部分解Sのときの分岐変数として x_{ij} が選択され，$x_{ij}=1$ が決定されたとする。このときグループ i に属する他の変数は，すべて0でないと許容解とはなりえないので，新しい部分解は

$$\{S, \underline{-x_{i1}}, \cdots, \underline{-x_{i,j-1}}, x_{ij}, \underline{-x_{i,j+1}}, \cdots, \underline{-X_{i\ell i}}\}$$

となり，一般的アルゴリズムの部分解が $\{S, x_{ij}\}$ となるのに比較して，より効率的となる。ここに $\underline{-x_{ij}}$ とは，$x_{ij}=0$ であつて（マイナス記号），かつ $x_{ij}=1$ なる解はテスト済み（下線）であることを示す。

なお，分岐変数として $x_{ij}=0$ が採用された場合には，新しい部分解は $\{S, -x_{ij}\}$ となり，一般的アルゴリズムの場合と変わらない。

7.4.2 動的計画法による解法

関数 $F_k(w)$ を，計画目標値を w と仮定し，1番目から k 番目までの候補地だけを考えたときに，実行する最適政策によつて得られる条件付最適解の値と定義すると，式（7.4.1）は，最適性の原理より，次のような関数方程式に変換される。

$$F_k(w)=\min\{F_{k-1}(w),\ \min_{(j)}\{C_{kj}+F_{k-1}(w-A_{kj})\}\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.4.7\text{a})$$

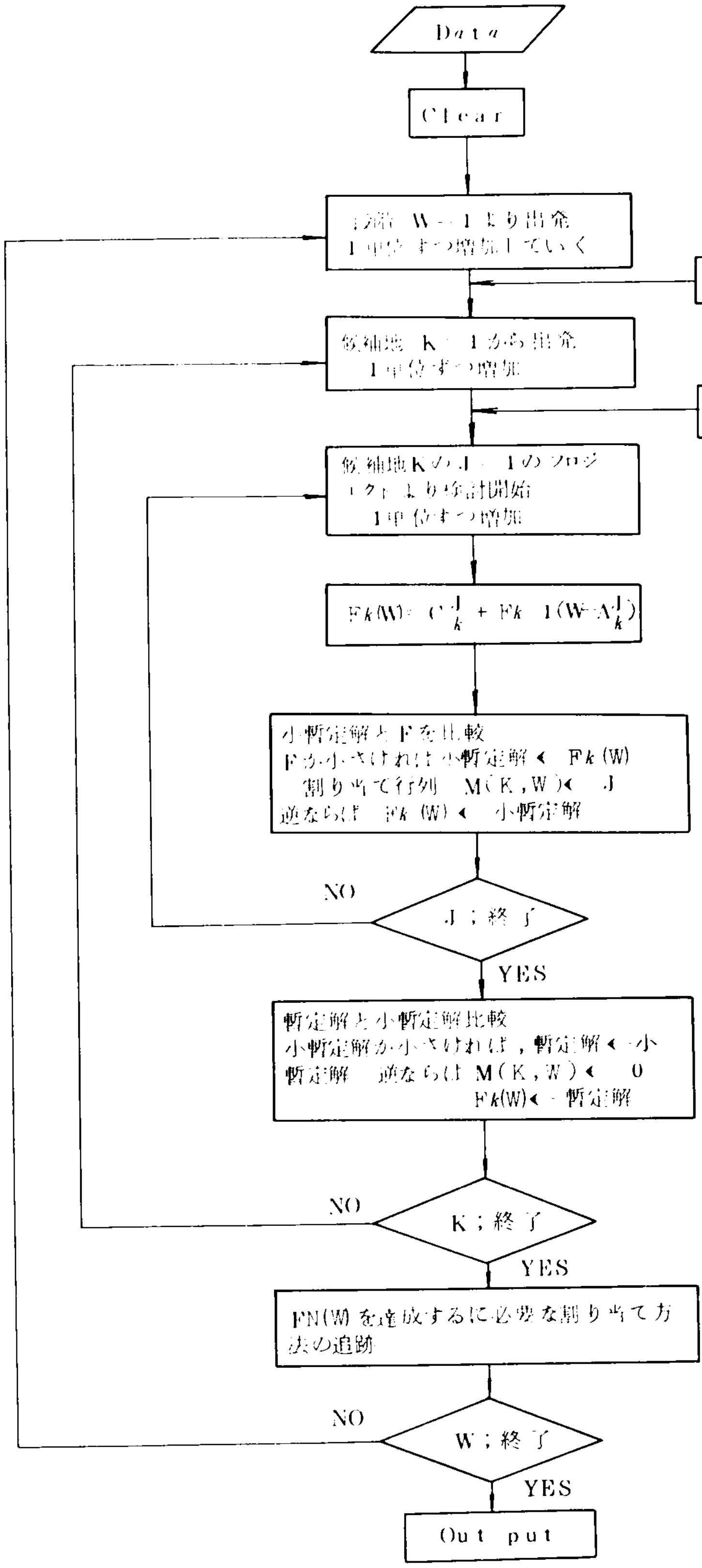
ここに，

$$\left.\begin{array}{ll} F_1(w)=C_{1j} & \text{ただし}\quad A_{1,j-1} \leqq w \leqq A_{1j} \\ F_k(w)=0 & \text{ただし}\quad 0 \geqq w,\ k=1,\cdots,N \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (7.4.7\text{b})$$

かくして，式（7.4.7 b）の条件下で（7.4.7 a）の帰納的繰り返し関係を用い，k お

注）これについても，前述の Garfinkel and Nemhauser（1972）がよく書いてある。

よび代替案の数Mによつて決定される変域を走査することによつて，最適値 FN (D)が求まり，逆の経路をたどることによつて最適解のベクトルXを得ることができる。このアルゴリズムのフローチャートを図－7.4.3に示す。



図－7.4.3　動的計画法による解法

7.5 感度分析に関する考察

ここでいう感度分析とは次の項目について分析を行なうことをいう。

① 候補地の数の増減による最適解の受ける影響

② 計画目標である工業用地需要Dの増減による最適解の受ける影響

③ 代替案の費用の増減による最適解の受ける影響

④ 代替案の造成規模の増減による最適解の受ける影響

⑤ 任意の候補地の代替案の数の増減による最適解の受ける影響

以上の項目のうちで，①および②については，動的計画法による解法の場合のパラメーターであるWとNが，その答を提示する。すなわち，動的計画法による解法では，候補地数Nと需要Dとの関数として最小費用が与えられるので，①および②の解は，最適解を求める計算途中に自動的に計算される。一方，分岐限定法では，入力データの変更を必要とする。

次に，③における代替案の費用の変化を，P地域q代替案（p，q）の費用Cpq が△Cpqだけ変化したものと想定する。まず，（p，q）が最適解を構成している場合について述べる。いま，（p，q）を含んでいない解集合のうちで，最小の費用となる解の目的関数の値を f_2，最適値を f_{op} とすれば，

$$f_2 < f_{op} + \triangle C_{pq} \quad ただし \quad f_2 \geq f_{op} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.1)$$

なる関係が成立するような C_{pq} ならば，f_2が最適解となり，f_2に対応する解が最適解となる。式（7.5.1）からわかるように，（p，q）が最適解を構成している場合に，最適解が変わる可能性があるのは，△Cpqが正の場合のみである。

次に，（p，q）が最適解に含まれていない場合について述べる。（p，q）を含む解集合の中で最小の費用となる解の目的関数の値を f_3とすれば，（p，q）の変動 △Cpqが

$$f_2 + \triangle C_{pq} < f_{op} \quad ただし \quad f_2 > f_{op} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.5.2)$$

なる関係を成立させるとき，f_3 が最適解となる。この場合には，式（7.5.2）からわかるように，最適解が変わるのは△C_{pq}が負のときのみである。

したがつて，③に関する感度分析を行なうためには，解の離散性によつて生ずる費用関数の最適値，次善値………といつた費用関数の値を小さい順に並べた一覧表とそれに応じた解を情報としてえなければならない。この一覧表の作成は，分岐限定法においては比較的容易である。すなわち，図－7.4.4において，最適解の近傍にいたつたならば，式（7.4.6）におけるzの値を固定し，最適解のいくつかの許容解をすべてプリントするようにすればよい。しかしながら，①および②に関する感度分析の場合とは逆に，動的計画法による解法で，③の感度分析を行なうことはきわめて困難となる。動的計画法では，最適性の原理そのものによつて，条件的最適解を逐次選択しているために，次善解以下の順序は不明となる。

④および⑤は，階段状費用関数の不連続点が移動し，これに対応する費用水準が変動することを意味する。この場合の感度分析には，現在のところ，入力を変更して再計算する

必要がある。

したがつて，式（7.3.1）を解くには，分岐限定法あるいは動的計画法のいずれの手法も用いることができるが，①，②および③に関する感度分析についていえば，いずれの手法においても一長一短があるので，両者の解法で解いておくことが望ましい。

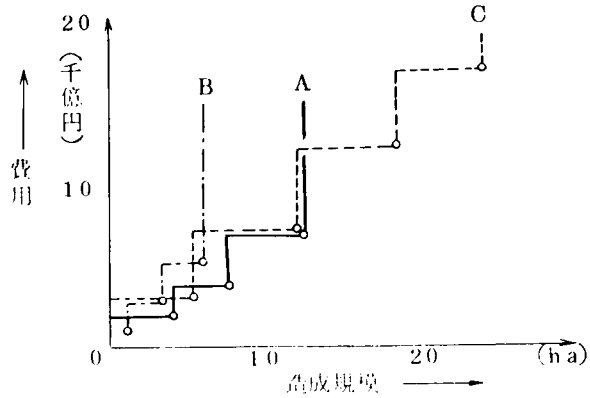
7.6 選定モデルの実用性に関する検討

表－7.6.1および図7.6.1に交通投資効果研究会によつて試算された工業開発費用を載せている。(注) この試算例より，おおよその工業開発費用のオーダーがわかるので，表－7.6.2のような候補地10個，1候補地あたりの平均代替案数4.3個からなる入力データを作成し，以下に試算した結果についての考察を行なう。

表－7.6.1 工業開発費用の積算例

区分 ＼ 地域		A		B		C	
規模	用地 ＼ 項目	C：費用（億円）	A：規模（ha）	C：費用（億円）	A：規模（ha）	C：費用（億円）	A：規模（ha）
1	工業用地	1353	4150	2223	5350	737	1050
	住宅用地	719		1003		162	
	計	2072		3231		899	
	A／C	2.0		1.66		1.17	
2	工	2642	7550	5554	11980	2475	3340
	住	1291		2130		492	
	計	3933		7684		2967	
	A／C	1.92		1.56		1.13	
3	工	5154	12460	9636	18410	4847	5870
	住	2251		3473		592	
	計	7405		13109		5439	
	A／C	1.68		1.40		1.08	
4	工			13479	24060		
	住			4664			
	計			18143			
	A／C			1.32			

注） 交通投資効果研究会 （1971）



図−7.6.1 工業開発費用積算例

表−7.6.2 演算モデルの入力データ

プロジェクト＼地域	1		2		3		4		5	
	C費用（億円）	A規模（ha）	C	A	C	A	C	A	C	A
1	240	500	123	300	1320	2200	384	800	539	1100
2	720	1200	848	1600	3717	5900	1887	3300	1924	3700
3	1218	2100	2604	1200	6570	10500	4332	7600	3127	5900
4	2880	4500	4640	8000	11700	18000	9394	15400	4570	8200
5	4745	7300	7552	12800			12880	23000	7680	12000
6									11628	17100

プロジェクト＼地域	6		7		8		9		10	
	C	A	C	A	C	A	C	A	C	A
1	261	600	225	500	1372	2800	750	1500	912	1900
2	1007	1900	550	1100	3417	6700	1760	3200	2279	4300
3	1856	3200	936	1800	7056	11200	3186	5900	6300	10500
4	3111	5100	1458	2700			6344	10400		
5			2279	4300						
6										

7. 6. 1 解法の比較

表−762の入力データの場合の式（7.3.1）を，①一般的分岐限定法，②再修正分岐限定法，③動的計画法による解法により，京都大学大型計算機FACOM−230−60を使用して解いた結果，①が18分，②が8分，③が17秒の計算時間を要した。これから次の結果を得る。

1）分岐限定法における代替案相互排他性制約式（7.3.1 b）を内部ルーチン化した再修

正プログラムは，一般的プログラムに比較して，約1／3強の計算時間の短縮が可能である。

2）動的計画法による解法は，分岐限定法によるそれに比較してきわめて計算時間が短くこの種の整数計画法を解くことに関しては有利である。

表－7.6.3 解法の比較

計算法／順番	DP（億円）	分岐限定法（億円）	計算法／順番	DP（億円）	分岐限定法（億円）
1	12928	12928	6	13304	12993
2	12988	12946	7	13542	
3	13020	12964	8	13627	
4	13195	12988	9	13793	
5	1325[illegible]	12991	10	13806	

表－7.6.3におけるD．P．の欄は，計画目標値を2500 haに固定させたときの動的計画法における関数テーブルの中で費用関数値の小さい順に1番から10番までを順に列挙したものである。また，分岐限定法の欄は，最適値の近傍を探索して，同じく小さい順に1番から6番目までを列挙したものである。表より，動的計画法においては次善解以下がいかに埋没しているかがよくわかる。逆にいえば，動的計画法の計算時間の短縮化はこのような次善値より大なる解を，あらかじめ消去していく最適性原理の有効性によるものでであることがよくわかる。しかし，感度分析③を行なうためには，この有効性が逆に障害となり，分岐限定法のほうが好ましいことが実例によつてわかつた。

7.6.2 解の安定性

表－7.6.4は，感度分析③を行なつた結果である。すなわち計画目標値Dの変化に対応する最適解の変化を示している。また本例題に関するかぎり，解が安定的であることがわかるが，これは入力データの性質によるものであり，一般的には，安定性について論ぜられない。なお，表－7.6.4は，動的計画法による解法の結果である。

表－7.6.4 解の安定性

ケース	計画目標（ha）	最適値（億円）	地域 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	25000	12928	1	2	0	1	3	1	2	2	3	1
2	24900	12863	1	2	0	1	3	1	2	2	3	2
3	24000	12385	1	2	0	1	2	1	5	2	3	2
4	23000	11837	1	1	0	1	3	1	1	2	3	1

注；表中地域欄の記入された番号は，最適解として選択された対応する地域のプロジェクト番号を示す。

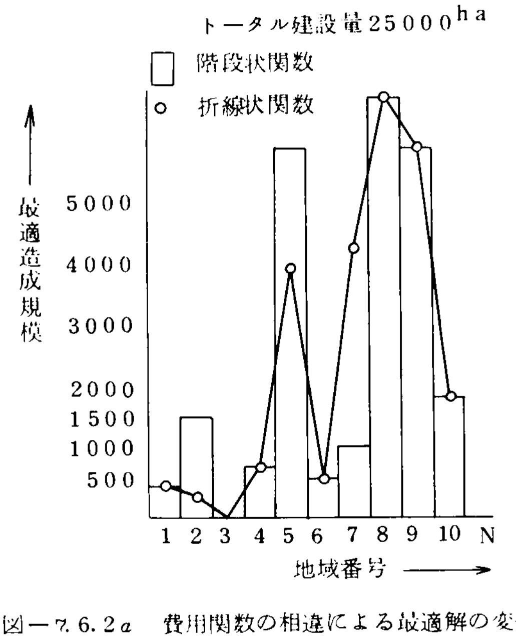
7．6．3　費用関数の相違

本研究では，図－7.2.3のような階段状の費用関数を仮定して議論を進めてきたが，場合によつては，図－7.2.2に示したような折線型の費用関数である場合もありうるであろう。そこで，表－7.6.2の入力データを用い，それぞれの代替案の間を直線で結んだ費用関数（図－7.2.2の型）の場合と，階段状の場合の選定モデルをそれぞれ動的計画法で解き，その計算結果を表－7.6.5および図－7.6.2に示した。

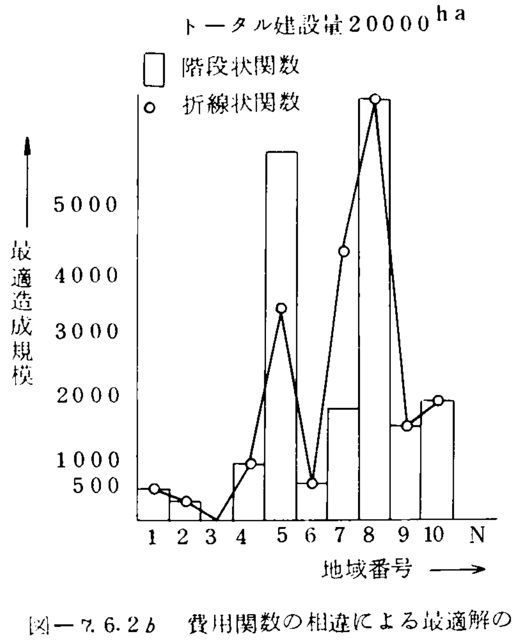
表－7.6.5　費用関数の相違による最適値の変化

費用関数 ／ D(ha)	階段状費用関数（億円）	折線状費用関数（億円）	費用関数 ／ D(ha)	階段状費用関数（億円）	折線状費用関数（億円）
250	12928	12893	210	10746	10676
249	12863	12839	200	10153	10133
248	12854	12784	100	4809	4809
247	12729	12729	90	4344	4309
246	12724	12675	80	3819	3814
230	11337	11775	70	3358	3324
220	11256	11223	60	2872	2834

この表からわかるように最適解は折線型の費用関数の場合のほうが小さくなつている。地域の開発最適規模の変化は図－7.6.2からわかるように，関数形によつて若干の相違がみられるがほとんど両者は類似している。このことは，変数が多く，計画目標値に比較して各変数の制約条件の左辺の係数 A_{ij} が小さい場合には，両者の計算結果は類似するということを示している。



図－7.6.2a　費用関数の相違による最適解の変化



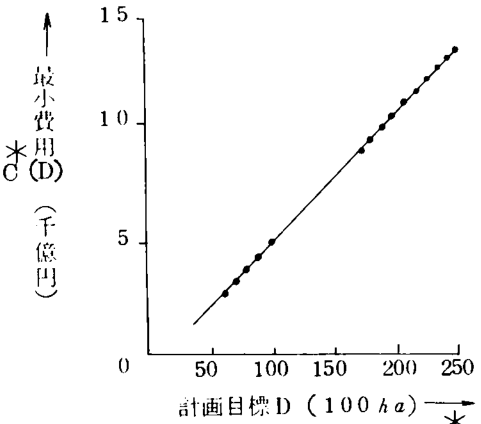
図－7.6.2b　費用関数の相違による最適解の変化

7.7　計画目標の妥当性

経済計画その他の上位計画より決定された工業用地需要が20000 haと仮定しよう。そして，この設定された計画目標が妥当であるための便益構造を推定することを4章に述べた手続きにしたがつて分析する。

まず，$C^{*}(D)$の計算結果を図－7.7.1に示す。図よりわかるように，最小費用関数は，用地需要Dにほぼ直線的に比例している。直接の傾き，すなわち限界費用は5.000円／m^2である。

本工業開発モデルは，代替案の不可分性を有しているので，4章4.3で述べた非凸環境下の典型的な問題になつている。しかし，この場合，需要量に対して非常に多くの代替償補地と代替案があるために，$C^{*}(D)$は，近似的に凸性を有する直線となつている。この事実によつて，本工業開発計画目標20000 haの妥当性の検討には，4章4.3.4の最適条件Ⅰ および Ⅱ を利用することができる。もちろん，想定された需要曲線とは，工業開発用地に対するものであつて，価格とはすなわち地価である。[注]



図－7.7.1　最小費用関数$C^{*}(D)$

需要曲線の線型性を仮定すれば，条件Ⅰ およびⅡ はつぎのようになる。

条件Ⅰ，$\alpha - 2\beta \times 20000 = 0.5$ (億円／ha)

条件Ⅱ，$(\alpha - \beta \times 20000)\ 20000 - 0.5 \times 20000 \geqq 0$

まず，第1に，条件Ⅰをみたする(α, β)であれば，自動的に条件Ⅱをみたしていることがわかる。したがつて，以下に条件Ⅰの吟味を試みる。

αは，本計画の1単位の用地に対する最高のつけ値を示すものである。したがつて，日本の最高の臨海工業地帯の平均地価をみなすことにすれば

$$\alpha = 1 \sim 10 \quad (万円／m^2)$$

なる値であろう。このとき

$$\beta = 0.125 \times 10^{-4} \sim 2.4 \times 10^{-4}$$

となる。したがつて，計画目標2万haが妥当であるためには，計画目標の便益関数として，

$$(\alpha - \beta D)\ D \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7.7.1)$$

$$\beta = 0.124 \times 10^{-4} \sim 2.4 \times 10^{-4}$$

なる関数が想定されていなければならない。(7.7.1)式に従がつて，2万haの便益を計算すれば，15,000億円～106,000億円となる。他方，費用は10,000億円であるから純便益で5,000～96,000億円，費用，便益比で1.5～10.6なる計画目標である。これ

注）地価が便益を示す指標になるためには，工業製品の価格弾力性が無限大となつていなければならない。この仮定は，一応成立しているものと思われる。（第3章3.3.参照）

は，大体妥当な計画目標であるといえよう。

7.8 結　言

本研究は，経済計画から想定される工業用地需要を満たし，かつ環境破壊を生じさせないようにしながら多数の候補地の多数の代替案の中から，適性な工業開発地の選定とその規模の決定を行なうためにはいかにすればよいかを問題とした。そして，これを達成するために，

① 社会的費用を工業開発費用の中にできるだけ定量化して導入すること。

② 都市開発計画を工業開発計画に導入し，工業用地との斉合性を保ち，住民に快適な環境を準備すること。

の2点を強調した。

そして，社会的費用および都市開発費用を工業開発費用に導入したうえで，多数の候補地の多数の代替案の中から計画目標である工業用地需要を満足し，かつ最小の費用となる代替案の組合わせを選択するための選定モデルを0－1整数計画法によつて定式化し，計算例を示すことによつて，本モデルの実用性を検討した。その結果から，次のような結論を得る。

1）費用関数は，階段状の関数とみなした方が望ましい。

2）選定モデルの解法としては，分岐限定法と動的計画法があり，単に解を求めるだけならば，後者の方が効率的である。

3）候補地の数および計画目標値の変動に関する感度分析には，動的計画法が有効であるが，費用関数の変動に関するそれのためには，分岐限定法の方が効率的である。したがつて，選定モデルの解法としては両者とも一長一短があるので，両者で解いておく方が望ましい。

4）同じ目的をもつプロジェクトの選択問題（たとえば，水資源の開発，都市開発のプロジェクトの選択などに繁雑にあらわれる）に対しても本研究の定式化とその解法はきわめて有効であろうと考える。

5）社会的費用の計測がごく限られた部分にしか可能でない現状では，一定以上の環境破壊をもたらすような工業開発プロジェクトをあらかじめふるい落すことが大切であり，そうすることによつて，本モデルのより望ましい利用法が実現できるであろう。

6）本章で提案した計画目標の妥当性の検討方法を本工業開発モデルに適用した結果，不確実性を有するか簡単に想定された計画目標が最適であるための便益構造が計算され，その実用性が検証された。その結果，本工業開発モデルの計画目標の妥当性が証明された。

なお，本節では需要と投資の時間的流れを考慮していない。この拡張は次章において行なう。また，都市開発計画を含む工業開発地内の土地利用策定法についても十分でない。(注2)

注1）　8章参照

注2）　これらの研究については，森杉・佐藤（1972），森杉・若井（1975），長尾・若井・林（1975）参照

第８章　工業開発地の多地域多段階計画モデルの提案[注1)]

８．１　概　説

７章において，経済計画から想定される工業用地需要を満たし，かつ，環境破壊を生ぜしめないようにしながら多数の候補地の代替案から，適正な工業開発地の選定とその規模の決定を行なうためにはいかにすればよいかを問題とし，これを達成するために

① 社会的費用を工業開発費用の中にできるだけ定量化して導入すること。

② 都市開発計画を工業開発計画に導入し，工業用地との整合性を保ち，住民に快適な環境を準備すること。

の２点を強調した。そして，大気汚染による社会的費用の計算法を提案するとともに，社会的費用および都市開発費用を含む工業開発費用が最小となる工業開発地の選定とその開発規模を決定するためのモデルを０－１整数計画法によつて定式化した。

本研究は，需要の時間的流れを考慮し，開発地の選定とその開発規模の決定に加えて"いつ"という開発の手順をも同時に決定するための工業開発地の多地域多段階建設計画モデルを提案することを目的とする。

工業開発地には，多くの大規模な公共施設の整備と整然とした土地利用区分が必要とされるので，建設されてしまうとその撤去あるいは拡張はきわめて困難である。したがつて急増する需要を考慮した長期的な点に立つた計画が必要となる。しかし，あまりに長期的な観点に立てば貴重な資本は過度に遊休するおそれがある。このため，長期的展望をもつた代替案を選択し，その代替案を段階的に建設して順次供用を行なう段階開発が望ましい場合が少くない。[注2)]

このため，本章では，０－１整数計画法による多地域多段階建設計画モデルを策定し，その実用性を検討することとする。本研究で提案する段階建設計画モデルの評価基準は，前章において分析した社会的費用および都市開発費用を含む工業開発地の建設費用の現在価値を目的関数とし，工業用地需要の時間的流れを有効度とする費用有効度基準である。もちろん，時間的流れを考慮したときに発生する特有な問題である将来財と現在財との価値比率は，社会的割引率によつて現在価値に換算される。したがつて，本研究の評価基準は，工業開発地の建設費用の現在価値最小となる。

以上の評価基準をもつ多地域多段階建設計画モデルは，段階建設を実行する際に段取費用が発生するか否かによつて２つに分けられる。第１のモデルは，段取費用を無視してよい場合の定式化であり，これを8.3において取扱う。第２のモデルは，段取費用を無視できない場合の定式化であり，この場合は，目的関数が２次形式となる。これは，8.4にお

注１）　長尾・森杉・佐藤（1973b），Nagao and Morisugi （1974）

注２）　段階開発の定義とその分類，従来の研究については，第５章特に5.1参照

いて取扱かう。以上のことからわかるように，8.4で述べるモデルは，最も一般的モデルということができる。

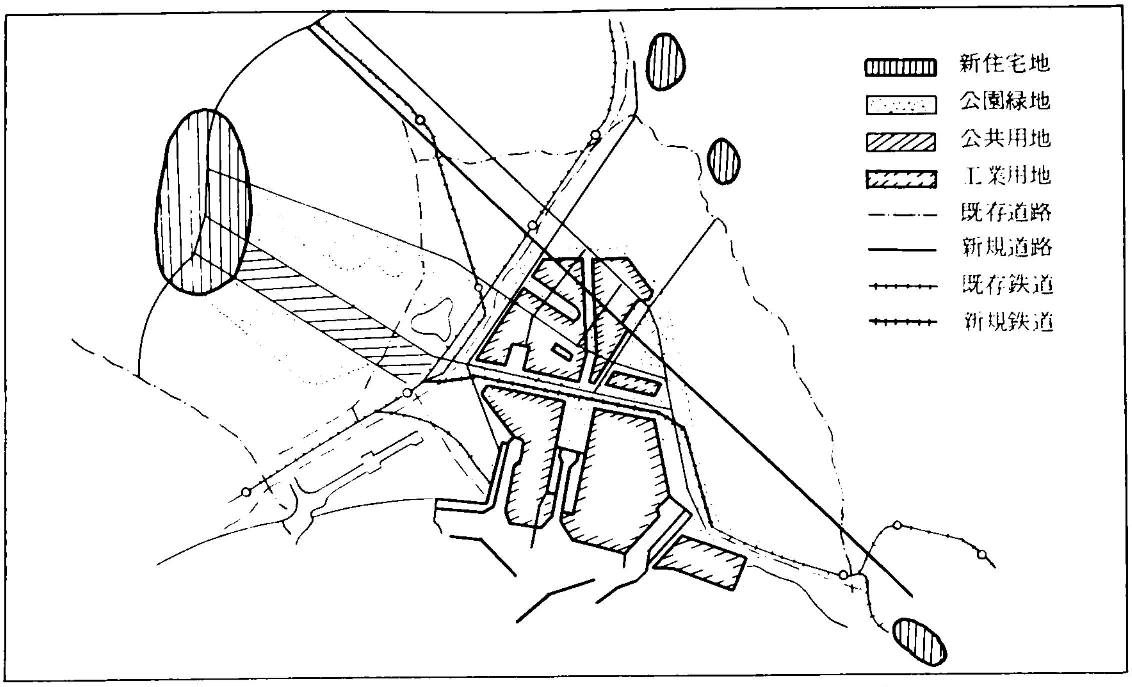
8.2 段階建設費用の分析

8.2.1 代替案の定義

任意の1つの開発候補地を抽出する。工業開発のためにはこの候補地に仮に一定の開発規模が与えられた場合を想定して，開発規模に応じた工業地，住宅地，公共施設などの最適な配置を行なわねばならない。この作業は，さまざまな社会的，経済的，技術的および自然的条件下での土地利用計画を策定するわけであるから，非常に複雑であり多くの時間と労力を要する。またその作業の手順，評価基準，現象などについて確立した方法論があるわけではない。このような開発候補地内の土地利用計画の策定法は本研究に関連する重大な問題であるが，本研究の範囲を逸脱するため，ここでは想定された開発規模に応じてただ1つの土地利用計画を策定することができることを仮定しておく。このような計画案は想定された開発水準を当面の目標としているために，想定された規模以上の開発水準に応じた計画への修正拡張がきわめて困難な場合が多い。したがつて，異なる開発水準に応じた計画案は相互に排他的であると仮定する。このように段階建設という視点からみて，最終段階における状態の土地利用計画案を代替案と呼ぶ。定義された代替案の作成には莫大な労力と時間を必要とすることを考慮すれば4〜5点の開発水準に応じた代替案しか得られないことに注意を要する。

8.2.2 段階建設の定義

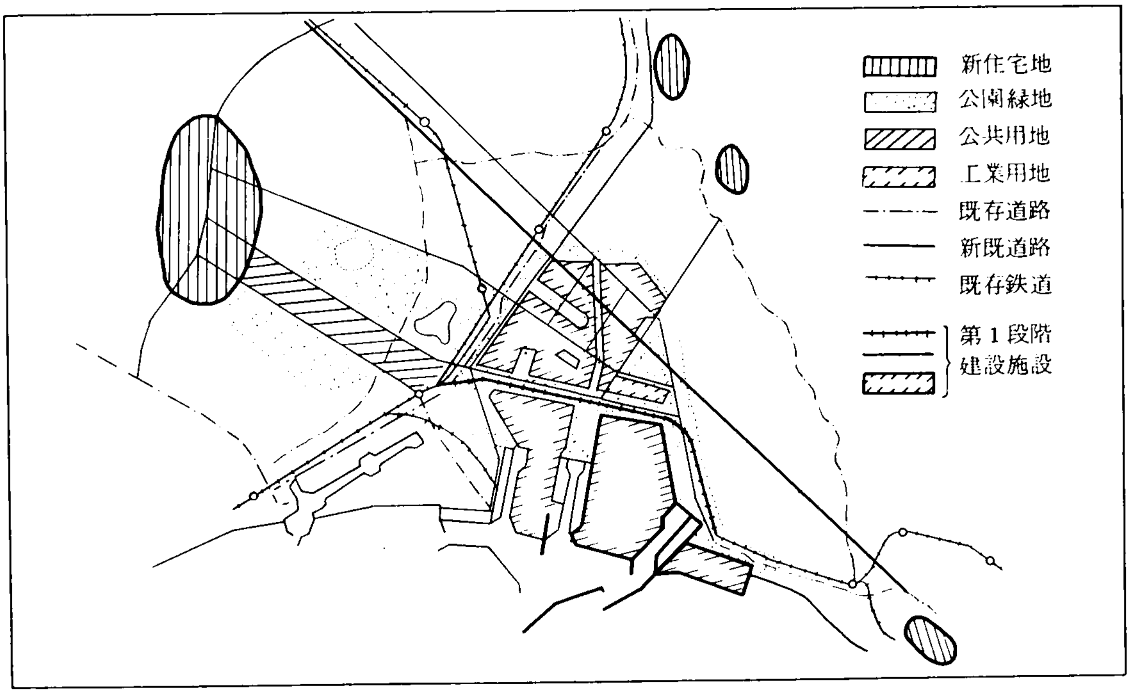
必ずしも計画期間中でなくともよいが，究極的には想定された開発水準に対応する代替案を完成しなければならないという前提，および，代替案をそれぞれの部分に以前に建設された部分を付加して供用可能な数個の部分に分割することができるという前提のもとで部分1,部分2,……という順に順次，各部分を建設する方式を 段階建設と呼ぶ。分割不可能な場合，あるいは分割可能であつても，異時点に建設を行なうよりも一括して建設する方が有利な場合にはいわゆる一括建設がなされる。本研究で主として対象とする臨海工業地帯においては，港湾がその中心的位置を占め，港湾の建設に応じて近接地の工業用地部分が供用可納となり，港湾建設を後期の段階に遅らせて建設するようなことは工業地帯としての機能が港湾竣工まで事実上停止することを意味する。したがつて，ある候補地のある代替案がK段階に分割可能であるものとし，任意の段階κに着目すれば，段階κがある期t期に建設可能であるためには，t期またはt期以前に（$\kappa-1$）段階までの段階が建設されていなければならないものとする。この仮定は分割された部分だけで独自に供用可能なものを第1段階とし，第2段階以後の各段階は独自には供用不可能であり，それ以前に建設された部分と結合して初めて供用可能であることを意味する。



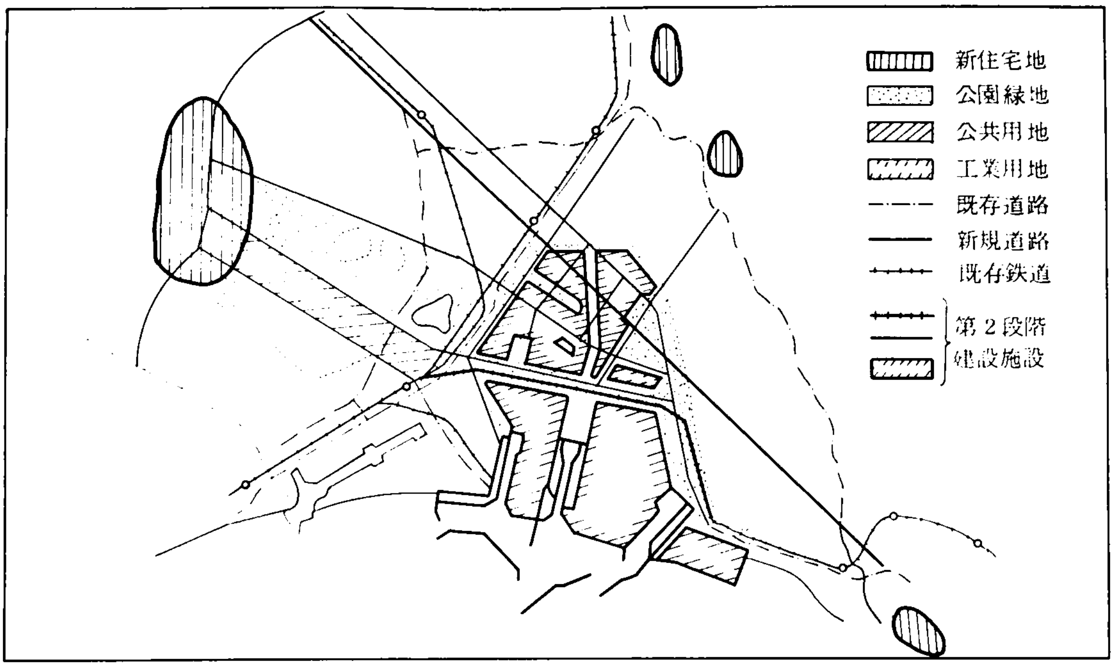
図－8. 2. 1 a　K工業基地 — 第3段階土地利用計画案

8. 2. 3　段階建設の可能性

段階建設が可能であるためには，代替案が分割可能でなければならない。分割を不可能にする原因は大別して技術的条件と社会的経済的条件に分類される。前者は，たとえば防波堤のように一定の後背地をしゃへいしなければ効果が得られないために一定の長さを必要とするという理由や，道路，鉄道のように2地点間を完全に結合しなければならないと



図－8. 2. 1 b　K工業基地 — 第1段階土地利用計画案



図－8.2.1c　K工業基地── 第3段階土地利用計画案

きに発生する。後者は，たとえば，工業用地だけを造つて住宅地を造成しなければ工業用地として機能しえないという事情や，一定規模以下の工業用地は立地企業にとつて採算が合わなくなるという事情などによつて発生する。また，貯水池，汚物処理場などは一度建設してしまうとその拡張が困難なため最初から一定規模以上の施設の建設が要求されるという事情もまた社会的経済的原因の1つである。

工業開発地は不可分性の存在する諸施設の合体したものであるので，不可分性の単位の最も大きい施設の規模に応じた開発水準が最小の段階建設水準となる。本研究の主たる研究対象となる臨海工業地帯において，不可分性の単位の最も大きな施設は，一般に防波堤である。したがつて，最小単位の防波堤の規模に応じて港湾施設，それに応じた工業用地住宅地，そして住民の生活と産業活動を有効に発揮するための諸施設が段階建設水準の最小単位として選択される。

図－8.2.1aはK工業基地の最終目標規模に応じた代替案である。これを，3段階に分割可能であるとすれば第1段階および第2段階の開発状態は，図－8.2.1b，および図－8.2.1cによつて示される。(注)

8．2．4　段階建設の費用関数

(1)　段取費用のない場合

(κ － 1) 段階が建設されているものと仮定したときの，κ 段階を建設するのに必要な追加的建設費用を κ 段階の限界費用，追加的造成規模を限界造成規模という。

工業開発地の建設費用として計上すべき費用は，前章と同様，用地造成費，公共諸施

注）　図－8.2.1は交通投資効果研究委員会で作成されたものである。
交通投資効果研究会（1972）第4および5章参照

設建設費，土地の機会費用，製品輸送費用および環境悪化の社会的費用からなる。[注1)]

段取費用がない場合とは，次の仮定が成立することをいう。[注2)]

仮　定 ：　κ 段階の限界費用は，（$\kappa-1$）段階までがすでに建設されていて，κ 段階を単独で建設する場合と（$\kappa-1$）段階以前のいくつかの段階とを一括して同期に建設する場合とで変化しない。

通常，段取費の存在のため，多くの公共事業プロジェクトでは，この仮定は成立しない。[注3)] しかし，あえて，この仮定を設定したのは，以下の理由にもとずく。

第1に本研究で参考にした工業開発のための候補地，代替案，建設段階数を策定する開発計画例においては，建設費用の積算は，主として原単位法に基づく概算しか行なわれていない状態であつて，限界費用の上記2つの場合の差を明確にし得るほどの精度を有していない。第2に，単独の建設と一括建設の両者の限界費用の相違が存在する場合のモデルは，両者の相違がない場合に比較して，複雑となり目的関数が2次形式をとる。[注4)] 2次形式を含む0－1整数計画法の解法はいくつかあるけれども，本研究からみていずれの解法が効率的であるかは今後の研究課題として残つている。

さて，単独建設と一括建設の限界費用の不変性を仮定したもとで，ある候補地のある代替案が3段階に分割可能であるとすれば，段階建設費用関数は図－8.2.2のような3段階の階段状の関数となる。このように不可分性のためにある規模において建設費用が急激に増加することを，都市計画の分野では，スレッシュホールド（threshold）が存在するといつている。[注5)]

図－8.2.2において，P_3 が代替案Pの最終的に達成されねばならない点を示す。この代替案の第1段階と第2段階の建設水準と建設費用が点 P_1 および P_2 によつて示されている。したがつて限界費用および限界造成規模は，それぞれ線分 OC_1，C_1C_2，C_2C_3，OA_1，A_1A_2，A_2A_3 で示される。

図－8.2.2には，代替案Q，代替案Rの段階建設費用関数も描いてある。また，Pの第1，第2段階の建設費用は，A_1 および A_2 を最終規模とする代替案RおよびQの費用よりも高くなることが普通である。

(2)　段取費用がある場合

8.2.4(1)では，κ 段階の限界費用が，κ 段階を単独で建設する場合，あるいは（$\kappa-1$）段階以前のいくつかの段階とを一括して同期に建設する一括建設の場合の如何にかかわらず変化しないものと仮定した。ここでは，上記の仮定を一般化して単独で建設する場合の限界建設費用は，一括建設の場合のそれよりも高くなると仮定する。仮定の意

注1）　本研究7章7.2参照

注2）　この仮定が成立しない，すなわち，単独で建設するときには，ある追加的費用があるときを，7.2.4 (2)で取扱う。

注3）　本研究5章参照

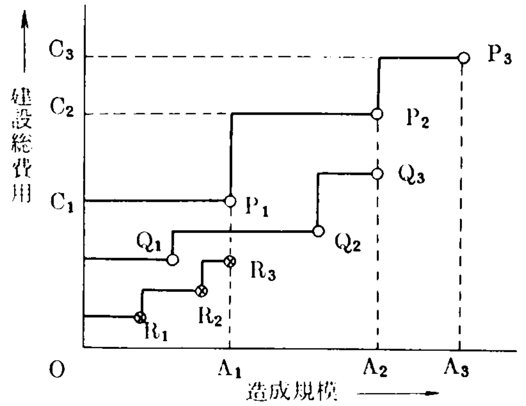
注4）　本章8.4参照

注5）　Malisz(1969), Lean(1969), Kozlowski(1970)

味を明らかにするために，簡単な例をあげて説明する。

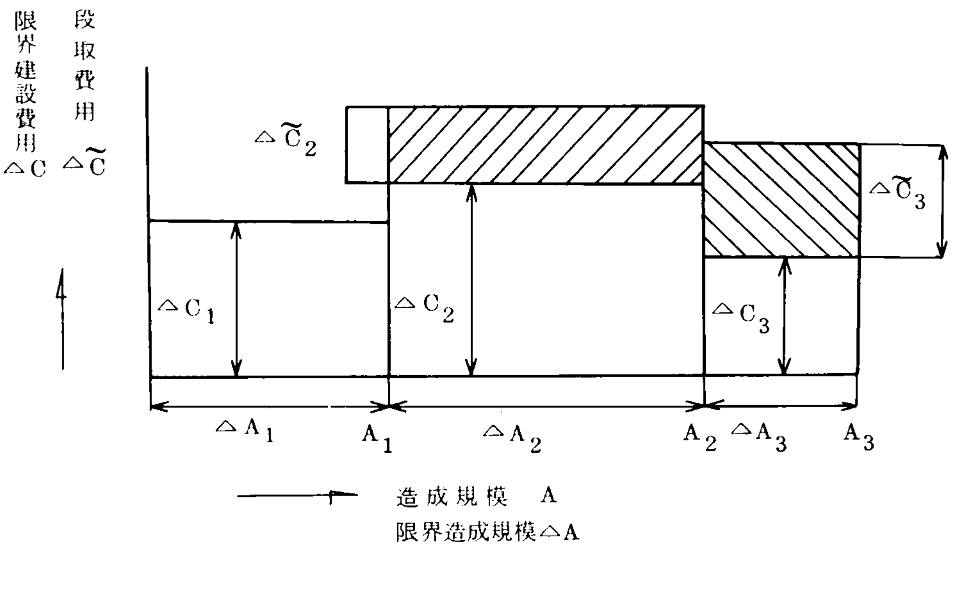
1つの代替案が2段階に分割でき，計画期間を2期間とする。この代替案をある期に一括して建設するのか，あるいは，段階的に各期に各段階を建設するべきかという選択問題を考える。

一括建設を行なつた場合の総建設費用をCとしたとき，限界費用の定義よりCは各段階に対応する限界費用$\triangle C_1$と$\triangle C_2$との和である。他方，もし異なる時期に異なる段階を建設する段階建設を行なつた場合には段取費用の定義より，第2段階目の段取費用$\triangle \tilde{C}_2$の存在のために，総費用は，〔$\triangle C_1 + (\triangle C_2 + \triangle \tilde{C}_2)$〕となり，一括建設費用〔$\triangle C_1 + \triangle C_2$〕より$\triangle \tilde{C}_2$ほど高くなると仮定する。

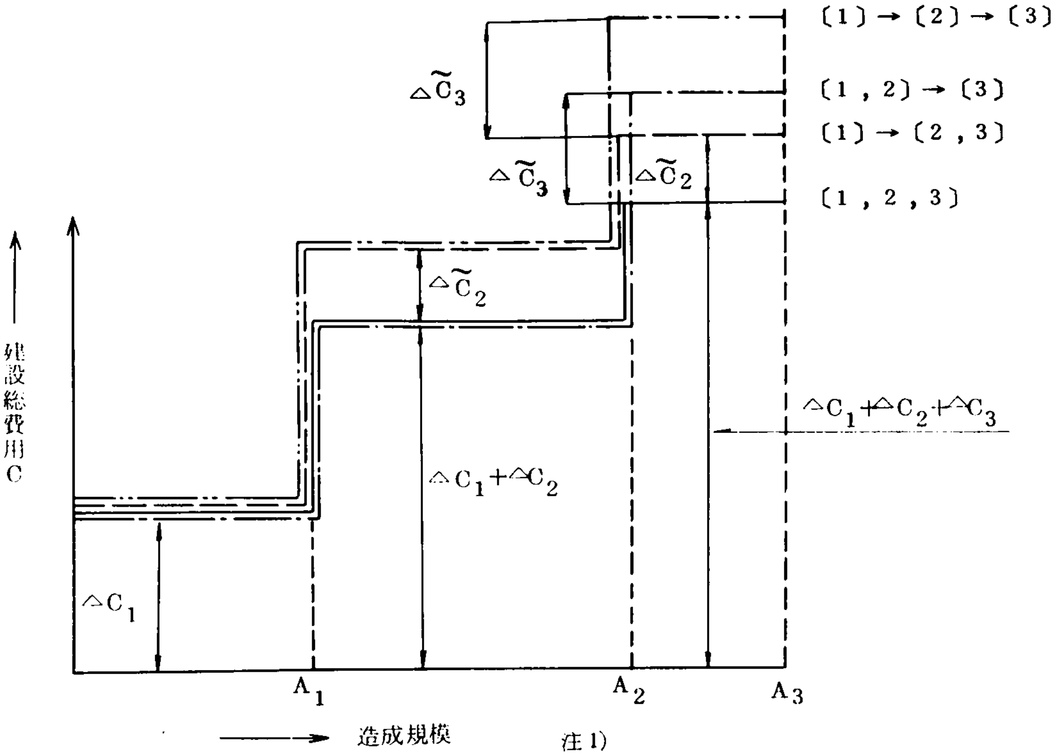


図−8.2.2. 建設総費用曲線

以上の状況を，3段階について説明した図が，図−8.2.3 aである。図−8.2.3 aは限界費用が，段取費用の存在によつていかに変化するかを示したものであり，図−8.2.3 bは，段取費用の存在のために，建設手順に応じて総費用がいかに変化するかを示したものである。このように，段取費用の存在を仮定すると，段階建設の費用関数は，図−8.2.2に示したような1本の曲線としては表現できなくなり，建設手順毎に異なる曲線の群として表現されねばならない。



図−8.2.3 a 限界建設費用曲線



注1)
図－8.2.3b 建設総費用曲線

8．3 工業開発地の多地域多段階建設モデル（その1）
―段取費用のない場合―

8.2の考察より，候補地と代替案が提示され，かつ，代替案の多段階建設が可能である場合には，段階建設費用の計算が可能であることがわかつた。しかも，段階建設費用は段取費用の有無によつて，それぞれ曲線群および1本の曲線として表現された。本節では，段取費用のない場合の多地域多段階建設モデルの定式化，感度分析および実用性に関する検討を行なう。注2)

8．3．1 モデルの定式化

本節では，工業用地需要が時系列として与えられ，かつ，多数の候補地の多数の代替案の段階造成水準とその費用が与えられているとき，建設費用の現在価値を最小とする開発地の選定，開発地における建設水準の決定およびその建設手順を求めるためのモデルの定式化を行なう。このため，まず，すべての代替案は固有の段階数の段階建設が可能であり計画目標以外に達成せねばならない条件がない場合を想定したもつとも一般的な多地域多段階建設モデルの定式化を行ない，そののち，さまざまな特殊な制約や仮定がある場合の定式化について言及する。

(1) 一般的な多地域多段階建設モデル

いま経済計画によつて，計画期間1期，…，t期，…，T期までに，累積工業用地需

注1） 図中の〔 〕の番号は一括建設される段階を示す。たとえば〔1〕→〔2，3〕とは,1段階用としてA_1を初期に建設し、後に$\triangle A_2$と$\triangle A_3$を一括して建設することを示す。

注2） 段取費用のある場合については、8.4で検討する。

要D_1，…，D_t，…，D_T だけの工業用地を造成しなければならないという計画目標の時系列が設定されているものとする。このため，N個の候補地が列挙され，候補地iにはM_i個の規模の異なる相互に排他的な代替案が提示されており，候補地iのj番目の代替案はK_{ij}段階の段階建設が可能であるものとする。i地域j代替案の建設段階k（以下（i，j，k）と書く）について述べる。（i，j，$k-1$）がすでに造成されているとしたときの（i，j，k）を建設するのに必要な追加造成規模を$\triangle A_{ijk}$，（i，j，$k-1$）がすでに造成されているとしたとき，（i，j，k）をt期に建設するに必要な限界建設費用の現在価値を$\triangle C_{ijkt}$とする。そして，x_{ijkt}を，（i，j，k）をt期に建設するとき1，そうでないとき0となる0－1整変数とする。したがつて，たとえば，$x_{ij(k-1)t} = x_{ijkt} = 1$という解を得たとすれば，この解は，t期に$i$地域$j$代替案の（$k-1$）段階および$k$段階を同時に建設せよということを示し，t期の追加造成規模は（$\triangle A_{ij(k-1)} + \triangle A_{ijk}$）であり，t期の末までに建設すべき$i$地域の建設規模は（$\sum_{h=1}^{k} \triangle A_{ijh}$）であり，この水準を代替案$j$の$k$段階を建設することによつて達成せよということを示す。

さて，計画目標の時系列D_1，…，D_Tを満足したうえで，建設費用の現在価値の総和を最小にする開発地の選定とその規模の決定とその建設手順とを同時に求める段階建設モデルは，0－1整数計画によつて以下のように定式化することができる。

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{k=1}^{K_{ij}}\sum_{\tau=1}^{t} \triangle A_{ijk} X_{ijk\tau} \geqq D_t \quad (t=1,\cdots,T) \cdots\cdots (8.3.1\,a)$$

$$\sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} \leqq 1$$
$$(i=1,\cdots,N,\ j=1,\cdots,J_i,\ k=1,\cdots,K_{ij}) \cdots\cdots (8.3.1\,b)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t} X_{ij(k-1)\tau} \geqq X_{ijkt}$$
$$(i=1,\cdots,N,\ j=1,\cdots,J_i,\ k=2,\cdots,K_{ij},\ t=1,\cdots,T) \cdots\cdots (8.3.1\,c)$$

$$\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{t=1}^{T} X_{ijkt} \leqq 1 \quad (i=1,\cdots,N) \cdots\cdots (8.3.1\,d)$$

$$X_{ijkt} = 0 \text{ または } 1 \cdots\cdots (8.3.1\,e)$$

のもとで

$$Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{k=1}^{K_{ij}}\sum_{t=1}^{T} \triangle C_{ijkt} X_{ijkt} \rightarrow \min \cdots\cdots (8.3.1\,f)$$

ここに，式（8.3.1.a）は，t期までに造成された用地面積の合計値がt期の累積工業用地需要を満足していなければならないことを示す。この条件は，計画期間における各期について成立する必要がある。

式（8.3.1b）は，（i，j，k）の時期tに関する相互排他性を示す。すなわち，（i，j，k）をある期に建設したとすると計画期間中に2度と建設することが不可能であることを示した条件式である。

式（8.3.1c）は，建設順序を規定する制約式である。すなわち，いずれの地域のいずれの代替案のいずれの建設段階（i，j，k）も，（i，j，k）を建設する期またはその期以前に1段階前の段階（i，j，$k-1$）までのすべての段階が建設されていない限り，（i，j，k）を建設することができないことを示す。

式（8.3.1d）は，代替案の相互排他性を示す制約式である。すなわち，式（8.3.1d）が，いずれの候補地においても，多くとも代替案の第1段階は1つしか建設し得ないことを示し，これに式（8.3.1c）を考慮すれば，いずれの候補地においても多くとも1つ以上の代替案を選択することができないということがわかる。

最後に，本モデルの目的関数である式（8.3.1f）は計画期間中に実行された工業開発地の建設に要する総費用の現在価値を最小にせよということを示している。

なお，t期に建設された（i,j,k）の限界費用額を$\triangle C$，1期あたりの社会的割引率をrとすれば$\triangle C$の現在価値PVは次式で定義されている。

$$PV = \triangle C\,(1+r)^{-n(t-1)} \quad \cdots\cdots\cdots (8.3.2)$$

ここに，nは1期の年数である。

$\triangle C_{ijkt}$にサフィックスtを付加した理由は，t期に実行された（i，j，k）の限界建設費用の現在価値は，式（8.3.2）より計算され，tによって変化するからである。

次に，式（8.3.1）を解くには，分岐限定法（Branch & Bound method）を適用することができる。特に式（8.3.1b）を内部ルーチン化したアルゴリズムは，計算時間とデータ入力の労力の節約をもたらす。(注)

以上に述べたことからわかるように，本研究で提案する工業開発地の多地域多段階建設計画モデルは，各代替案の建設段階における限界造成規模と限界建設費用とを係数とし，それぞれの代替案の建設された時の開発状態を知るには，X_{ijkt}が1となっている$\triangle A_{ijk}$を各期にkについて加算しなければならないという若干の煩雑さを伴うが式（8.3.1c）にみられるように，建設順序の規定を定式化できるために，多次元動的計画法における次元の処理という難問を回避できるという長所をもつ。

(2) 代替案の分割が不可能な場合

代替案をいつ建設するかという時間的選択は可能であるが代替案自体を分割して段階建設を行なうことが不可能である場合である。

i地域j代替案（i，j）の造成規模をA_{ij}，（i,j）をt期に建設したときの費用をC_{ijt}，X_{ijt}を（i，j）をt期に建設したとき1，そうでないとき0とする0－1整変数とすると，式（8.3.1）において$K_{ij}=1$（$i=1,\cdots,N$，$j=1,\cdots,J_i$）として

$$\triangle A_{ij1} = A_{ij}\ ,\ \triangle C_{ij1t} = C_{ijt} \cdots\cdots\cdots (8.3.3)$$

を代入して求める解が，この場合の最適な開発地と開発案とその建設順序である。

式（8.3.3）を式（8.3.1）に代入したとき，式（8.3.1b）および（8.3.1c）は有効な制約式ではなくなるのでこの場合の定式化は次式で示すことができる。

注） 本研究第7章7.4.1参照

$$
\left.\begin{array}{l}
\sum_{t=1}^{t} A_{ij} X_{ijt} \geqq D_t \quad (t=1, \cdots, T) \\
\sum_{j=1}^{J_i} \sum_{t=1}^{T} X_{ijt} \leqq 1 \quad (i=1, \cdots, N) \\
\text{のもとで} \\
Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{J_i} \sum_{t=1}^{T} C_{ijt} X_{ijt} \rightarrow \min
\end{array}\right\} \cdots\cdots (8.3.4)
$$

式（8.3.4）の定式化は，多地域1部門の場合であるが，多地域多部門の代替案の不可分性がある場合の定式化がT．Vietoriszによつてなされている。注1)

(3)　代替案と建設段階とが一致する場合

異なる規模を造成するための代替案が相互に排他的であるのが通常の工業開発地の場合であるが，特殊な埋立方式の工業開発地にみられるように最大の造成規模をもつ代替案のいずれかの建設段階が，他の代替案の建設状態に一致する場合がある。

この場合には，当該地域 i において　代替案がただ1つであると考えることができるので，$M_i=1$ を代入した式（8.3.1）から式（8.3.1d）の i 地域に対応する式を除いたものが求める定式化である。

8.3.2 多地域多段階建設計画モデルの感度分析

8.2において述べたように限界建設費用の推定には，相当程度の推定誤差を伴う。この誤差によつて最適計画案が変化するかどうかは，本モデルの実用性と密接に関係する。このため，ここでは求まつた最適解が変わらないような限界建設費用の上下限値の求め方を提案する。

計画目標である累積工業用地需要や，社会的割引率の変動による最適解におよぼす影響もまた限界建設費用の感度分析と同様，重要な問題であるが，筆者は，現在のところ，前2者の感度分析の一般的なアルゴリズムを開発し得ていない。したがつて，計画目標と社会的割引率の感度分析は，多地域多段階建設モデルの計算例の中で，検討することとする。注2)

いま，i 地域 j 代替案の k 段階（i，j，k）の限界費用 $\triangle C_{ijk}$ が α だけ変化したものとする。このとき，（i，j，k）を t 期に建設したときの現在価値の変動 α_t は割引率の存在によつて，次式で表わされる。

$$
\alpha_t = \frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}} \quad \cdots\cdots (8.3.5)
$$

したがつて，$\triangle C_{ijk}$ の変動 α は，1，…，T期に建設したときの現在価値に，α_1，…，α_T なる変動をひきおこす。すなわち変動 α は，式（8.3.1f）のT個の係数を同時に変

注1）　Vietorisz　（1963）

注2）　本節　8.3.3参照

動させることを意味する。

式（8.3.1 f）のただ1つの係数が変動する場合には，前章で述べた感度分析の方法で十分であるが，注）上述のように，多くの目的関数の係数の変動に関する感度分析は，さらに複雑さを増加する。

さて，$\triangle C_{ijk}$の変動αの感度分析のために，(1)（i，j，k）が最適解に含まれている場合と，(2)含まれていない場合とに分けて考察する。

(1)　（i，j，k）が最適解に含まれている場合

$\triangle C_{ijk}$の変動がない前の最適解における（i，j，k）の建設時期をt_{op}，最適値をf_{op}，（i，j，k）を含まない解集合に対応する目的関数値の中での最小の現在価値をf_o，t_{op}を除くt期に（i，j，k）を建設するという開発方式を含む解集合に対応する目的関数値の中での最小の現在価値を　f_t　（$t=1,\cdots,T$, $t\neq t_{op}$）とすれば

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} \leq \min\left[f_o,\ \min_{t\neq t_{op}}\left(f_t+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}}\right)\right] \quad \cdots\cdots (8.3.6)$$

を満足するαが，求める最適解が変わらない範囲である。ここに，

$$f_o \leq \min\left[f_o,\ f_1,\ \cdots,\ f_T\right] \quad \cdots\cdots (8.3.7)$$

$t_1 \geqq t_2$ なる t_1, t_2 に対して

$$\frac{1}{(1+r)^{n(t_1-1)}} \leqq \frac{1}{(1+r)^{n(t_2-1)}} \quad \cdots\cdots (8.3.8)$$

なる関係があることから，次のことがわかる。

a）もし$\alpha\geqq 0$であるとすれば，$t\leqq t_{op}$なるtに対して，$\alpha\geqq 0$なるすべての値に対して

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} \leqq f_t+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}} \quad \cdots\cdots (8.3.9)$$

が成立する。したがつて，求めるαの範囲は次式を満足する範囲である。

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} \leqq \min\left[f_o,\ \min_{t\geqq t_{op}}\left(f_t+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}}\right)\right] \quad \cdots\cdots (8.3.10)$$

b）もしも，$\alpha<0$ならば，同様な事情により，$t\geqq t_{op}$なるtに対して，次式が求めるαの範囲である。

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} \leqq \min\left[f_o,\ \min_{t<t_{op}}\left(f_t+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}}\right)\right] \quad \cdots\cdots (8.3.11)$$

したがつて，この場合のαの上限値は式（8.3.10）で，αの下限値は式（8.3.11）

注）第7章　7.5参照

によつて求めることができる。

(2)　(i, j, k) が最適解に含まれていない場合

この場合は，最適解は α のいかんにかかわらず不変であるから，求める α の範囲は次式を満足する範囲である。

$$f_{op} \leqq \min_{t=1,\cdots T}\left\{ f_t + \frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}} \right\} \quad \cdots\cdots (8.3.12)$$

ただし，$f_o \leqq f_t$　($t=1, \cdots, T$)

式 (8.3.12) からわかるように，最適解に含まれていない (i, j, k) の変動は，$\alpha > 0$ ならば，最適解は変わらず，$\alpha < 0$ では，式 (8.3.12) を満足する α が求める範囲であるから α は，下限値のみが存在する。

(3)　アルゴリズム

いずれの場合においても，最適解，次善解，…，といつた目的関数の値の小さい順に並べた一覧表とそれに応じた解を作成する。次に (i, j, k) を含まない解，t 期 ($t = 1$, …, T) に (i, j, k) を実行する解に分類し，各グループにおける最小の目的関数値をもつ解を選択する。これは，多くとも (T + 1) 個しかない。次に，(T + 1) 個を目的関数の小さい順に(1)… (T + 1) の番号を付す。以下のアルゴリズムは次のとおりである。

i. (i, j, k) が最適解に含まれている場合の上限値の求め方

手順 I ：次善解（番号2）が (i, j, k) を含んでいるかいないかを判定する。

手順 II ：もし含んでいれば，次善解における (i, j, k) の実行時期を $t^{(2)}$ とすれば，$t^{(2)} > t_{op}$ であるかどうかを判定する。　$t^{(2)} > t_{op}$ であれば

$$\beta^{(2)} = [f^{(2)} - f_{op}] \Big/ \left[\frac{1}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} - \frac{1}{(1+r)^{n(t^{(2)}-1)}} \right] \cdots\cdots (8.3.13)$$

を計算する。

もし，$t^{(2)} \leqq t_{op}$ であれば，番号3の解において手順 I，II，III を行なう。

手順 III ：もし，次善解が (i, j, k) を含んでいなければ

$$\beta^{(3)} = [f^{(2)} - f_{op}] \Big/ \left(\frac{1}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} \right) \cdots\cdots (8.3.14)$$

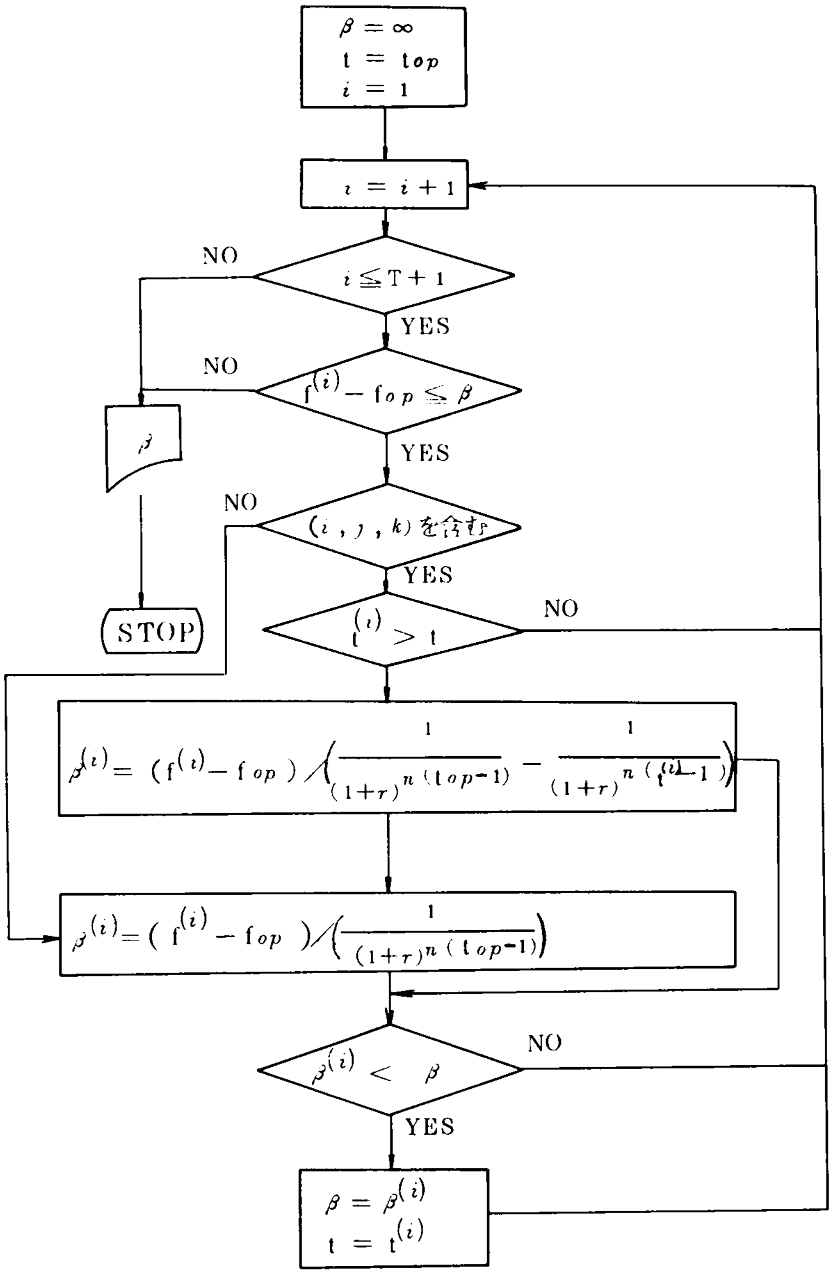
を計算する。

手順 IV ：計算された $\beta^{(i)}$ を β，$t^{(i)}$ を t として記録しておく。

手順 V ：β が一度計算された後は，(i)以下順次次のことを行なう。

$$| f^{(i)} - f_{op} | > |\beta| \cdots\cdots (8.3.15)$$

ならば，計算を打ち切る。求める α の上限値は β である。もし式 (8.3.15) を満足しないならば手順 I に戻り手順 II および III において，t_{op} に t を代人した手順を行なう。そして，手順 IV では，$t^{(i)}$ の最大値を t，$\beta^{(i)}$ の最小値を β としておく。以上のアルゴリズムのフローチャートを図− 8.3.1 に示す。



図－8.3.1　上限値を求めるアルゴリズム

| ii．（i，j，k）が最適解に含まれている場合の下限値の求め方 |

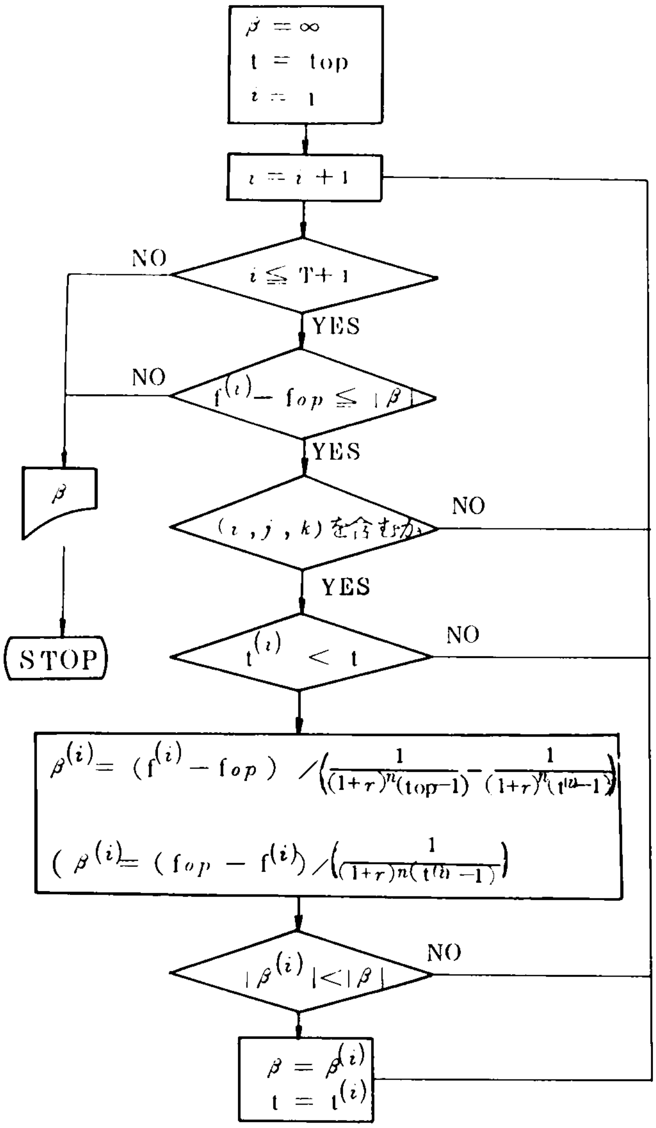
手順Ⅰ：番号2の解が（i，j，k）を含んでいるかいないかを判定する。含んでいなければ，次の番号で手順Ⅰを行なう。

手順Ⅱ：含んでいれば，$t^{(2)} < top$ であるかどうかを

判定する。$t^{(2)} < t_{op}$ であれば式（8.3.13）を計算する。$t^{(2)} \geqq t_{op}$ であれば，番号において手順Ⅰを行なう。

手順Ⅲ：計算された $\beta^{(i)}$ を β，$t^{(i)}$ を t として記憶しておく。

手順Ⅳ：β が一度計算されると，式（8.3.15）の判定を行ない，式（8.3.15）を満足しなければ，手順Ⅰに戻り，手順Ⅱにおいて，t_{op} に t を代入した手順を行ない，手順Ⅲでは，$t^{(i)}$ の最小値を t，$\beta^{(i)}$ の最大値を β としておく。以上のアルゴリズムのフローチャートを図－8.3.2に示す。



図－8.3.2　下限値を求めるアルゴリズム

Ⅲ．（i，j，k）を最適解に含まないときの下限値

ⅱ．における手順において式（8.3.13）の代わりに次式を使えばよい。

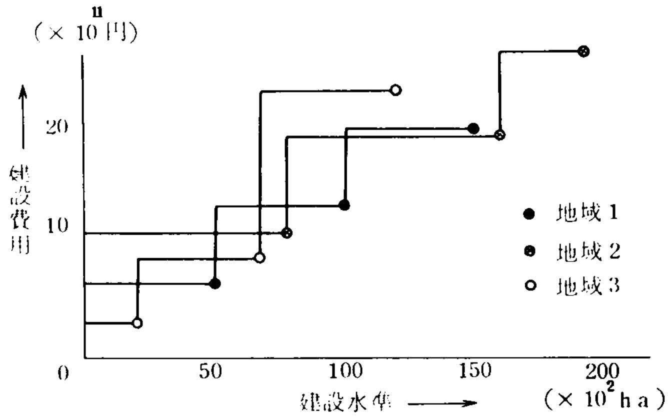
$$\beta^{(i)} = (f_{op} - f^{(i)})\left(\frac{1}{(1+r)^{n}(t^{(i)}-1)}\right) \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (8.3.16)$$

このアルゴリズムのフローチャートは図－8.3.2においてカッコの部分を変更すればよい。

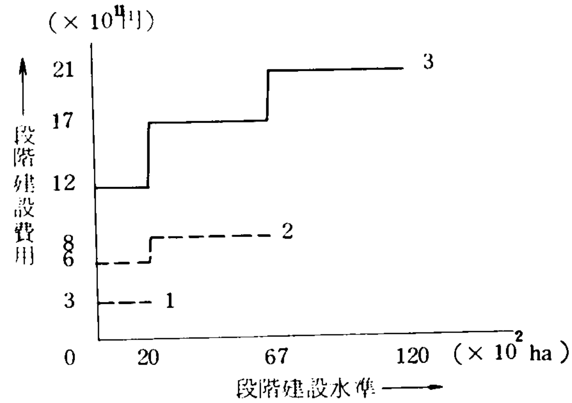
8. 3. 3 モデルの実用性に関する検討

(1) 入力データの作成

交通投資効果委員会によってなされた図－8.2.1のような代替案とその段階建設のための分割を参考にして(注)，図－8.3.3のような候補地3個，1候補あたり代替案3個図－8.3.4のように代替案の建設段階数を1～3段階，計画期間15年，1期5年とした入力データを作成した。各候補地とも，代替案1は分割不可能のため段階建設が不可能である。代替案2は，2段階に分割可能であり，第1段階の開発規模が代替案1の開発水準と同規模であり，かつその費用は代替案1よりも高い段階をもつ。代替案3は，3段階の段階開発が可能であり，第1段階の規模は代替案2の場合と同じであり，かつその建設費用は代替案2の第1段階よりもさらに高い。第2段階についても，同様に，代替案2の最終段階の規模と同じであり

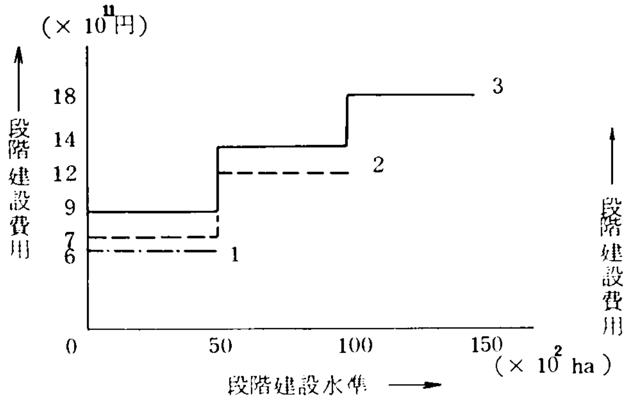


図－8.3.3 替案の費用



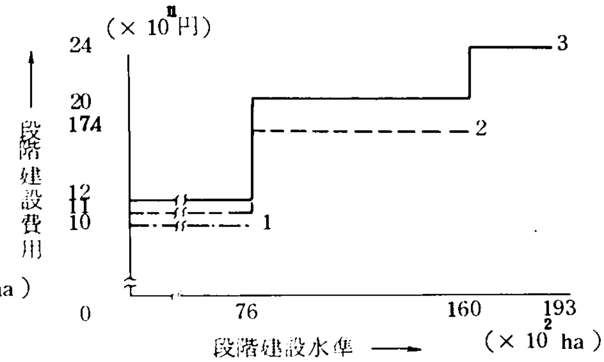
注）番号は代替案を示す。

図－8.3.4 a 段階建設費用（地域１）



注）番号は代替案を示す

図－8.3.4 b 段階建設費用（地域２）



図－8.3.4 c 段階建設費用（地域３）

注） 交通投資効果研究会（1972）第４，５章参照

かつその費用は代替案２の最終段階の費用より高い。また，各代替案は，最終造成規模を超過する他の代替案の一部を構成しない。

以下に，前述の入力データに加えて工業用地需要と割引率を導入したデータを使用して試算した結果についての考察を行なう。

(2) 計算時間と計算結果

図－8.3.3および図－8.3.4の入力データを式（8.3.1）に代入した整数計画問題は，変数５１個，制約式６０個となつている。ただし，２７個の式からなる式（8.3.1b）は，前章で提案した改良分岐限定法においては内部ルーチンとしてプログラムに組み込まれているので，制約条件とはならない。[注] したがつて，制約条件の数は３３である。割引率と３期の計画目標値を変動させて，京都大学大型計算機FACOM・230－60を使用し，約３０ケースを解いた結果，１題の解を得る平均計算時間は約５０秒であつた。また，この問題の所要計算容量は，約２５００ワードであつた。

この事実から，本モデルを解くための計算時間と計算容量についていえば，実用的な候補地数，代替案数，建設段階数および計画期間の期数をもつ問題を，実用的な時間と容量で計算し得るという保証が得られたと考える。

表－8.3.1 各期の造成規模（単位 100ha）

ケース		I			II			III		
期		1	2	3	1	2	3	1	2	3
割引率	累積用地需要	70	140	210	80	160	240	90	180	270
3 %	地域 1	−	−	50(1,1,1)	100(1,2,1)(1,2,2)	−	−	50(1,1,1)	−	−
	地域 2	−	−	−	−	−	−	67(2,2,1)(2,2,2)	−	−
	地域 3	76(3,2,6)	84(3,2,2)	−	−	76(3,2,1)	84(3,2,2)	−	76(3,2,1)	84(3,2,2)
4 %	地域 1	−	−	50(1,1,1)	100(1,2,2)	−	−	50(1,1,1)	−	−
	地域 2	−	−	−	−	67(2,2,1)(2,2,2)	−	67(2,2,1)(2,2,2)	−	−
	地域 3	76(3,2,1)	84(3,2,2)	−	−	−	76(3,1,1)	−	76(3,2,1)	84(3,2,2)
5 % ～ 8 %	地域 1	−	−	50(1,1,1)	100(1,2,2)	−	−	−	−	100(12,2)
	地域 2	−	−	−	−	67(2,2,1)(2,2,2)	−	20(2,1,1)	−	−
	地域 3	76(32,1)	84(3,2,2)	−	−	−	76(3,1,1)	76(3,2,1)	84(3,2,2)	−

(3) 計算結果の考察

計算は，割引率３～８％，第1,2,3期の計画目標をそれぞれ７０～９０，140～180，210～270（100ha）の場合について行なつた。表－8.3.1は最適な開発地の選定と規模と建設手順を示したものである。５％～８％の割引率における最適解は，いずれのケースにおいても同じであつたのでまとめてある。表－8.3.1より，次のことがわかる。

① ケースⅠは，３～８％のいずれの割引率においても最適解は変わつていない。

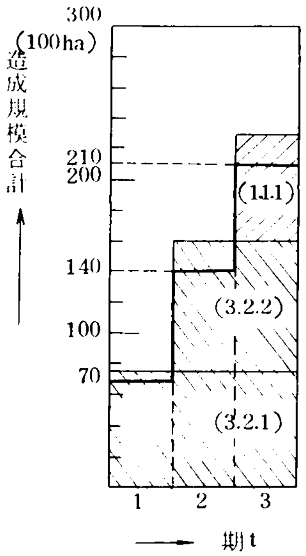
注）本研究７章７，４参照

② ケースⅡでは，3％から4％への割引率の変化によつて最適解が変化している。

③ ケースⅢでは，4％から5％への割引率の変化によつて最適解が変化している。

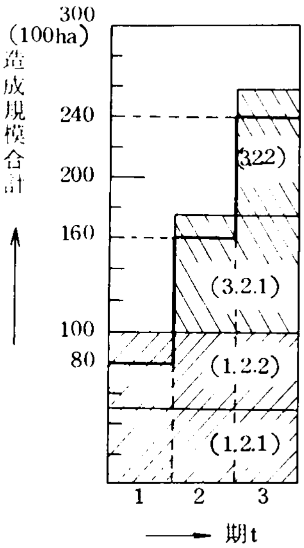
(4) 計画目標に関する感度分析

図－8.3.5は，各期に選択された開発方式の累積造成規模の合計値をグラフにしたものである。図－8.3.5の太線は計画目標水準である。図より，計画目標がそれぞれの累積造成規模まで増加しても最適解は変わらないことがわかる。たとえば，図－8.3.5aにおいては，第1，第2，第3期の目標値が，それぞれ70,140,210（100ha）から76,160,230（100ha）に増加しても本最適解は変わらないことがわかる。このように，図－8.3.5を書くことによつて計画目標値の増加に対する感度分析を行なうことができる。



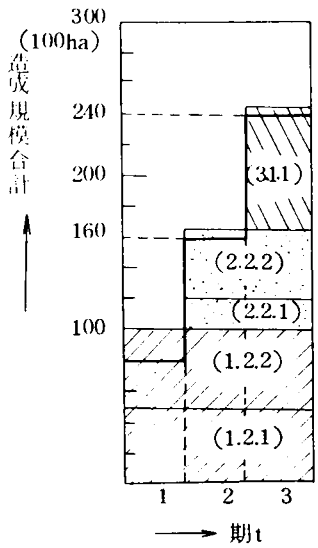
注）割引率3％～8％

図－8.3.5a 合計造成規模



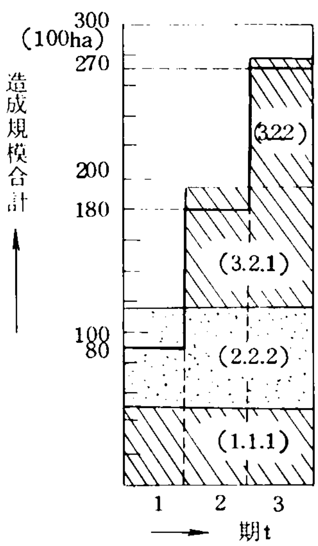
注）割引率3％

図－8.3.5b 合計造成規模



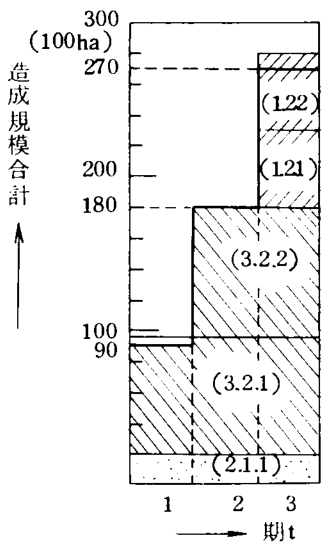
注）割引率4％～8％

図－8.3.5c 合計造成規模



注）割引率3％～4％

図－8.3.5d 合計造成規模



注）割引率5％～8％

図－8.3.5e 合計造成規模

(5) 社会的割引率に関する感度分析

① ケースⅠの場合には，表よりわかるように3～8％の割引率の変化に対して最適解が変わつていない。この最適解の安定性について調べるために，表－8.3.2 aはケースⅠでの割引率3％の場合の目的関数の値の小さい順に並べたものであり，4％，5％の場合の目的関数の値とその順位も掲載している。

いま，任意の解のt期の建設費用をC_t ($t=1,\cdots,T$)，割引率rのとき第2期の現価係数をxとすれば

$$x=\frac{1}{(1+r)^n} \qquad \cdots\cdots (8.3.17)$$

であるからt期の現価係数はx^{t-1}となる。したがつて割引率rのときの目的関数の値は，

$$f=\sum_{t=1}^{T} C_t x^{t-1} \qquad \cdots\cdots (8.3.18)$$

で表わされる。サフイックス (op) は最適解を示すものとし，最適解以外の任意の解に対して

$$f_{op}-f=\sum_{t=1}^{T}(C_t^{op}-C_t)\,x^{t-1}\leqq 0 \qquad \cdots\cdots (8.3.19)$$

が成立する現価係数xならば最適解を変化させないことを意味する。

たとえば，少なくとも表－8.3.2 aに載せた解は，すべて$0<x<1$なるxに対して，式 (8.3.19) を満足していることがわかる。すなわち，ケースⅠの最適解は，割引率の変動に関して非常に安定しているといえる。

表－8.3.2 a 建設費用の現在価値の順位（ケースⅠ）

番号	開発方式						目的関数の値と順位					
	1期		2期		3期		3%		4%		5%	
	開発方式	建設費用 (×10^11円)	開発方式	建設費用 (×10^11円)	開発方式	建設費用 (×10^11円)	順位	現価 (×10^11円)	順位	現価 (×10^11円)	順位	現価 (×10^11円)
1	(3.2.1)	11.0	(3.2.2)	6.4	(1.1.1)	6.0	1	20.984	1	20.313	1	19.697
2	(3.2.1)	11.0	(3.2.2) (1.1.1)	12.4	--	—	2	21.695	2	20.989	8	21.976
3	(3.2.1)	11.0	(3.2.2)	6.4	(1.2.1)	7.0	3	21.728	3	21.191	2	20.311
4	(3.2.1) (3.2.2)	11.0	--	--	(1.1.1)	6.0	4	21.864	4	21.453	4	21.083
5	(3.2.1)	11.0	(3.2.2)	6.4	(2.2.1) (2.2.2)	3.0	5	22.472	5	21.664	3	20.924
6	(3.2.1)	11.0	(2.2.1) (2.2.2)	8.0	(3.2.2)	6.4	10	22.662	6	21.897	5	21.196

表－8.3.2 b 建設費用の現在価値の順位（ケースⅡ）

番号	1期		2期		3期		3%		4%	
	開発方式	建設費用 (×10^11円)	開発方式	建設費用 (×10^11円)	開発方式	建設費用 (×10^11円)	順位	現価 (×10^11円)	順位	現価 (×10^11円)
1	(1.2.2)	12.0	(3.2.1)	11.0	(3.2.2)	6.4	1	26.250	2	25.363
2	(3.2.1) (3.2.2)	17.4	—	—	(1.2.1) (1.2.2)	12.0	2	26.328	3	25.507
3	(1.2.1) (1.2.2)	12.0	(2.2.1) (2.2.2)	8.0	(3.1.1)	10.0	3	26.341	1	25.330

表－8.3.2 c　建設費用の現在価値の順位（ケースⅢ）

番号	開発方式						目的関数の値と順位			
	1　期		2　期		3　期		4 %		5 %	
	開発方式	建設費用 ($\times 10^{11}$円)	開発方式	建設費用 ($\times 10^{11}$円)	開発方式	建設費用 ($\times 10^{11}$円)	単位	現価	単位	現価
1	(1.1.1) (2.2.2)	14.0	(3.2.1)	11.0	(3.2.2)	6.4	1	27.363	2	26.546
2	(2.1.1) (3.2.1)	14.0	(3.2.2)	6.4	(1.2.1) (1.2.2)	12.0	2	27.367	1	26.380

② 表－8.3.1より，ケースⅡの場合は割引率3％から1％への変化に対して最適解が変わつていて，しかも，4％～8％では同一の最適解をもつことがわかつた。したがつて表－8.3.2では3％と1％の割引率をもつ場合の最適解の近傍の解を列挙した。表より4％以上の場合の最適解は，3％では3位になつていることがわかる。解1と解3との建設費用の現在価値が等しくなる割引率を求めるには，求める割引率の現価係数を x として，次式を解けばよい。

$$12.0+11.0x+6.4x^2=12.0+8.0x+10.0x^2$$

$$\therefore\ x=0 \text{ および } x \fallingdotseq 0.833$$

$x \neq 0$ であるから0.833の現価係数に対応する割引率は大体3.5～3.8％である。

表－8.3.3 a　限界建設費用の上下限値（ケースⅠ　5％）

	上　限	下　限
(3.2.1)	1.254	∞
(3.2.2)	1.601	－4.526
(1.1.1)	1.212	－3.978

表－8.3.3 b　限界建設費用の上下限値（ケースⅡ 3％）

	上　限	下　限
(1.2.1)	0.305	－∞
(1.2.2)	0.305	－∞
(3.2.1)	0.105	－0.090
(3.2.2)	0.122	－0.305

表－8.3.3 c　限界建設費用の上下限値（ケースⅢ 4％）

	上　限	下　限
(1.1.1)	0.004	－∞
(2.2.1)	0.044	－∞
(2.2.2)	0.044	－∞
(3.2.1)	2.821	－0.022
(3.2.2.)	3.432	－0.027

このことは，割引率が高くなると，解1に比較して後期に高額な限界費用をもつ解3の現在価値が，解3に比較して前期に高額な限界費用をもつ解1のそれに比して小さくなるために，解3のようないわゆる追いかけ型の方式が有利となることを示している。

③ ②の場合とまつたく同様にして表－8.3.2 cにおける解1と2との費用の現在価値が等しくなる現価係数は0.822であるから，求める割引率は約4％である。

(6) 限界建設費用に関する感度分析

表－8.3.3に，それぞれの場合の最適解に含まれている建設段階の限界費用の上下限値の一部を示した。表－8.3.3 aよりケースⅠでは，上下限値とも大きく，最適解が安定していることがわかる。また，表－8.3.3 bよりケースⅡの場合には上下限値

とも比較的小さく，最適解が限界費用の変動に関して敏感であることがわかる。表－8.3.3cよりケースⅢでは，（1.1.1），（2.2,1），（2,2,2）の上限値および（3,2,1），（3,2,2）の下限値が著しく小さいことがわかる。

したがつて，ケースⅡやケースⅢの場合には，上下限値が建設費用の推定誤差の範囲に入る可能性が大であり，この場合の上位2,3の建設方式は，いずれの方式においても現在価値からみれば大同小異であり，これらの中から選択には，別の評価基準を必要とする。たとえば，計画目標に対する余裕度もしくは計画の弾力性といつた視点からみることも可能と思われる。

8．4 工業開発地の多地域多段階建設計画（その2）—段階費用がある場合—

8.2.1(2)で示したように，段取費用のある場合には，建設費用曲線が建設手順に応じて異なる。これを表現するモデルを本節8.4.1で定式化し，8.4.2ではその解法に言及し，8.4.3では，数値例によつて段取費用の有無が，最適解に及ぼす影響を分析する。

8．4．1 モデルの定式化

以下のように限界費用$\triangle C$を定義しなおす。限界費用以外の定義は，8.3.1と全く同様である。

$\triangle C_{ijk}$；（i，j，k）を（$k-1$）段階以前の部分と1括して建設した場合の限界費用。

$\triangle\widetilde{C}_{ijk}$；（$i$，$j$，$k$）を単独で建設した場合に追加的に要する限界費用（$k \neq 1$）

したがつて，一括建設の場合には$\triangle C_{ijk}$であるのに対して，単独で建設を行なう場合には，（$\triangle C_{ijk}+\triangle\widetilde{C}_{ijk}$）となる。

$\triangle C_{ijkt}$，$\triangle\widetilde{C}_{ijkt}$：$\triangle C_{ijk}$および$\triangle\widetilde{C}_{ijk}$が t 期に費消されたときの現在価値

以上の定義のもとでの段取費用が存在する場合の工業開発モデルにおいては，制約条件は，8.3.1の式（8.3.1a）～（8.3.1e）と全く同一であり，相違点は，目的関数にあり，次式のように定式化できる。

$$Z=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_i}\sum_{k=1}^{K_{ij}}\triangle C_{ijk1}\,X_{ijk1}+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_i}\sum_{t=2}^{T}\triangle C_{ij1t}\,X_{ij1t}$$

$$+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M_i}\sum_{k=2}^{K_{ij}}\sum_{t=2}^{T}\left[\triangle C_{ijkt}+\triangle\widetilde{C}_{ijkt}\left(\sum_{\tau=1}^{t-1}X_{ij(k-1)\tau}\right)X_{ijkt}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.4.1)$$

式（8.4.1）の意味はつぎのとおりである。

①第1項：第1期に（i，j，k）を実行した場合の総費用を示している。すなわち，もし（i，j，k）を第1期に実行すれば（$X_{ijk1}=1$），制約条件（8.3.1e）の仮定より（i j 1）……（i，j，k）は同期に一括して建設されねばならない。故に，1期の（i，j，k）の建設には，単独の建設はありえず，必ず一括建設となる。このため，第1項が示すように（$\triangle C_{ijk1}+\triangle\widetilde{C}_{ijk1}$）ではなく$\triangle C_{ijk1}$でなければならない。

②第2項：第1段階の建設費用を示す。すなわち，任意の地域の任意の代替案の第1段階

に対しては，図－8.2.3に示すように，それが単独での建設あるいは，一括建設であろうと，そのいかんにかかわらず，限界費用は変らない。したがつて，第2項が示すように第1段階の限界費用は$\triangle C_{ij1t}$でなければならない。

③第3項：(i, j, k)をt期に実行したときの総費用を示している。この総費用は，(i, j, k)の建設形態に応じて，図－8.2.3に示したように変化する。この変化を第3項が示していることを以下に証明する。

(i, j, k)をt期に実行したとすれば，$X_{ijkt}=1$　$(k\neq 1,\ t\neq 1)$。このとき制約式(8.3.1d)より

$$\sum_{\tau=1}^{t} X_{ij(k-1)\tau} \geq X_{ijkt}=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.4.2)$$

さらに，制約式(8.3.1C)より，

$$\sum_{\tau=1}^{t} X_{ij(k-1)\tau} + \sum_{\tau'=t+1}^{T} X_{ij(k-1)\tau'} \leq 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.4.3)$$

(8.4.2)および(8.4.3)式より

$$1 \leq \sum_{\tau=1}^{t} X_{ij(k-1)\tau} \leq 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8.4.4)$$

故に，

$$\sum_{\tau=1}^{t} X_{ij(k-1)\tau} = \sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau} + X_{ij(k-1)t} = 1 \quad \cdots\cdots \quad (8.4.5)$$

(8.4.5)式が成立する場合を2つに分け，それぞれの場合の(8.4.1.)式右辺第3項の意味を以下に明らかにする。

ⓐ $\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}=1$　かつ　$X_{ij(k-1)t}=0$の場合

$X_{ijkt}=1$を仮定しているので，この場合は，$(k-1)$段階がt期よりも以前に実行されていることを意味する。したがつて，この場合には(i, j, k)はt期に単独で建設されているので段取費用がかかるので，$(\triangle C_{ijkt}+\triangle\tilde{C}_{ijkt})$とならねばならない。さて，このとき，第3項は，

$$\triangle C_{ijkt}+\triangle\tilde{C}_{ijkt}\left(\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}\right)=\triangle C_{ijkt}+\triangle\tilde{C}_{ijkt}$$

となり，単独で建設された場合の限界費用に一致している。

ⓑ $\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}=0$　かつ　$X_{ij(k-1)t}=1$の場合

この場合は，$X_{ij(k-1)t}=X_{ijkt}=1$であることより，k段階を$(k-1)$とかt期に同時に一括して建設がされることになる。故に(i, j, k)の限界費用は，段取費用を必要としないので，$\triangle C_{ijkt}$とならねばならない。これに対して，(8.4.1)の第3項は，

$$\triangle C_{ijkt}+\triangle\tilde{C}_{ijkt}\left(\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}\right)=\triangle C_{ijkt}$$

となり，一括建設の限界費用に一致している。（8.4.5）式の成立は，以上の@および⑥のいずれかの場合しかありえないので，第3項は，正確に費用関数を表現していることになる。

8.4.2 線型化手法による解法の提案

（8.1.1）式を目的関数とし，（8.3.1a）～（8.3.1e）を制約条件とする2次形式の0－1整数計画法には，多くの解法が提案されている。

これらの手法のうちで，どれが本モデルに適するかという問題は本研究の範囲を越えると思われるが（注），本節で提案する解法は，本モデルの特徴である（8.1.5）式を利用して，目的関数（8.1.1）式を線型化し，その後に通常の分岐限定法などを利用する方法である。このように，本解法は，本モデルの特徴を十分に利用しているので，他の一般的解法に比較してかなり効率がよいのではないかと思われるので，以下に述べることとする。

（8.1.1）式の第3項を展開したときの2次項の線型化を行なうために，2次項

$$\left[\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}\right] X_{ijkt}$$

に着目する。上式の〔　〕の中は，（8.1.5）式より，0または1であることに注意すれば，

$$Y_{ijkt}=\left(\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}\right) X_{ijkt} \quad \cdots\cdots\cdots (8.4.6)$$

とおき，かつ，Y_{ijkt}に関して次式の制約条件を追加することによつて，求める（8.4.1）式の線型化を行なうことができる。

① $\displaystyle\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}+X_{ijkt}-Y_{ijkt}\leq 1$ ……………… （8.4.7a）

② $\displaystyle-\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}-X_{ijkt}+2Y_{ijkt}\leq 0$ ……………… （8.4.7b）

③ $Y_{ijkt}=0$ or 1 ……………… （8.4.7c）

（$i=1,\cdots,N$，$j=1,\cdots,M_i$，$K=2,\cdots,K_{ij}$，$t=2,\cdots,1$）

（8.4.6）式によるおきかえと，（8.4.7）式の追加による本線型化が，もとの問題である（8.4.1）および（8.3.1a）～（8.3.1e）に等価であることを以下に証明する。

ⓐ $\displaystyle\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}=X_{ijkt}=0$ の場合

このとき，（8.4.6）より$Y_{ijkt}=0$とならねばならないが，（8.4.7b）より要請どおり$Y_{ijkt}=0$となる。

ⓑ $\displaystyle\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}=0$，$X_{ijkt}=1$ または $\displaystyle\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}=1$，$X_{ijkt}=0$ の場合

注）これらの解法の考え方とそのアルゴリズムについては，
Garfinkel and Nemhauser（1972）PP.336～340 参照。

このとき（8.4.6）より$Y_{ijkt}=0$とならねばならないが，（8.4.7a）より要請どおり$Y_{ijkt}=0$となる。

ⓒ $\underline{\sum_{\tau=1}^{t-1} X_{ij(k-1)\tau}=X_{ijkt}=1}$ の場合

このとき，（8.4.6）より$Y_{ijkt}=1$とならねばならない。一方（8.4.7a）および（8.4.7b）式は，

$$1+1-Y_{ijkt}\leq 1 \quad \text{or} \quad Y_{ijkt}\geq 1 \quad \cdots\cdots (8.4.8\,a)$$

$$-1-1+2Y_{ijkt}\leq 0 \quad \text{or} \quad Y_{ijkt}\leq 1 \quad \cdots\cdots (8.4.8\,b)$$

上式より要請どおり$Y_{ijkt}=1$となる。

以上のようにして，目的関数の線型化を行つた後は，通常の0－1線型整数計画法の解法を利用することができる。

8.4.3 計算例とその考察

(1) 入力データ

8.3.3(1)に示したものと全く同じデータを用いた。ただし，図－8.3.3および図－8.3.4に示した曲線は，ここでは，一括建設の場合の費用曲線であると見なし，段階建設を行なう場合に必要となる段取費用$\triangle\tilde{C}_{ijkt}$は$\triangle C_{ijkt}$の１０％と想定した。

(2) 計算手法と計算時間

8.3.3(2)で述べたように変数５４個，制約式６０個で，２次形式の目的関数をもつ本モデルを，8.4.2で提案した線型化手法によつて解いた。FACOM 230-60によれば，平均約９０秒を要した。この結果は，実用的な規模のモデルに対しては，本解法は実用性をもちうることを示している。

(3) 計算結果とその考察

割引率３％の場合の計算結果を表－8.4.1に示す。この表は表－8.3.1に対応している。両者を比較してみるとつぎのようなことがわかる。

①計画目標が小さいケースⅠの場合には，段取費用の有無によつては最適解は変化していない。すなわち，段取費用の存在は最適解に影響を与えていない。

②計画目標が大きくなるケースⅡおよびⅢでは，段取費用の影響が表われており，当然のことながら，一般に段取費用の存在によつて一括建設が有利となつている。たとえば，ケースⅡの場合において，表－8.3.1では（3.2.1）および（3.2.2）が，２期および３期で段階的に建設されているのに対して，表－8.4.1の場合には段取費用の存在によつて，第１期に一括建設がなされている。

③実際の段取費用は限界費用のおそらく５～５０％にもおよぶ範囲であろうから，計算例からみるかぎり，積算においても段取費用は無視できず，今後も常に念頭におかれねばならないものと思われる。

表－8.4.1　各期の造成規模（単位 100ha ）
割引率3％の場合

地域＼計画目標＼期＼ケース	I			II			III		
期	1	2	3	1	2	3	1	2	3
計画目標	70	140	210	80	160	240	90	180	270
1			50(1,1,1)			100(1,2,1)(1,2,2)		50(1,1,1)	
2									67(2,2,1)(2,2,2)
3	76(3,2,1)	84(3,2,2)		160(3,2,1)(3,2,2)			160(3,2,1)(3,2,2)		

8.5 結　言

本研究は，計画期間中の各期の累積工業用地需要量を満たし，かつ，社会的費用と都市開発費用を含む工業開発地の建設費用の現在価値を最小にするような開発地の選定，開発規模および建設手順の決定を行なうにはいかにすればよいかを問題にした。

主要な結論は以下のとおりである。

(1)　開発規模の異なる代替案は一般に相互に排他的である。

(2)　代替案の作成作業の困難さのために実際の問題としては1地域の代替案の数は多くとも1～5個であろう。

(3)　それぞれの代替案の段階建設が可能であるための条件は，代替案を，それぞれの部分と以前に建設されている部分と結合して供用可能な数個の部分に分割できることである。そして，単独で供用可能な部分のみが，第1段階建設部分となりうる。

(4)　分割の不可能性は，工業開発地に必要な諸機能の不可分性に依存する。すなわち，不可分性の単位の最も大きい機能に応じた建設水準が最小の段階建設水準となる。

(5)　一般に，工業開発地の段建的建設の限界費用は，段取費用の存在のために，その段階を単独で建設した場合が他の段階との一括建設の場合にくらべて高くなる。

(6)　開発水準と累積建設費用との関係を示す費用関数は，段取費用を無視できる場合には単調増加で階段状の1本の関数として表現される。これに対して，段取費用が存在する場合には，同一の開発水準であつても開発手順によつて変化するため，多くの曲線の群として表現される。

(7)　このような費用関数をもつ工業開発地の多地域多段階建設計画モデルは，0－1整数計画法によつて定式化することができ，分岐限定法によつて解くことができる。

(8)　段取費用の無視できないときは，目的関数が2次形式となる。この2次形式を線型化することにより，本モデルの効率的な解法が可能となる。

(9)　代替案の不可分性，代替案の完結性，代替案が他の代替案の1つの段階開発状態となつている場合についても簡単に同様な定式化が可能である。

(10)　分岐限定法では，次善解，三善解…を知ることが容易にできるので限界建設費用の変動に関する感度分析を本研究で提案したアルゴリズムにより比較的簡単に行なうことが

できる。

(11) 本モデルの計算時間および計算容量に関しては，試算例をもとにした計算例を示すことによつて，実用的な候補地数，代替案数，可能な建設段階数および計画期間長をもつ問題を実用的な時間と容量で解き得る。

(12) 本モデルにおいても，社会的割引率の大小は最適解を大きく変動させる。これは公定歩合等の変動が建設方式に大きな影響を与えることを意味する。

以上が本章の主要な結論であるが，なお，問題点が残つている。第1に都市開発計画を含む工業開発地域内の土地利用計画の策定法についての分析が不十分である。第2に，各代替案の段階建設の可能性と，適正な建設段階数の決定法についても，調査費と調査の効果との関係を分析した方法が今後開発されねばならないであろうと思われる。

第９章　外部不経済を考慮したターミナル立地選定とその分権的達成

９．１　概　説

全国的規模での交通幹線網を整備しようとする場合，ターミナルの配置が問題になる。

この種の問題の基本形は，倉庫もしくは工場等の立地問題におけるようなフイックスド・チャージ問題Fixed Charge Problem として，数理計画法でしばしば取り上げられてきた。[注1] しかし，駅，空港，港湾，あるいはトラツクターミナルなどのターミナルが大規模になり，用いられる輸送機関が大型化，高速化，多量化するにつれて，周辺地域に与える負の影響も著しくなり，単に問題を流通費用最小という評価でとらえるだけでは不十分となつてきており，その影響のためにこれらターミナルの立地が容易でなくなつてきている。

この対策としては，発生源対策として輸送機関の技術的改良，あるいは負の影響の生じない立地を考えるのが第一であるが，これも不可能に近い場合，影響圏をも考慮した総合的な立地計画方法論を策定する必要がある。

周辺地域の整備計画を含む，ターミナルの立地選定問題としての把握のもとでのこの種の問題の取り扱い方の一つを物流を例にとつてここに新たに提示する。

さて物流の合理化は，生産・消費部門とならんで，一国の経済の安定成長に欠くことのできない流通部門の合理化の基盤となるものであるが，物流活動が流通経済に果す役割のみ重視し，それがもたらす外部不経済を無視しては国民経済的最適化もしくは社会の厚生福祉の最大化は望めない。

社会資本としてのターミナルの計画設計に用いられる一つの定量的評価方法として，内外ともに費用便益分析が用いられる場合があるが，多くの場合，物流部門の内部経済，すなわち，物流部門に発生する便益と費用との対比に終始することが多い。[注2] しかし，この分析が一つのプロジェクトの代替案評価に有効であつても，物流部門のみの純現在価値の最大化を指向することであつては，国民経済的に望ましい評価法とはいえない。ここでつぎのような評価式を提案する。すなわち，

$$R = B/C = \left(B_p + \sum_{s=1}^{N} B_s\right) \Big/ \left(C_p + \sum_{s=1}^{N} C_s\right) > 1$$

かつ，$B_p > C_p, B_s > C_s$ が成立しなければならないと考える。ここに，B，Cは便益および費用をあらわし，サーフイックスのP，Sは直接または間接，いいかえれば物流部門直接の関係者と，関接に影響をうけるN個の階層もしくは地域をあらわしている。よつて制約項の前者は，物流部門の便益が費用を上回ることを意味しており，後者は影響圏を適当な地域および階層に分割した場合に，その便益が費用を上回ることを意味している。

注1)　Baumol and Wolfe (1958), Efroymson and Ray (1966), Manns (1964), Spielberg (1970), Gray (1967), Garfinkel and Nemhauser (1971).

注2)　たとえば　Adler (1971). pp.147〜178

このことは，Pが意図する物流システムがおかれるSという社会を考慮して，(1)そこにおけるBs，Csの水準を把握することと，(2)Bs－Cs＞0となるように計画を操作するという二つの問題を新たに提起したことになる。

(1)はいわゆる外部経済，不経済すなわち経済学的な環境問題を取り入れることであり，(2)は分権的達成の方法論を導き出すことである。

本論文はこのような観点から，従来のターミナル立地論が，物流システムの合理化，すなわちBp／Cpの最大化にすぎなかつたことに反省を加え，Bp−Cp＞0のほかにBs－Cs＞0の制約のもとでの立地選定理論を新たに提起しようとするものである。

9.2 立地選定モデル

9.2.1 モデルの仮定

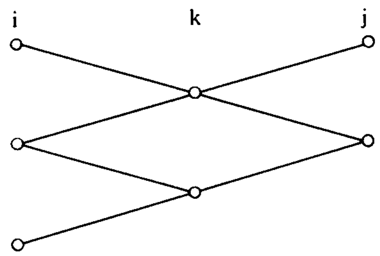
ターミナルを必要とする基本的パターンが図－9.2.1に示される。供給地 i（i＝1，2，…，I）で発生した輸送客体は，ターミナル k（k＝1，2，…K）を経由して需要地 j（j＝1，2，…J）に吸収される。実際の物流現象はこの逆の流れも含まれる。

ここでのモデルの仮定は以下のとおりである。

①供給地および需要地は与えられており，その個数はそれぞれI，J個である。

② i および j での発生量 $S(i)$，吸収量 $D(j)$ は計画年次について外生的に与えられており，価格に対して非弾力的である。すなわち，非弾力性需要のもとで，静学的な取り扱いを行う。

③ $\sum_i S(i) = \sum_j D(j)$ である。



図－9.2.1　ターミナル配置パターン

④ターミナルの候補地の数は有限個Kとして与えられている。

⑤各ターミナルの各規模ごとの経済的取扱い量（経済的能力）は外生的に与えられている。これは設計容量等といわれているものである。

これらの仮定は，一般のターミナル立地選定モデルにおいて用いられているものである。

9.2.2 費用と便益

費用および便益項目を列挙すると，つぎのようになる。

(1) 費用項目

①ターミナル建設費用 $CF_1(k)$

$$CF_1(k)=\sum_S F1(k,s)\cdot y(k,s) \quad \cdots\cdots (9.2.1)$$

ここに，$F1(k,s)$ ：k 地域に s 規模のターミナルを建設する場合の建設費の等額毎年費用（円／年）

$y(k,s)$ ：k 地域に s 規模のターミナルを建設する場合 1，そうでない時，0 の値をとる 0－1 変数

②ターミナル維持管理費用 $C_{F2}(k)$

$$C_{F2}=\sum_S F2(k,s)\cdot y(k,s) \quad \cdots\cdots (9.2.2)$$

ここに，$F_2(k,s)$ ：k 地域に s 規模のターミナルを建設する場合の毎年維持管理費用（円／年）

③アクセス路建設費用 $C_{F3(k)}$

$$CF_3(k)=\sum_S F_3(k,s)\cdot y(k,s) \quad \cdots\cdots (9.2.3.)$$

ここに，$F_3(k,s)$ ：k 地域に s 規模のターミナルを建設する場合のアクセス路建設の等額毎年費用（円／年）

④公害防止費用 $C_p(k)$

毎年の公害防止費用には i）ターミナル自体に関連したものと，ii）アクセス路に関連したものの 2 種類考えられるが，どちらもターミナルを通過する輸送客体量および周辺の土地利用状況の関数になると考えられる。

$$C_k^p(k)=\sum_r f_r^k\left[g_r\left\{\sum\sum_j\sum_S x(i,k,j,s)\right\}\right] \quad \cdots\cdots (9.2.4)$$

ここに，$x(i,k,j,s)$ ：R 地域に s 規模のターミナルを建設する場合の R を経由する (i,j) 間年間輸送客体（トン／年）

g_r ：輸送客体量と r 種公害量との変換関数（r 種公害測定単位／トン）

f_r^k ：k における r 種公害の防止費用関数（円／r 種公害測定単位）

(2) 便益項目

①輸送費の減少による便益 B_1

$$B_1=C_1-C_2 \quad \cdots\cdots (9.2.5)$$

ここに　C_1 ：ターミナル建設を行わない場合に，計画目標（需要）を処理するために必要な毎年の総輸送費用（円／年）

C_2 ：新たにターミナル建設を行った場合の毎年の総輸送費用（円／年）

②輸送時間の減少による便益 B_2

$$B_2=w(T_1-T_2)$$

ここに　ω ：輸送客体の時間価値（円／時間）

T_1 ：ターミナルの建設を行わなかつた場合の年間総輸送時間（時間／年）

T_2 ：ターミナル建設を行つた場合の年間総輸送時間（時間／年）

9. 2. 3 モデルの定式化

(1) 評価関数

純便益を毎年価額で表わすと

$$NV = B_1 + B_2 - C_{F1} - C_{F2} - C_{F3} - C_p \quad \cdots\cdots(9.2.7)$$

となり，これを最大にするようなターミナルの立地を考えればよいことになる。

ここで B_1，B_2 の中に含まれる C_1，wT_1 は与件の数値であるから（9. 2. 7）式の評価式は，

$$Z = C_2 + \omega T_2 + C_{F1} + C_{F2} + C_{F3} + C_p \quad \cdots\cdots(9.2.8)$$

を最小にすることと同値になる。

（9. 2. 1）式から（9. 2. 4）式までを k について加え合わせて（9. 2. 8）式に代入すれば

$$Z = C_2 + \omega T_2 + \sum_k \sum_S F(k, s) \cdot y(k, s) + \sum_k \sum_r f_r^k \left\{ g_r \left(\sum_i \sum_j \sum_S x(i, k, j, s) \right) \right\} \quad \cdots\cdots(9.2.9)$$

を得る。

ここに $F(k, s) = \sum_{h=1}^{3} F_h(k, s)$ である。

いま，輸送費用は i，k，j，s について輸送客体に比例するとすると

$$C_2(G) = \sum_i \sum_k \sum_j \sum_S C(i, k, j, s)\ X(i, k, j, s) \quad \cdots\cdots(9.2.10)$$

また，総輸送時間は待ち時間を含む遅れの時間に関する項と定速運行による輸送時間に関する項に分割して考えることができるので，前者を t_1，後者を t_2 とすれば

$$\omega T_2 = \sum_i \sum_k \sum_j \sum_s \left\{ t_1(k, s) + t_2(i, k, j) \right\} \omega \cdot x(i, k, j, s) \quad \cdots\cdots(9.2.11)$$

と表わせる。

(2) 制約条件

a) 吸収地における制約

$$\sum_i \sum_k \sum_s x(i, k, j, s) \geq D(j) \quad \cdots\cdots(9.2.12)$$

$D(j)$ ：j 地域における年間需要量（トン／年）

b) 発生地における制約

$$\sum_k \sum_j \sum_s x(i, k, j, s) \leq S(i) \quad \cdots\cdots(9.2.13)$$

$S(i)$ ：i 地域における年間供給量（トン／年）

c) ターミナルでの容量制約

$$\sum_i \sum_j x(i, k, j, s) \leqq Q(k, s) \cdot y(k, s) \quad \cdots\cdots(9.2.14)$$

Q (k, s) ： ターミナル k を s 規模で建設した時の経済的能力（トン／年）

d）整数条件

$$y(k, s) = 0 \text{ or } 1 \quad \cdots\cdots (9.2.15)$$

すなわち，問題は（9.2.12）〜（9.2.15）式の制約条件のもとで（9.2.9）式を最小とする混合整数計画問題として定式化されたことになる。特に，f_r^k，g_r が線型であるという仮定のもとでは混合整数線型計画問題となり，これに対しては種々のアルゴリズムが開発されている。[1]

(3) 双対問題

前述の費用最小化問題の各制約式に対する双対変数を $u(j)$, $v(i)$, $w(k, s)$ とすれば双対問題はつぎのようになる。[2]

$$\min_{y}\max_{u,v,w} Y = \sum_j u(j)D(j) - \sum_i v(i)S(i) + \sum_k\sum_s F(k, s)\cdot y(k, s)$$
$$- \sum_k\sum_s w(k, s)Q(k, s)y(k, s) \quad \cdots\cdots (9.2.16)$$

ここに制約条件は

$$u(j) - v(i) - w(k, s) \leqq C(i, k, j, s) + P_k \quad \cdots\cdots (9.2.17)$$

$$u(j), v(i), w(k, s) \geqq 0 \quad \cdots\cdots (9.2.18)$$

$$y(k, s) = 0 \text{ or } 1 \quad \cdots\cdots (9.2.19)$$

である。ここでは，モデルを簡単化するため，時間費用は輸送費用の中に含め，また f_r^k および g_r は線型性を仮定して $P_k (= \sum_r f_r^k)$ として示している。

主問題の最適解を $(\bar{x}, \bar{y})$，双対問題の最適解を $(\bar{u}(j), \bar{v}(i), \bar{w}(k, s))$ とすれば双対定理より，つぎの関係が成立する。

$$\left\{\sum_i\sum_k\sum_s \bar{x}(i, k, j, s) - D(j)\right\}\bar{u}(j) = 0 \quad \cdots\cdots (9.2.20)$$

$$\left\{S(i) - \sum_k\sum_j\sum_s \bar{x}(i, k, j, s)\right\}\bar{v}(i) = 0 \quad \cdots\cdots (9.2.21)$$

$$\left\{Q(k, s)\cdot\bar{y}(k, s) - \sum_i\sum_j \bar{x}(i, k, j, s)\right\}\bar{w}(k, s) = 0 \quad \cdots\cdots (9.2.22)$$

$$\left\{C(i, k, j, s) + P_k - \bar{u}(j) + \bar{v}(i) + \bar{w}(k, s)\right\}\bar{x}(i, k, j, s) = 0 \quad \cdots\cdots (9.2.23)$$

$$Z^* = \sum_j \bar{u}(j)D(j) - \sum_i \bar{v}(i)S(i) + \sum_k\sum_s F(k, s)\cdot\bar{y}(k, s) - \sum_k\sum_s \bar{w}(k, s)\cdot\bar{y}(k, s)$$
$$= \sum_i\sum_k\sum_j\sum_s C(i, k, j, s)\cdot\bar{x}(i, k, j, s) + \sum_k\sum_s F(k, s)\cdot\bar{y}(k, s)$$
$$+ \sum_i\sum_k\sum_j\sum_s P_k\cdot\bar{x}(i, k, j, s) \quad \cdots\cdots (9.2.24)$$

注1） Garfinkel and Nemhauser（1972） pp. 340〜366

注2） Balas（1970）に従がつている。なお，本研究4章，5章参照

(4) 双対解の解釈

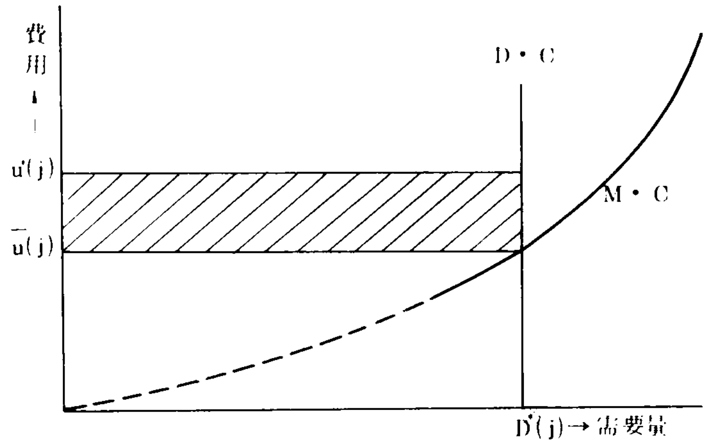
双対定理を用いて双対解の解釈を行うと以下のようになる。

a) $\bar{u}(j)$の解釈

最適な $\bar{y}(k, s)$ のもとでは

$$\bar{u}(j)=\frac{\partial Z^*}{\partial D(j)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (9.2.25)$$

すなわち$\bar{u}(j)$は需要を限界的に一単位変化させた場合のトータルコストの限界的な変化を示す。需要について，その妥当性が保証されており，しかも需要が非弾力的であり完全競争が成りたつているとすれば，図－9.2.2より$\bar{u}(j)$はj地域における輸送客体の需要にともなう費用の均衡価格（shadow price）と考えることができる。すなわち，この価格が図－9.2.2において$\bar{u}(j)$の場合には斜線部で示した部分だけ，利用者便益が減少し，施設もしくは交通サービスの提供者に不公平な利得をもたらすことになる。



図－9.2.2 双対問題の経済的解釈
U (j):双 対 解
D・C:需要曲線
M・C:限界費用

b) $\bar{v}(i)$ の解釈

最適な $\bar{y}$ (k, s) のもとでは

$$\bar{v}(i)=-\frac{\partial Z^*}{\partial S(i)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (9.2.26)$$

i 地域での発生量が限界的に一単位増加した場合のトータルコストの限界的な変化を表わす。$\bar{u}(j)$の場合と同様に発生量が非弾力的であると仮定すれば$\bar{v}(j)$はi 地域での輸送客体の発生にともなう費用の均衡価格と解釈することができる。

c) $\bar{w}(k, s)$の解釈

最適な y (k, s) のもとでは

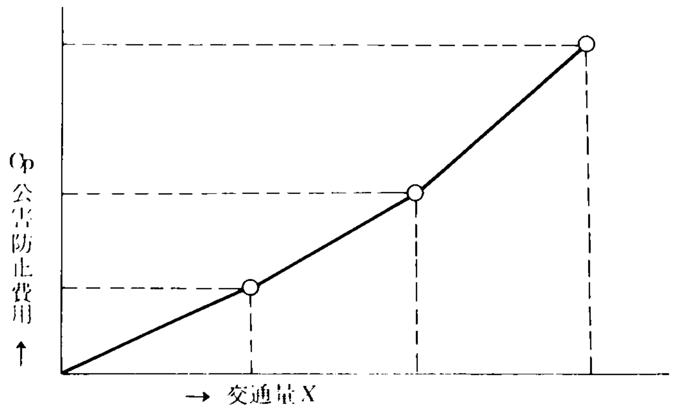
$$\bar{w}(k, s)=-\frac{\partial Z^*}{\partial Q(k, s)} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (9.2.27)$$

これはターミナルの経済的容量が限界的に一単位変化した場合のトータルコストの限界的な変化を示す。若干の計算により，これは容量の制限があるためにそのターミナルを通過するルートを変更せざるを得なくなつた場合の輸送費の増加を表わすと解釈できる。

9.3 分権的達成の手法

9. 3. 1 立地計画実施に伴う問題

ターミナルkでの輸送及び交通量が決まれば発生する騒音，振動，排気ガスなどの量が予測され，土地利用の状態に対応してそれらの防止費用，もしくは，環境基準をそれぞれ満足するような土地利用形態に整備する費用が計算される。ターミナルkにおいて，（9.2.4）式が予めxの関数として図－9.3.1のように求められておれば，国民経済的にみて好ましいターミナル立地計画は，9.2で述べたように，開発されたアルゴリズムで解を得ることができる。しかし現実には，個々の地域のターミナルの建設管理主体は地方公共団体であることが多く，地域の住民意識を重視せねばならず，また，輸送業などの利用者



図－9.3.1 公害防止費用

は全国均一運賃料金制といった公共料金の制度的制約などから，国民経済的な観点からみて好ましい物流行動をとるとは必ずしも言えない。例えば，大都市周辺にターミナルを立地すれば，外部不経済が大きいにも拘わらず輸送業者の負担とならず，むしろ利益が大きいところから，輸送はこのターミナルに集中するであろう。
それに比べて，公害防止費用の少ないターミナルは通常輸送コストを余計に要するであろうから敬遠されることになるような例が多い。

そこで，国民経済的にみて好ましい物流経路を実際に辿らせるために，費用負担，便益の移転，補助金，課徴金制度を採用し調整する必要がある。どのようにすればよいかが以下の所論となる。

9. 3. 2 分権的達成の方法

いま経済主体としてつぎの3主体を考え，それぞれが純便益最大化行動を取ると考える。

①中央計画主体（調整主体）

②ターミナル建設管理主体（施設の提供主体）

③利用者もしくは荷主（輸送業者と協力して，地域の輸送需要を満たすために輸送を行

うものとする。ここでは輸送業者間の便益の帰属については問題にしない。）

中央計画主体の調整の方法として，つぎの6項目からなる政策が考えられる。

①ターミナル建設管理主体に当該ターミナルを通過する輸送活動によって発生する便益のα倍（$0 \leqq \alpha \leqq 1$）をターミナルの使用料として利用者（荷主）に課すことを認める。

②ターミナル建設管理主体に，当該ターミナルを通過する輸送活動によって発生する公害防止費用のα倍（前出）を負担させる。

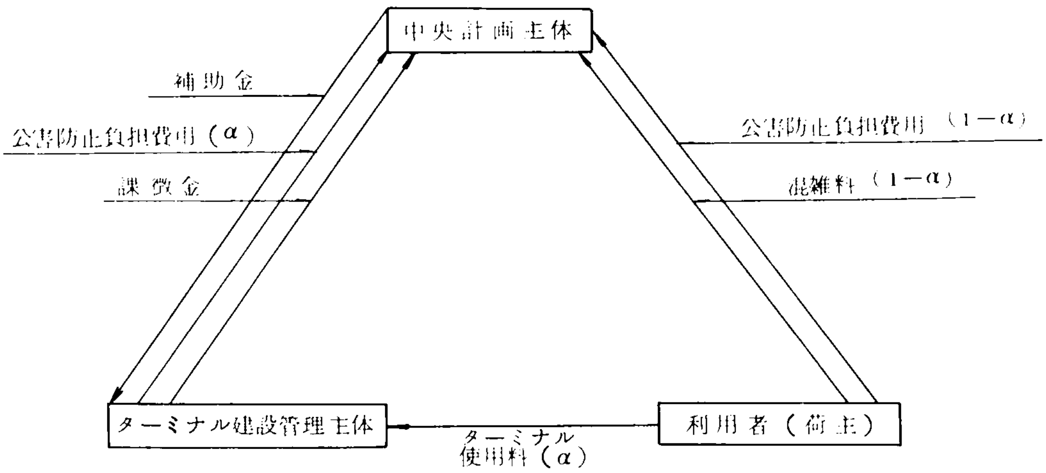
(3)（9.2.7）式を最大にするという意味で全体的最適な候補地の最適な規模計画に対しては，$F(k,s)-\alpha \cdot Q(k,s)\overline{w}(k,s)$ なる補助金を与える。

(4)（9.2.7）式を最大にするという意味で全体的最適でない候補地の計画に対しては，$\min\{0, F(k,s)-\alpha Q(k,s)\overline{w}(k,s)\}$ なる罰金もしくは課徴金を課す。

(5)容量が一杯のターミナルを利用する利用者（荷主）には $(1-\alpha)\overline{w}(k,s)$ なる混雑料を課す。

(6)利用者（荷主）に彼が利用するターミナルにおいて発生する公害防止費用の$(1-\alpha)$倍を負担させる。

以上を図示すると図-9.3.2のような分権的達成Decentralized systemのフロー図を描くことができる。



図—9.3.2　分的的達成システム

ここでαは中央計画主体によって決定される政策変数と考えることができる。

すなわち，ターミナルのような公共的色彩の強い施設の整備については，ターミナル建設管理主体がそれを行うべきであるが，施設を利用する活動によって発生する不経済については，それを利用者が負担すべきであるとの観点からみれば$\alpha=0$となるであろうし，利用者（荷主）から使用料をとり，そのかわり，施設を利用する活動から生ずる不経済に

ついてもそれなりの負担をするとの観点からは$\alpha > 0$となるであろう。

9.3.3 分権的達成の証明

実際に9.3.2に述べた政策によって最適なターミナル立地パターンが分権的に達成されることの証明をつぎに行う。

9.3.2において示した①〜⑥の政策のもとでのターミナル建設管理主体の純収益はつぎのように定義できる。

$$\pi_1(k) = \sum_i \sum_j \sum_s \alpha \{ \bar{u}(j) - \bar{v}(i) - c(i,k,j,s) \} x(i,k,j,s) - \alpha P_k x(i,k,j,s) + \{ R(k,s) - F(k,s) \} y(k,s) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29)$$

ここでR(k，s)はターミナル建設管理主体に対する中央計画主体の補助金あるいは罰金を表わす。

すなわち

$\bar{y}(k,s) = 1$：最適な候補地の最適な規模計画に対してはつぎのR(k，s)なる補助金を与える。

$$R(k,s) = F(k,s) - \alpha \bar{w}(k,s) Q(k,s) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (30)$$

$\bar{y}(k,s) = 0$：立地しない方が最適な候補地の建設計画に対しては，つぎのR(k，s)なる罰金を課す。

$$R(k,s) = \min \{ 0,\ F(k,s) - \alpha \bar{w}(k,s) Q(k,s) \} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (31)$$

$\pi_1(k)$の各項はつぎのとおりである。

第1項：ターミナルkを通過する輸送活動によって発生する便益のα倍をターミナル使用料として徴収すると仮定した時の収入。

第2項：ターミナルkを通過する輸送活動によって発生する公害防止費用のα倍をターミナル建設管理主体が負担すると仮定した時の負担額。

第3項：上述の補助金及び罰金とターミナル関連費用。

ターミナル建設管理主体の純便益最大化行動は，利用者（荷主）の輸送活動（x(i，k，j，s)の値）によって異なる。いまx(i，k，j，s)が$\tilde{x}(i,k,j,s)$として与えられたならば，ターミナル建設管理主体の純収益最大化行動はつぎのように定式化できる。

$$\max_{y(k,s)} \pi_1(k) = \sum_i \sum_j \sum_s \alpha \{ \bar{u}(j) - \bar{v}(i) - c(i,k,j,s) \} \tilde{x}(i,k,j,s) - \alpha P_k \tilde{x}(i,k,j,s) + \{ R(k,s) - F(k,s) \} y(k,s) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.1\,a)$$

$$Q(k,s)\, y(k,s) \geq \sum_i \sum_j \tilde{x}(i,k,j,s) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.1\,b)$$

$$y(k,s) = 0 \text{ or } 1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.1\,c)$$

つぎに輸送活動 x（i，k，j，s）を行う利用者（荷主）の純便益は下記のように定義できる。

$$\pi_2(i,k,j)=(1-\alpha)\sum_s\{\bar{u}(j)-\bar{v}(i)-c(i,k,j,s)\}x(i,k,j,s)$$

$$-(1-\alpha)\sum_s\bar{w}(k,s)\,x(i,k,j,s)-(1-\alpha)\sum_s P_k\,x(i,k,j,s) \quad (9.3.2)$$

$\pi_2(i,k,j)$ の各項はつぎのとおりである。

第1項：輸送活動によって得られる利益（ターミナル使用料を差し引いたもの）

第2項：容量が一杯のターミナルを通過する場合に支払う混雑料

第3項：輸送活動によって発生する公害防止費用の（$1-\alpha$）倍を負担すると仮定した時の負担額。

ターミナル建設管理主体の場合と同様，利用者（荷主）の利潤最大化行動は，ターミナルの立地パターンによって異なる。いま，ターミナルの立地パターンが $\bar{y}(k,s)$ と与えたならば，利用者（荷主）の利潤最大化行動はつぎのように定式化できる。

$$\max_{x(i,k,j,s)}\pi_2(i,k,j)=\sum_s(1-\alpha)\{\bar{u}(j)-\bar{v}(i)-c(i,k,j,s)\}x(i,k,j,s)$$

$$-\sum_s(1-\alpha)P_k\,x(i,k,j,s)-(1-\alpha)\sum_s\bar{w}(k,s)\,x(i,k,j,s) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.3\,a)$$

$$\sum_i\sum_k\sum_s x(i,k,j,s)\geqq D(j) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.3\,b)$$

$$-\sum_j\sum_k\sum_s x(i,k,j,s)\geqq -S(i) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.3\,c)$$

$$-\sum_i\sum_j x(i,k,j,s)+Q(k,s)\cdot\tilde{y}(k,s)\geqq 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.3\,d)$$

①〜⑥の政策によって，最適な立地パターンが分権的に達成されるためには，つぎの2点が証明されねばならない。

①ターミナル建設管理主体及び利用者（荷主）のそれぞれの純収益最大化行動が均衡する。

②しかもその均衡解が全体的最適解と一致する。

という2つの条件である。

ここで全体的最適解を（$\bar{x}$．$\bar{y}$）とすると，双対定理よりつぎの条件が成り立つ。

（9．2．3(3)を参照）

$$\{\sum_i\sum_k\sum_s\bar{x}(i,k,j,s)-D(j)\}\bar{u}(j)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.4)$$

$$\{S(i)-\sum_k\sum_j\sum_s\bar{x}(i,k,j,s)\}\bar{v}(i)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.5)$$

$$\{Q(k,s)\bar{y}(k,s)-\sum_i\sum_j\bar{x}(i,k,j,s)\}\bar{w}(k,s)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.6)$$

$$\{C(i,k,j,s)+P_k-\bar{u}(j)+\bar{v}(i)+\bar{w}(k,s)\}\bar{x}(i,k,j,s)=0$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.7)$$

$$\sum_{j}\overline{u}(j)D(j)-\sum_{i}\overline{v}(i)\cdot S(i)+\sum_{k}\sum_{s}F(k,s)\overline{y}(k,s)-\sum_{k}\sum_{s}\overline{w}(k,s)Q(k,s)$$

$$\overline{y}(k,s)=\sum_{i}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{s}C(i,k,j,s)\overline{x}(i,k,j,s)+\sum_{s}\sum_{k}F(k,s)\cdot\overline{y}(k,s)-$$

$$\sum_{i}\sum_{k}\sum_{j}\sum_{s}P_{k}\overline{x}(i,k,j,s) \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9.3.8)$$

まず十分条件について説明を行う。すなわち $(\overline{x},\overline{y})$ がそれぞれの経済主体の純収益を最大にする均衡解になっていることを証明する。

ターミナル建設管理主体に関して述べるならば，$\overline{x}$ が与えられた時の彼の純収益最大化行動はつぎのようになる。

$$\max_{y(k,s)}\pi_1(k)=\sum_{i}\sum_{j}\sum\alpha\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)\}\overline{x}(i,k,j,s)$$

$$-\alpha P_{k}\sum_{i}\sum_{j}\sum_{s}\overline{x}(i,k,j,s)+\sum_{s}\{R(k,s)-F(k,s)\}y(k,s)$$

$$\sum_{s}Q(k,s)y(k,s) \quad \sum_{i}\sum_{j}\overline{x}(i,k,j,s)$$

$$y(k,s):0 \text{ or } 1$$

$\overline{y}(k,s)=1$ なるようなターミナル k の代替案 s を採用した場合には，$\pi_1(k)$ は

$$\pi_1(k)=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{s}\alpha\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)-P_{k}\}\overline{x}(i,k,j,s)$$

$$-\alpha\sum_{s}Q(k,s)\overline{y}(k,s)\overline{w}(k,s)$$

(9.3.6) を用いると

$$\pi_1(k)=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{s}\alpha\{\overline{u}(j)-v(i)-c(i,k,j,s)-\overline{w}(k,s)-P_{k}\}\overline{x}(i,k,j,s)$$

$$=0\ (\because (9.3\ 7)\text{ 式より})$$

$\overline{y}(k,s)=1$ なるターミナルの代替案 s のうちで，ただを 1 つでも採用せず，かつ，$\overline{y}(k,s)=0$ なる代替案をすべて採用しない場合は需要を満足しない。

また $\overline{y}(k,s)=0$ なるターミナルの代替案を 1 つでも採用すると

㋑ $F(k,s)>\alpha Q(k,s)\overline{w}(k,s)$ の場合

$$\pi_1(k)=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{s}\alpha\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)-P_{k}\}\overline{x}(i,k,j,s)$$

$$-\sum_{s}F(k,s)y(k,s)$$

$$\leq-\sum_{s}F(k,s)y(k,s)<0$$

$$\therefore\ \pi_1(k)<0$$

㋺ $F(k,s)\leq\alpha Q(k,s)\overline{w}(k,s)$ の場合

$$\pi_1(k)=\sum_{i}\sum_{j}\sum_{s}\alpha\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)-P_{k}\}\overline{x}(i,k,j,s)$$

$$-\alpha\sum_{s}Q(k,s)\overline{w}(k,s)y(k,s)$$

$$\leq-\alpha\sum_{s}Q(k,s)\overline{w}(k,s)y(k,s)<0$$

$\pi_1(k)<0$

$\bar{y}(k, s)=0$ なるターミナルの代替案を採用しない場合は$\pi_1(k)=0$

したがって$\bar{y}(k, s)$が最適解である。

つぎに利用者（荷主）に関して述べるならば，$\bar{y}$が与えられた場合の，彼の純便益最大化行動は以下のように定式化できる。

$$\max_{x(i,k,j,s)} \pi_2(i, k, j)=(1-\alpha)\sum_s\{\bar{u}(j)-\bar{v}(i)-c(i, k, j, s)\}x(i, k, j, s)$$

$$-(1-\alpha)\sum_s\bar{w}(k, s)x(i, k, j, s)-(1-\alpha)\sum_s P_k x(i, k, j, s)$$

$$\sum_i\sum_k\sum_s x(i, k, j, s)\geq D(j)$$

$$\sum_k\sum_j\sum_s x(i, k, j, s)\leq S(i)$$

$$\sum_i\sum_j x(i, k, j, s)\leq Q(k, s)\bar{y}(k, s)$$

この場合の最適解はつぎのような過程で$\bar{x}$となる。

$\pi_2(i, k, j)$は双対定理（9.3 1）式より，$\bar{x}(i, k, j, s)$に対して0となり，それ以外の$x(i, k, j, s)$に対しては0より小さくなるので$\bar{x}(i, k, j, s)$が最適解である。

故に$(\bar{x}, \bar{y})$は，それぞれの経済主体の純便益を最大とする均衡解となることがわかったわけである。つぎに必要条件を考える。

いま$(\bar{x}, \bar{y})$とは違った均衡解$(\hat{x}, \hat{y})$が存在したと仮定する。このようなxが与件となった場合のターミナル建設管理主体の純収益最大化行動を考える。

彼の純収益最大化行動はつぎのようになる。

$$\max_{y(k,s)} \pi_1(k)=\alpha\sum_i\sum_j\sum_s\{\bar{u}(j)-\bar{v}(i)-c(i, k, j, s)\}\hat{x}(i, k, j, s)$$

$$-\alpha P_k\sum_i\sum_j\sum_s\hat{x}(i, k, j, s)+\sum_s\{R(k, s)-F(k, s)\}y(k, s)$$

$$Q(k, s)y(k, s)\geq\sum_i\sum_j\hat{x}(i, k, j, s)$$

$$y(k, s)=0 \text{ or } 1$$

均衡解が存在するためには上記の最適解が$\hat{y}(k, s)$とならなければならない。

①$\bar{y}(k, s)=1$なるk, sに対して$\hat{y}(k, s)=1$となる場合，kターミナル建設管理主体のs代替案による純便益$\pi'_1(k, s)$は

$$\pi'_1(k, s)=\alpha\sum_i\sum_j\{\bar{u}(j)-\bar{v}(i)-c(i, k, j, s)-P_k-\bar{w}(k, s)\}$$

$$\hat{x}(i, k, j, s)\leq 0 \text{（双対定理より）}$$

②$\bar{y}(k, s)=0$なるk, sに対して$y(k, s)=1$となる場合，$\pi'_1(k, s)$はつぎの㋑㋺の2つの場合に分かれ，

⑦ $F(k,s) > \alpha\,\overline{w}(k,s)Q(k,s)$ の場合

$$\pi'_1(k,s) = \alpha\sum_i\sum_j\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)-P_k\}\hat{x}(i,k,j,s)$$
$$-F(k,s)y(k,s)$$
$$\leq -F(k,s)y(k,s)$$
$$<0$$

$\therefore\ \pi'_1(k,s)<0$

⑫ $F(k,s) \leq \alpha\,\overline{w}(k,s)Q(k,s)$ の場合

$$\pi'_1(k,s) = \alpha\sum_i\sum_j\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)-P_k\}\hat{x}(i,k,j,s)$$
$$<0$$

この場合 $\overline{w}(k,s)>0$ と仮定しているので(18)式より中カッコの中は負となる。

$\pi'_1(k,s)<0$

③ $\overline{y}(k,s)=1$ となる k，s に対して $\hat{y}(k,s)=0$ となる場合には，

$\pi'_1(k,s)=0$

④また，$\overline{y}(k,s)=0$ となる k，s について $\hat{y}(k,s)=0$ となる場合

$\pi'_1(k,s)=0$

各ターミナル建設管理主体の純便益は①，②，③及び④の場合の純便益をいくつか合計したものになるが，すべてのターミナル建設管理主体に対して③，④のみの組み合わせはありえない。なぜならば需要制約を満足しないからである。また少なくとも1つの②の場合の純収益を含むターミナル建設管理主体が存在する。なぜならば最初の仮定が $\overline{y}(k,s) \neq \hat{y}(k,s)$ だからである。

そのようなターミナル建設管理主体の純便益 $\pi_1(k,s)$ は，必ず負となるのでターミナル建設は行われないであろう。

したがって $\hat{y}$ は均衡解ではない。

つぎにターミナル建設管理主体の均衡解 $\hat{y}$ を与件とした場合の利用者（荷主）の純収益最大化行動を考えると，

$$\max\pi_2(i,k,j) = (1-\alpha)\sum_s\{\overline{u}(j)-\overline{v}(i)-c(i,k,j,s)\}x(i,k,j,s)$$
$$-(1-\alpha)\sum_s P_k x(i,k,j,s)-(1-\alpha)\sum_s\overline{w}(k,s)x(i,k,j,s)$$

$$\sum_i\sum_k\sum_s x(i,k,j,s)\geq D(j)$$

$$\sum_j\sum_k\sum_s x(i,k,j,s)\leq S(i)$$

$$\sum_i\sum_j x(i,k,j,s)\leq Q(k,s)\hat{y}(k,s)$$

均衡解が存在するためには，この問題の最適解が $\hat{x}$ とならなければならないが，双対定理より

$\hat{x}(i,k,j,s)=\bar{x}(i,k,j,s)$となる利用者に対しては

$\pi_2(i,k,j)=0$となり，$\hat{x}(i,k,j,s)\neq\bar{x}(i,k,j,s)$となる利用者に対しては$\pi_2(i,k,j)<0$となるものが発生する。したがって，$\hat{x}$のうちの$\bar{x}$に一致しない輸送活動の中に損失を発生するものが生じ，当該輸送活動は行われなくなり，需要制約を満足しなくなる。したがって$(\bar{x},\bar{y})$以外にターミナル建設管理主体及び利用者（荷主）の純便益を最大にするような均衡解はないことが証明できたのである。

故に(1)〜(6)の政策によってターミナルの最適立地パターンを分権的に達成することができる。

9．4 計算例と考察

9．4．1 計算例の設定

ここでは，9.2及び9.3で定式化したモデル及び最適パターンの分権的達成の手法を，実際の計算例を用いて考察する。いま吸収地3，発生地1，ターミナル候補地2．（A，B）規模数1・2なるモデルを対象とする。輸送費用$C(i,k,j,s)$を表－9.4.1に，ターミナルの固定費用を規模別に表－9.4.2に，吸収地での需要量を表－9.4.3に，ターミナルの経済的容量を規模別に表－9.4.4に，公害防止費用を表－9.4.5に示す。定式化を行うと（9.4.1）のとおりである。ここで，金額の単位1000万円，貨物量の単位1万トンとする。注）

表－9.4.1 輸送費用

（円／トン）

i ＼ k / s	A 1	A 2	B 1	B 2
1	3	3	2	2
2	2	2	5	5
3	4	4	1	1

表－9.4.2 ターミナル固定費用

（10^7円）

s ＼ k	A	B
1	1000	1500
2	2000	3000

表－9.4.3 吸収地での需要量

（10^4トン）

i	需要量
1	30
2	15
3	25

表－9.4.4 ターミナル容量

（10^4トン）

s ＼ k	A	B
1	30	30
2	100	100

表－9.4.6 公害防止費用

（10^4円／トン）

C_p ＼ k	A	B
P_k	2	1

注） 以下，$X(i,k,j,s)$のjは発生地が1つのため省略している。

$Z=5x(1,A,1)+3x(1,B,1)+4x(2,A,1)+6x(2,B,1)+6x(3,A,1)+2x(3,B,1)+5x(1,A,2)+3x(1,B,2)+4x(2,A,2)+6x(2,B,2)+6x(3,B,2)+2x(3,B,2)+1000y(A,1)+2000y(A,2)+1500y(B,1)+3000y(B,2)$

$x(1,A,1)+x(1,B,1)+x(1,A,2)+x(1,B,2)\geq 30$

$x(2,A,1)+x(2,B,1)+x(2,A,2)+x(2,B,2)\geq 15$

$x(3,A,1)+x(3,B,1)+x(3,A,2)+x(3,B,2)\geq 25$

$-x(1,A,1)-x(1,B,1)-x(2,A,1)-x(2,B,1)-x(3,A,1)-x(3,B,1)-x(1,A,2)-x(1,B,2)-x(2,A,2)-x(2,B,2)-x(3,A,2)-x(3,B,2)\geq -70$

$-x(1,A,1)-x(2,A,1)-x(3,A,1)+30y(A,1)\geq 0$

$-x(1,A,2)-x(2,A,2)-x(3,A,2)+100y(A,2)\geq 0$

$-x(1,B,1)-x(2,B,1)-x(3,B,1)+30y(B,1)\geq 0$

$-x(1,B,2)-x(2,B,2)-x(3,B,2)+100y(B,2)\geq 0$

9. 4. 2 最適解とその吟味

最適解及び双対問題の最適解を求めると

$x(1,A,2)=30$　　$y(A,2)=1$

$x(2,A,2)=15$　　それ以外の x , y は 0

$x(3,A,2)=25$

$\bar{u}(1)=5$, $\bar{u}(2)=4$, $\bar{u}(3)=6$, $\bar{v}=0$

$\bar{w}(A,1)=0$, $\bar{w}(A,2)=0$, $\bar{w}(B,1)=4$, $\bar{w}(B,2)=4$

ここで各主体の純収益を考える。ターミナル建設管理主体Aの純収益 $\pi_1(A)$ は，

$$\pi_1(A)=0.5\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{2}\{\bar{u}(i)-\bar{v}-c(i,A,1,s)-P_A\}x(i,A,1,s)$$

$$+\sum_{s=1}^{2}\{R(A,s)-F(A,s)\}\bar{y}(A,s)$$

定義より（$\alpha=0.5$ として計算する。）

$R(A,1)=\min\{0,F(A,1)-0.5Q(A,1)\bar{w}(A,1)\}=0$　　（罰金）

$R(A,2)=F(A,2)-0.5Q(A,2)\bar{w}(A,2)=2000$　　（補助金）

よって

$\pi_1(A)=0.5[\{(5-0-3-2)\times 0+(4-0-2-2)\times 0+(6-0-4-2)\times 0\}$
$+\{(5-0-3-2)\times 30+(4-0-2-2)\times 15+(6-0-4-2)\times 25\}]$
$+(0-1000)\times 0+(2000-2000)\times 1=0$

同様にしてターミナル建設管理主体Bの純収益 $\pi_1(B)$ は

$R(B,1)=\min\{0,F(B,1)-0.5Q(B,1)\bar{w}(B,1)\}=0$　　（罰金）

$R(B,2)=\min\{0,F(B,2)-0.5Q(B,2)\bar{w}(B,2)\}=0$　　（罰金）

であり，$x(i,B,1,s)$, $y(B,s)=0$ なので

$\pi_1(B)=0$ となる。

つぎに利用者の純収益を考えると

$$\pi_2(1, A, 1)=0.5\sum_{s=1}^{2}\{\overline{u}(1)-\overline{v}-c(1, A, 1, s)-P_A-\overline{w}(A, s)\}x(1, A, 1, s)=0.5\{(5-0-3-2-0)\times 0+(5-0-3-2-0)\times 30\}=0$$

同様にして

$$\pi_2(1, B, 1)=0.5\{(3-0-2-1-4)\times 0+(3-0-2-1-4)\times 0\}$$
$$=0$$

$$\pi_2(2, A, 1)=0.5\{(4-0-2-2-0)\times 0+(4-0-2-2-0)\times 15\}$$
$$=0$$

$$\pi_2(2, B, 1)=0.5\{(6-0-5-1-4)\times 0+(6-0-5-1-4)\times 0\}$$
$$=0$$

$$\pi_2(3, A, 1)=0.5\{(6-0-4-2-0)\times 0+(6-0-4-2-0)\times 25\}$$
$$=0$$

$$\pi_2(3, B, 1)=0.5\{(2-0-1-1-4)\times 0+(2-0-1-1-4)\times 0\}$$
$$=0$$

となる。すなわち各経済主体の純収益は最適解においてはすべて0になる。

つぎに補助金，罰金政策を取らなかった場合を考えてみると，その時の各経済主体の純収益は以下のようになる。

$$\pi_1(A)=0.5\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{2}\{\overline{u}(i)-\overline{v}-c(i, A, 1, s)-P_A\}x(i, A, 1, s)$$
$$-\sum_{s=1}^{2}F(A, s)y(A, s)$$
$$=-2000$$

$$\pi_1(B)=0.5\sum_{i=1}^{3}\sum_{s=1}^{2}\{\overline{u}(i)-\overline{v}-c(i, B, 1, s)-P_B\}x(i, B, 1, s)$$
$$-\sum_{s=1}^{2}F(B, s)y(B, s)$$
$$=0$$

$$\pi_2(i, k, 1)\leq 0 \qquad (i=1, 2, 3 \quad k=A, B)$$

したがって，ターミナル建設管理主体Aの純収益は負となり，ターミナル建設は行われないという結果が生じる。

これでは国民経済的な立場から見て最適なターミナル立地パターンはターミナル建設管理主体の犠牲負担なくしては達成されないことになり，不合理となる。

9.5 結　言

ターミナル立地問題は倉庫もしくは工場立地問題と同様，フィックスド・チャージ問題

として，古くからその最適解を求めるアルゴリズムが開発されてきた。しかし，これは物流システムの合理化の観点からのみ考察されたものであって，開かれたシステムとしての環境問題が考慮されることはなかった。

最近，環境事前評価が問題となっているが，効率的なターミナル立地が実行不可能と判断され，中止もしくは不経済な追加工事や支出が要請されるようになると，国民経済的な観点からみて最適かどうか疑問となる。

本研究では国民経済的意義に新しい解釈を加え，費用便益分析の拡張によって，最適解を得る方法を提示したモデルは，一般に混合整数計画問題と称せられる分野に属するが，その双対問題を展開することによって，ターミナル建設管理主体及び利用者（荷主）の便益及び費用を知ることができる。これを利用して，分権的達成のための使用料，混雑料，補助金及び罰金の制度の基礎となる考え方を定量的に示すことができた。また，これを簡単なモデルに適用して，その実用性を証明した。

これは，従来，国民経済的によい計画でも，実際はそのように利用されない事実に対して一つの指針を与えたものと言える。しかし，実際に当ってはつぎのような問題点がある。

1）費用便益分析の持っている諸問題点，すなわち便益費用の計測の精度，特に公害防止費用の的確な算定，割引率の問題はそのまま本研究の問題点となる。

2）9.4に示した例では，解は容易に求まるが，変数の数が多くなった時，また，費用関数，変換関数が非線形となった場合のアルゴリズムの開発が必要となる。

3）本モデルでは，需要，発生量を外生的に与えているが，実際にはターミナルの立地状況によって需要，発生量は変化するであろう。すなわち，これらの非弾力性の仮定は実際的ではない。また，たとえ需要供給量が非弾力的であっても，時系列に変化する。比較静学の問題としてこれらの変化を取り入れなかったことは，実際に適用する場合，長期にわたっては不公正を招く結果ともなる。

4）使用料，補助金，罰金を従量制にしたことは，運輸行政上別な問題を生じせしめることになるだろうが，本研究では，これらに対する考察は加えていない。公共料金，課税の問題は，財政，物価等の観点からも検討されなければならない。

以上のほかに，輸送交通量，費用，便益の算定等，不確実性を伴うものであるが，本研究ではこれらの不確実性に対する対応を詳細に行っているわけではない。

一つの方法論を提示する場合，以上列挙した諸点は実用性を著しく損うものであるが，現在用いられているターミナルの立地選定と，利用に関する管理運営の方法は定性領域から脱し得ず，国民経済的にみて合理性を有していると思えない。本研究が，ある評価基準のもとで，最適解が存在し，それを実行するためには，管理，運営の方策が伴わねばならないことを示唆しうれば，その目的の大半を達したことになる。精度の高い基礎的資料の集積が特にこの種の研究の発展に望まれる。

第10章 結　論

本研究では，費用便益分析（ＣＢＡ）を土木計画の評価に利用するにあたっての問題点として次の６つを提起した。[注)]

①ＣＢＡの依拠する"社会的望ましさ"とは何か。

②ＣＢＡでは公平性はいかに考慮されているかまた，されるべきか。

③費用，便益の測定は可能か．特に公共財についていかなる計測法があるか。

④「費用最小化基準」における計画目標の妥当性はいかにすれば検証できるか。

⑤プロジェクトの実行時期に焦点をあてたとき，一括，段階，追いかけ型それぞれの有利不利はどうか。

⑥多くの計画主体があるとき，ある特定のプロジェクト群の分権的達成の方法はあるか。

以上の問題に対して，各章で以下のような解決法の提案を行った。

まず，第２章は問題①および②に対する解答であり，ＣＢＡが依拠する目的関数，すなわち社会的厚生関数について分析を行った。その結論は以下のとおりである。

①ＣＢＡにおける個人の蒙むる費用や便益は，人々が支払うに値すると考える額，支払い対価で評価される。

②しかし，支払い対価が計算可能であるためには，所得の限界効用が一定であるという仮定を必要とする。

③この結果，個人の蒙むる費用および便益は，プロジェクトによる効用の増加分を所得の限界効用で除したものに近似的に等しい。

④①，②，③の考え方は，異時点のプロジェクトの効果に対しても適用できるが，このときには個人の時間選好率という概念を必要とする。

⑤もし，全社会構成員の支払い対価を最大にするという目的関数を設定すれば，プロジェクトの純現価を最大にするという純現価基準が正しい。しかし，社会的割引率の決定法は依然として問題が残る。

⑥純現価基準は，潜在的パレート最適性を達成するという長所をもっているが，それが個人の効用の増加分を所得の限界効用（ＭＵＩ）で除したものであることからつぎのような欠点を有している。

ｉ）ＭＵＩ一定であることにより大規模プロジェクトにＣＢＡを使用できない。

ⅱ）現存する所得分配を最適とみなしている。

ⅲ）高所得の効用の増分をより重要視した基準である。

⑦上記効率性基準の欠陥を補うためには，公平性基準の導入を必要とする。しかし公平性を個々のプロジェクトにおいていかに評価すべきは現存の政治機構に依存する。

注）詳しくは，第１章１．１参照

⑧公平性基準に関する従来の研究は，価値判断を導入することはせず，むしろ過去の政府の意志決定から逆に意志決定者が暗黙裡に想定している公平性基準を推定することが主流であり，かつ，今後の研究の大切な分野となるであろう。

⑨都市的土地利用計画においても，公平性基準が重要な問題となっており，過去の計画よりその計画主体が想定していた重みづけを推定することができる。

上記結論に対して，公平性基準の導入は，もはやＣＢＡを，逸脱しているとの批判もあるであろう。しかし，ＣＢＡとは，原則として人々の効用の増加分を，測定しようとする手法であると広義に定義を行えば，決して公平性基準の問題をおろそかにはできない。むしろ，それはＣＢＡの最も素直な発展と考えるべきであろう。

第３章では，問題③をとりあげ，第２章で定義された費用，便益および効用の測定方法について分析を行った。その結論は以下のとおりである。

①対象とするプロジェクトの効果が微少であり市場価格を変化させない程度であれば，プロジェクトの影響を受ける財またはサービスの変動分に価格を乗じた価額をもって費用および便益とみなしてもよい。

②対象とするプロジェクトの効果が価格変動をおよぼす場合には，影響を受ける財またはサービスの需要関数を導入し，この需要関数の線積分を計算しなければならない。

③①，②の結論を公共財の典型である環境悪化の社会的費用の計測方法に適用してみると，直接支出法，需要行動分析，地価分析および余剰分析の４つに分類できる。これらの方法を比較してみると，最後の余剰分析が理論的には最も正確であるが，実際の測定にあたってはあいまいさが残る。故に上記の方法を常に併用することが望ましい。

④費用および便益の帰属は，ｉ）物価の下降（上昇）にともなう消費者余剰の増大（減少），または，ii）要素価格の上昇（下降）にともなう余剰の増大（減少）としての形態をとる。

⑤上記ｉ）およびii）のいずれの形態として帰属するかは，財および生産要素の需要，供給の価格弾力性に依存する。

⑥財の需要および土地以外の生産要素の価格弾力性が無限大である場合には，便益（費用）は全て地代の上昇（下降）として帰属される。したがって，この場合にのみ地価の変動分をもって社会的便益（費用）とみなしてよいことになる。

⑦⑤において価格弾力性がゼロである場合には，便益（費用）の全ては，価格の下降（上昇）により消費者余剰の増加（減少）として帰属される。

⑧価格弾力性が無限大からゼロの中間にある場合には，その弾力性に応じて，④のｉ）およびii）の２つの形態に帰属される。

⑨費用便益の値は，高所得者ほど高い値になるという欠点を補うためには，所得の限界効用を測定する必要があることは，第２章においても示したことであるが，従来の研究を整理した結果，表－3.4.1に示すように，その弾力性は－1.5～3.0という著しい安定性をもっている。

⑩しかし，この値は，使用されたデータがもっている消費パターンの近傍でのみ成立す

る値であるので，大巾な消費パターンの変動をもたらすプロジェクトに対しては，適用限界をもつことになる。

第4章では，問題④をとりあげ，公共土木計画においてよく採用される評価基準である「費用最小化基準」とこの基準が必ず前提としている計画目標の妥当性の検討方法について述べた。得られた結論は以下のとおりである。

①設定された計画目標が純便益を最大にしているという意味で妥当であるためには，当該計画目標が次の3条件を満足しているような需要構造　（したがって計画目標の便益関数）をもっている必要がある。

条件Ⅰ　計画目標の限界便益が対応する限界費用に等しい。

条件Ⅱ　純便益は非負である。

条件Ⅲ　条件ⅠおよびⅡを満足する計画目標水準が複数個ある場合には，当該目標値がこれらのうちで純便益を最大にするものである。

②費用最小化問題は凸環境下と非凸環境下のそれに分類することができ，凸環境下では①で述べた条件Ⅲは不要であり，条件ⅠおよびⅡのみで条件Ⅲを満足している。これに対して非凸環境下では条件Ⅲが重要度をおびてくる。

③条件Ⅰにおける限界費用は，費用最小化問題を適当に定式化し，その双対定理を利用することによって計算可能である。

④一方，限界便益を計画目標水準の関数として表示したものは，計画目標サービスに対する需要関数に他ならない。

⑤この需要関数の線型性を仮定したときの定数項は，当該プロジェクトが実行されなかったときに，当該サービス需要者が次善の策としてとるであろう行動によって発生する限界費用の中での最高値を示しているので，この上下限値を知ることが比較的簡単に可能である。

⑥この上下限値と限界費用との比較によって，設定された計画目標が妥当であるための需要関数のパラメーターの範囲を得ることができる。

⑦本研究で提案した計画目標の妥当性の検討方法は，直接，便益を計算する方法に比較して，より少ない情報によって得られるため，より不確実ではあるが，簡便である。

⑧さらに本方法は，計画主体が"暗黙"のうちに想定している便益関数を明確に計量化するという点では，計画のあいまいさを除去する有用な武器であるとも考えられる。

第5章では，問題⑤および⑥をとりあげプロジェクトの諸元のうちで，とくに，プロジェクトの実行時期に着目して投資形態のあり方を分析した。分析にあたっては，第1に，プロジェクトの実行時期に焦点をあてた広義の段階的投資計画を分類整理し，これに関連する従来の研究の成果ならびにその問題点を明確化した。第2に，純粋な実行時期決定問題をとりあげ，従来の研究では不十分であった感度分析を行った。第3に，2段階建設計画をとりあげ，従来論及されていた3つの投資形態，すなわち，追いかけ型，段階型および一括型の明確な定義を与えるとともに，それぞれの形態の有利である条件を明らかにした。最後に，多地域多部門多段階投資計画についても言及した。ここでは，従来の研究が

主として定式化とその効率的な解法に重点を置いていたのに対して，本研究では，その分権的達成ならびに追いかけ型の投資形態との関連を明確にした。得られた結論はつぎのとおりである。

①１つの不可分なプロジェクトの費用および便益に影響を与えるパラメーターとして，表－5.2.1に示すようなものを選択し，これらが最適実行時期ならびに目的関数の値である純現在価値に与える影響を分析した。その結果，表－5.2.1に示すように，いずれのパラメーターも一意的に実行時期に影響を与えるという影響の独立性が判明した。すなわち，社会的割引率，投資額，平均付帯費用は大きければ大きいほど，逆に，需要の成長ならびに弾力性は小さければ小さいほど，実行時期が遅れ，かつ，プロジェクトの純現在価値は減少することが判明した。

②２段階問題で従来言及されていた段階型と一括の他に，追いかけ型の投資形態が重要であることを明らかにした。この追いかけ型の重要性は，表－5.3.4に示したようにいかなる環境においてもその絶対的不利な場合は存在せず，常に比較の対象になることが明らかとなった。

③建設費に関して規模の経済が働かず，かつ付帯費用に関して一体化利用の効果がない場合には，いかなるパラメーターであっても常に追いかけ型が有利であることが明らかとなった。

④建設費の規模の経済が存在するかまた一体化利用の効果がある場合には，必ずしも追いかけ型が有利であるとはいえず，段階型および一括型との比較がなされねばならない。この意味で，段階型および一括型が比較の対象となるべき条件を表－5.3.4のようにまとめた。すなわち，建設費に関して規模の経済が働かない場合には，一般に一括建設は不利になり，形態比較の対象としなくてよい。また，一体化利用の効果が存在しない場合には，一般に段階建設が不利になる。しかし，追いかけ型はいかなる環境下であっても常に比較の対象としなければならない。

⑤３形態の比較を必要とするとき，一般に，それぞれの形態別の最適実行時期の間には，追いかけ第１段階，段階第１段階，一括，段階第２段階，追いかけ第２段階の順に遅くなることが判明した。この関係によって，割引率および需要構造の変化が，一意的にある形態を有利にするという結論は得られず，他のパラメーターの値に依存することが明らかになった。ただし，追いかけおよび段階型の第１段階と一括型の実行時期が一致する場合には，割引率，需要構造の変化は一意的に一括または追いかけ型を有利にする。

⑥他のパラメーター，すなわち，表－5.3.2に示したパラメーターは，表－5.3.2の正負の符号に従い，いずれも，他のパラメーターの値に無関係に，追いかけ型または一括型を一意的に有利に導く。

⑦計画目標が設定してあるサービスに対して双対変数の値に等しい価格を指定することに加えて，最適プロジェクトに対して，固定費用分だけの補助金を支給し，最適でないプロジェクトに対して適当な罰金を課す補助金政策を組み込めば，地方当局の競争的均衡によって多部門多段階計画の分権的達成が可能である。この補助金政策を必要とするの

は，プロジェクト費用に規模の経済が働いているという非凸性のためであって，凸環境下であっては，このような補助金は必要とせず，価格体系のみによって分権的達成が可能である。

⑧上記の価格，補助金体系のもとでの地方当局のプロジェクト評価の形態は，規模の経済があるにもかかわらず，もはや，一括，段階建設などの複雑な形態を考える必要はなく，追いかけ型の最も単純な形態であるプロジェクトの純収益の正負のみによって判定することができる。このため，地方当局にとって非常に計画に要する労力を節約することができる。

第6章から9章までの4章では第2部として，CBAを実際の土木計画へ適用した例を述べた。ここでは，適用された土木計画特有の問題を提起し，その解決法の提案を行った。

まず，第6章では，CBAによる外港計画の策定方法を提案した。ここに，外港計画とは，港外の自然の状態を制御して港内泊地を静穏に保つための施設の計画を示す。したがって，静穏度という公共財の定義，定量化およびその便益の算定方法が重要となり，これは問題(3)に対する1つの解答でもある。得られた結論はつぎのとおりである。

(1)泊地の静穏度の定義として，港内外の波高比では不十分であり，外港計画の視点からは，港内作業の能率に寄与する港内の自然条件全てを含むことが望ましい。

②①の具体的な定量化手法としては，港湾作業者の経験的判断にもとずく，判別関数法によって，静穏度の定量化が可能であり，この実用性もあると考えられる。

③静穏性を向上させることという公共財による便益は，港内作業の能率の向上にあると考えられるので，アイドル時間の減少として計算できる。

④この計算にあたっては，簡単なモデルがないため，モンテ・カルロ型の港内の船舶および貨物動態を示すシミュレーションモデルを必要とし，これによって作業時間の変動の計算が可能である。

⑤港湾取扱い貨物量は，外港計画によって変化するとは思われないので，これを一定とすれば，純便益最大化基準は費用最小化基準に一致し，この基準のもとに最適な外港施設の配置と規模を決定することができる。

第7章は問題(3)および(4)に関するもので，経済計画から想定される工業用地需要を満たし，かつ環境破壊を生じさせないようにしながら多数の候補地の多数の代替案の中から，適性な工業開発地の選定とその規模の決定を行なうためにはいかにすればよいかを問題とした。そして，これを達成するために，

①社会的費用を工業開発費用の中にできるだけ定量化して導入すること。

②都市開発計画を工業開発計画に導入し，工業用地との斉合性を保ち，住民に快適な環境を準備すること。

の2点を強調した。

そして，社会的費用および都市開発費用を工業開発費用に導入したうえで，多数の候補地の多数の代替案の中から計画目標である工業用地需要を満足し，かつ最小の費用となる代替案の組合わせを選択するための選定モデルを0－1整数計画法によって定式化し，計

算例を示すことによって，本モデルの実用性を検討した。その結果から，次のような結論を得る。

①費用関数は，階段状の関数とみなした方が望ましい。

②選定モデルの解法としては，分岐限定法と動的計画法があり，単に解を求めるだけならば，後者の方が効率的である。

③候補地の数および計画目標値の変動に関する感度分析には，動的計画法が有効であるが，費用関数の変動に関するそれのためには，分岐限定法の方が効率的である。したがって，選定モデルの解法としては両者とも一長一短があるので，両者で解いておく方が望ましい。

④同じ目的をもつプロジェクトの選択問題（たとえば，水資源の開発，都市開発プロジェクトの選択などに繁雑にあらわれる）に対しても本研究の定式化とその解法はきわめて有効であろうと考える。

⑤社会的費用の計測がごく限られた部分にしか可能でない現状では，一定以上の環境破壊をもたらすような工業開発プロジェクトをあらかじめふるい落すことが大切であり，そうすることによって，本モデルのより望ましい利用法が実現できるであろう。

⑥第４章で提案した計画目標の妥当性の検討方法を本工業開発モデルに適用した結果，不確実性を有するが，簡単に，想定された計画目標が最適であるための便益構造が計算され，その実用性が検証された。その結果，本工業開発モデルの計画目標の妥当性が証明された。

第８章は，問題⑤に関するものであり，計画期間中の各期の累積工業用地需要量を満たし，かつ，社会的費用と都市開発費用を含む工業開発地の建設費用の現在価値を最小にするような開発地の選定，開発規模および建設手順の決定を行なうにはいかにすればよいかを問題にした。

主要結論は以下のとおりである。

①開発規模の異なる代替案は一般に相互に排他的である。

②代替案の作成作業の困難さのために，実際の問題としては１地域の代替案の数は多くとも４～５個であろう。

③それぞれの代替案の段階建設が可能であるための条件は，代替案を，それぞれの部分と以前に建設されている部分とを結合して供用可能な数個の部分に分割できることである。そして，単独で供用可能な部分のみが，第１段階建設部分となりうる。

④分割不可能性は，工業開発地に必要な諸機能の不可分性に依存する。すなわち，不可分性の単位の最も大きい機能に応じた建設水準が最小の段階建設水準となる。

⑤一般に，工業開発地の段建的建設の限界費用は，段取費用の存在のために，その段階を単独で建設した場合が他の段階との一括建設の場合にくらべて高くなる。

⑥開発水準と累積建設費用との関係を示す費用関数は，段取費用を無視できる場合には単調増加で段階状の１本の関数として表現される。これに対して，段取費用が存存する場合には，同一の開発水準であっても開発手順によって変化するため多くの曲線の群とし

て表現される。

⑦このような費用関数をもつ工業開発地の多地域多段階建設計画モデルは，０－１整数計画法によって定式化することができる，分岐限定法によって解くことができる。

⑧段取費用の無視できないときは，目的関数が２次形式となる。この２次形式を線型化することにより，本モデルの効率的な解法が可能となる。

⑨代替案の不可分性，代替案の完結性，代替案が他の代替案の１つの段階開発状態となっている場合についても簡単に同様な定式化が可能である。

⑩分岐限定法は，次善解，三善解…を知ることが容易にできるので限界建設費用の変動に関する感度分析を本研究で提案したアルゴリズムにより比較的簡単に行なうことができる。

⑪本モデルの計算時間および計算容量に関しては，試算例をもとにした計算例を示すことによって，実用的な候補地数，代替案数，可能な建設段階数および計画期間長をもつ問題を実用的な時間と容量で解き得ることが判明した。

⑫本モデルにおいても，社会的割引率の大小は最適解を大きく変動させる。これは公定歩合等の変動が建設方式に大きな影響を与えることを意味する。

第９章は，問題⑥に関するものであり，ここでは，外部不経済を考慮したターミナル立地計画の策定法の提案とその分権的達成法について述べた。すなわち，輸送需要と環境基準が与えられたとき，周辺環境整備，輸送費，建設費用からなる総費用を最小にするターミナルの配置と規模をもって最適とする立地計画を混合整数計画法によって定式化した。そしてこの計画を各地域の各ターミナル建設主体の自発的行動によって達成するためには，いかなる政策を必要とするかを論じた。以下にその結論を記す。

①立地計画を混合整数計画によって定式化でき，このとき，その双対問題を展開することによって，ターミナル建設管理主体およびターミナルサービスの利用者にそれぞれ帰属する便益および費用を計算することができる。

②分権的達成のためには，ターミナル毎に異なる使用料，混雑料，補助金および罰金の制度を導入する必要がある。何故ならば，このとき，いかなる立地主体も全体的最適計画以外の行動をとっても損失を発生せしめるからである。

③上記の使用料，補助金などは，従量制であるべきであり，この値は，双対定理より決定することができる。

最後に，今後に残された問題点について述べる。

第１に，本研究では不確実性に関する評価方法について除外した。これは，費用便益分析の適用上，極めて重大な問題ではあるが，決定理論にみられるように未だ十分に発達した評価方法が存在していないし，かつ，本研究でもその提案を行なえなかった。今後に残された問題である。

第２に，ＣＢＡと他の評価手法たとえば環境アセスメント，多属性効用関数，ＮＮＷ，社会指標などとの関係について述べることは，極めて重要と考えられるが，これも今後の課題として残っている。

第３に，環境に代表される公共財の便益測定法に関しては，その既往研究のみにとどまっており，新しい測定方法の提案にいたっていない。この開発はＣＢＡの適用性の命運を決定づけると思われるが，本研究の範囲外におかざるを得なかった。

参　考　文　献

〔A〕

青山吉隆，森杉寿芳（１９７１），都市の土地利用構造に関する研究，日本地域学会年報，第７号，pp. ４１～６１

Abel, F.H. and D.P. Tihansky (1974): Methods and Problems of Estimating Water-quality Benefits, Journal of the American Water Works Association, Vol. 66, No.5, pp. 276 - 281.

Adler, H.A (1971): Economic Apprasal of Transport Projects, A Manual with Case Studies, Indiana University Press.
島山正光訳：交通プロジェクトの経済評価，東洋経済新報社

Anderson, R. and T. Crocker (1971): Air Pollution and Residential Property Values, Urban Studies, Vo. 8, pp. 171 - 180.

〔B〕

Balas, E. (1965): An Additive Algorithm for Linear Programs with Zero-one Variables, Operations Research, Vol.13, pp. 517 - 546

Balas, E. (1970a) Duality in Discrete Programming, pp. 179 - 198, in Proceedings of the Princeton Symposium on Mathematical Programming, ed. by Kuhn, H.W., Princeton University Press.

Balas, E. (1970b): Minimax and Duality for Linear and Nonlinear Mixed-integer Programming, in Integer and Nonlinear Programming ed. by Abadie, J., North-Holland, pp. 385 - 418.

Barret, L.B. and T.E. Waddell (1973): Cost of Air Pollution Damage; Status Report, US. EPA.

Barten, A.P. (1964); Consumer Demand Functions under Conditions of Almost Additive Preferences, Econometrica, Vol. 32, pp. 1 - 38.

Barten, A.P. and S.J. Turnovsky (1966): Some Aspects of the Aggregation Problem for Composite Demand Equations, International Economic Reviews, Vol. 7, pp. 33 - 52.

Boyet, W.E. and G.S. Tolley (1966): Recreation Projection Based on Demand Analysis, Journal of Farm Economics. Vol. 48, No.4, pp. 984 - 1001.

Burt, O.R. (1969): Comments on Recreation Benefits from Water Pollution Control, Water Resources Research, Vol. 5, No.4, pp. 905 - 907.

Byron, R.P. (1970): A Simple Method for Estimating Demand Systems under Separable Utility Assumptions, Reviews of Economics and Statistics, Vol. 37, pp. 261 -274.

Baumol, W.J. and P. Wolf (1958): A Warehouse Location Problem, Operations Research,Vol. 6, pp. 252 - 263.

Bellman, R. and S.E. Dreyfus (1962): Applied Dynamic Programming, Princeton University Press.

Bernhard, R.H. (1973): Consumer Surplus as an Index of User Benefit from Public Expenditure, Engineering Economist, Vol. 19, No.1, pp. 1 - 33.

Boadway, R.W. (1975): Cost-Benefit Rules in General Equilibrium, The Review of Economic Studies, Vol. XLII (3), No. 131. R. W. ボードウェイ：一般均衡における費用便益基準，高速道路と自動車，Vol. XIX, No. 5，1976.

Bohm, P. (1972): A Note on the Problem of Estimating Benefits from Pollution Control, Problem of Environmental Economics, OECD, pp. 83 - 101.

Bonnen, J.T. (1970): Chap. 9. The Absence of Knowledge of Distributional Impacts: An Obstacle to Effective Policy Analysis and Decisions, in Public Expenditure and Policy Analysis, ed. by Haveman, R.H. and J. Margolis, Markham, pp. 246 - 270.

〔C〕

Cesario, F.J. and J.L. Knetsch (1970): Time Bias in Recreation Benefit Estimates, Water Resources Research, Vol. 6 , No.3, pp. 700 - 704

Cicchetti, C.J. (1972): A Review of the Empirical Analysis that Have Been Based upon the National Recreation Surveys, Journal of Leisure Research, Vol. 90, No.4, pp. 90 - 107,

Cicchetti, C.J., J.J. Seneca and P. Davidson (1969): The Demand and Supply of Outdoor Recreation, Bureau of Economic Research, Rutgers University.

Cicchetti, C.J., A.M. Freeman III, R. Haveman and J.L. Knetsch (1971): On the Economics of Mass Demonstration A Case Study of the November 1969 March on Washington, The American Economic Review, Sept.

Cicchetti, C.J., V.K. Smith, J.L. Knetsch and R.A. Patton (1972): Recreation Benefit Estimation and Forecasting: Implications of the Identification Problem, Water Resources Research, Vol. 8., No.4. pp. 840 - 850.

Clawson, M. and J.L. Knetsch (1971): Economics of Outdoor Rereation, Resources for Future, Inc., the John Hopkins Press.

Commision on the Third London Airport (1971): Report, HMSO, London.

Common, M.S. (1973): A Note on the Use of the Clawson Method for the Evaluation of Recreation Site Benefits, Regional Studies, Vol. 7, pp. 401 - 406.

Copley International Corporation (1971): A Study of the Social and Economic Impacts of Odors, Phase II, Final Report Prepared for the EPA., La Jolla, California.

Currie, J.M., J.M. Murphy and A. Schmitz (1971): The Concept of Economic Surplus and its Use in Economic Analysis, The Economic Journal, Vol. 81, No.324, pp. 741 - 799.

〔D〕

第2港湾建設局 (1964)：航路および泊地の計画に関する研究。

土木計画学研究委員会 (1967)： 第1回 土木計画学シンポジウム，土木学会

〃 (1968a)： 第2回 〃 ， 〃

〃 (1969a)： 第3回 〃 ， 〃

〃 (1970a)： 第4回 〃 ， 〃

〃 (1971a)： 第5回 〃 ， 〃

〃 (1972a)： 第6回 〃 ， 〃

〃 (1973a)： 第7回 〃 ， 〃

〃 (1974a)： 第8回 〃 ， 〃

〃 (1975a)： 第9回 〃 ， 〃

〃 (1976a)： 第10回 〃 ， 〃

土木計画学研究委員会 (1968b)： 土木計画学講習会テキスト1，土木学会

〃 (1969b)： 〃 2， 〃

〃 (1970b)： 〃 3， 〃

〃 (1971b)： 〃 4， 〃

〃 (1972b)： 〃 5， 〃

〃 (1973b)： 〃 6， 〃

〃 (1974b)： 〃 7， 〃

〃 (1975b)： 〃 8， 〃

〃 (1976b)： 〃 9， 〃

Dantzig, G.B. (1957); Discrete-Variable Extremum Problems, Operations Research, Vol. 5, pp. 266 - 277.

Dasgupta, A.K. and, D.W. Pearce (1972): Cost-Benefit Analysis: Theory and Practice, MacMillan, London,
尾上久雄，阪本靖郎（訳：１９７５）コストベネフィット分析，中央経済社。

Davidson, P., F.G. Adams and J. Seneca (1966): The Social Value of Water Recreational Facilities Resulting from an Improvement in Water Quality: The Delaware Estuary in Water Research, ed. by Kneese, A and S.C. Smith, John Hopkins Press.

Dossani, N. (1970): Duality Theories in Mathematical Programming - Their Implication for Reginal Science, Dissertation Theses, Deft. of Regional Science, University of Pennsylvania.

Dorfman, R. (ed), (1965): Measuring Benefits of Government Investment, The Bookings Institution

Dorfman, R., P.A. Samuelson and R. Solow (1958): Linear Programming and Economic Analysis, Wiley.

〔E〕

Eckstein, O. (1958): Water Resource Development: The Economics of Project Evaluation, Havard University Press.

Economic Planning Agency of Japan (1965): Econometric Models for Medium-Term Economic Plan 1964 - 1968, Tokyo.

Efroymson, M.A. and T.L. Ray (1966): A Banch-Bound Algorithm for Plant Location, Operations Research, Vol. 14, No.3, pp. 361 - 368.

〔F〕

Fellner, W. (1967): Operational Utility: The Theoretical Background and a Measurement in Ten Economic Studies in the Tradition of Irving Fisher, ed. by Fellner, W., Wiley, pp. 39 - 74.

Fisher, A.C. and F.M. Peterson (1976): The Environment in Economics: A Survey, Journal of Economic Literature, Vol. XIV, No.1, pp. 1 - 33.

Frankel, R.J. (1965): Water Quality Management: Engineering - Economic Factors in Municipal Waste Disposal, Water Resources Research, Vol. 1, No.2, pp. 173 - 186.

Freeman III, A.M. (1967): Income Distribution and Public Investment, American Economic Review, Vol.57, pp. 495-508.

Freeman III, A.M. (1971): Air Pollution and Property Value: A Methodological Comment, Review of Economics and Statistics, Vol. 49, pp. 246 - 257.

Freeman III, A.M. (1974): On Estimating Air Pollution Control Benefits from Land Value Studies, Journal of Environmental Economics and Management, No.1, pp. 74 - 83.

Frisch, R. (1959): A Complete Scheme for Computing All Direct and Cross-Demand Elasticities in a Model with Many Sectors, Econometrica Vol. 27, pp. 177 - 196.

〔G〕

合田良実・竹田英章（１９６６）：越波による防波堤背後への波高伝達率，第１３回海岸工学講演集，ｐｐ．８７～９２．

合田良実・藤島　睦・北谷高雄（１９６５）：航路侵入波に関する実験的考察，港湾技術研究所報告

Gannon, C.A. (1974); Optimal Intertemporal Supply of a Public Facility under Uncertainty, Regional and Urban Economics, No.4, pp. 25 - 40.

Garfinkel, R.S. and G.L. Nemhauser (1972): Integer Programming, John Wiley & Sons.

Getz, M. (1975): A Model of the Impact of Transportation Investment on Land Rents, Journal of Public Economics Vol. 4, pp. 57 - 74

Goldfarb, R.S. and G. Woglom (1974): Government Investment Decisions and Institutional Constraints on Income Distribution, Journal of Public Economics Vol. 3, pp. 171 - 180.

Gray, P (1967): Mixed Integer Programming Algorithm for Site Selection and Other Fixed Charge Problems Having Capacity Constraints,SED-Specia Report, Stanford University.

Greslou, L. and Y. Mahe (1954): Reflection Coefficient of a Wave on Inclined Plane, Proceedings of Coastal Engineering Conference, No.3, p.75.

〔H〕

播本英二(１９７２)：大気汚染を考慮した土地利用計画に関する一考察，京都大学卒論文

北海道開発庁(１９７１)：苫小牧東部大規模工業基地港湾計画調査報告書

北海道開発局，第１港湾建設局(１９６６)：港湾計画の標準化へのアプローチ，ｐｐ．３５～５１

Heggie, I.G. (1972): Transport Engineering Economics, McGrow-Hill.

Henderson, J. and R. Quandt (1958): Microeconomic Theory, McGrow-Hill

Houthakker, H.S. (1960): Additive Preferences, Econometrica, Vol. 28, No.2, pp. 244 - 257.

〔 I 〕

茨木俊秀（１９７０ a）：整数計画法(2)，オペレーションズ・リサーチ，Vol. 15, No. 9

茨木俊秀（１９７０ b）：整数計画法(3)，オペレーションズ・リサーチ，Vol, 15, No. 11, pp. 51～57

今井賢一他（１９７１）：価格理論 I および II，岩波書店

石原藤次郎，椹木　亨（１９６０）：漂砂の移動限界流速，限界水深および移動量について，第1回海岸工学講演会講演集，pp. 47～57

〔 J 〕

Johansen, L.A. (1960): A Multi-sectoral Study of Economic Growth, North-Holland.

〔 K 〕

カップ（１９５９）：私的企業と社会的費用，岩波

貝塚啓明（１９７１）：財政支出の経済分析，創文社

経済企画庁経済研究所都市分析ユニット（１９７５）：都市の経済分析：展望

経済企画庁経済研究所システム分析調査室（１９６９）：費用便益分析の研究事例

経済企画庁総合開発局（１９６９）：新産業都市の現状，大蔵省印刷局

近藤淑郎・佐藤　功（１９６３）：防波堤てんば高に関する研究，土木試験所月報 117号

北海道開発局

河野博忠（１９６８）：公共投資の動学的最適編成，日本地域学会　昭和４３年年次大会ディスカッションペーパー。

高速道路調査会（１９６９）：高速道路の段階建設計画に関する基礎的研究，高速道路と自動車，Vol。 XII,No.2， pp. 53～62

交通投資効果研究会（１９７０，'71 および'72）： 港湾投資の地区開発に及ぼす効果に関する調査報告書，運輸経済研究センター

栗原道徳，篠原謹爾，椿　東一郎，吉原益男　（１９５６）：波による海浜の砂移動，第３回海岸工学講演会講演集，pp. 151～158

Kozlowski, J.M. (1970): Optimization Method - A Case for Research, Journal of Town Planning Institute, Vol. 56, No.4, pp. 134 - 137.

Khumanwala, R.M. (1972): An Efficient Banch and Bound Algorithm for the Warehouse Location Problem, Management Science, Vol. 18, No.12, pp. 718 - 731.

〔L〕

Larsen, R.I. (1970): Relating Air Pollutant Effects to Concentration and Control, Journal of the Air Pollution Association, Vol. 20, No.4.

Lave, L. B.(1972): Air Pollution Damage-Some Difficulties in Estimating the Value of Abatement, in Environmental Quality Analysis, ed. by Kneese, A.V. and B.T. Bower, John Hopkins Press, pp. 213 - 242.

Lave, L.B. and E.P. Seskin (1970): Air Pollution and Human Health, Science, Vol. 169, No.3947, pp. 723 - 733.

Lave, L.B. and E.P. Seskin (1971): Health and Air Polluting, Swedish Journal of Economics.

Layard, R. (ed) (1974): Cost-Benefit Analysis-Selected Readings, Penguin.

Lean, W. (1969): An Economist's Note on the Validity of Urban Threshold Theory, Journal of Town Planning Institute, Vol. 55, No.3, p. 311.

Lesourne, J. (1975): Cost-Benefit Analysis and Economic Theory, North-Holland.

Lind, R.C. (1973): Spatial Equilibrium, the Theory of Rents and the Measurement of Benefits from Public Programs, Quarterly Journal of Economics, Vol. 87, No.1, pp. 188 - 207.

Luenberger, D.G. (1969): Optimization by Vector Space Methods, John Wiley & Sons.

〔M〕

目良浩一（１９７４）：交通投資と地域的経済開発効果：産業立地モデルによる交通プロジェクトの評価，高速道路と自動車，Vol. XVII，No. 6，pp. 36～39.

ミハエルスキ（尾上久雄・飯尾　要訳）（１９６９）：社会的費用論，日本評論社。

宮川公男編（１９６９）：PP·BSの原理と分析，有斐閣

森杉寿芳（１９７２）：土地利用用途の選定モデルについて，土木学会　関西支部年次学術講演会講演概要　pp. IV　　－1～2.

森杉寿芳（１９７６ａ）：２０章，土木計画の費用，効果分析，
土木計画便覧（米谷栄二編）丸善，pp. ８０１～８４４

森杉寿芳（１９７６ｂ）：公共投資の段階的地域配分モデルについてー混合整数計画法の双対性とその応用を中心にー，地域学研究第５巻，pp. ３１～４７

森杉寿芳（１９７６ｃ）：環境悪化の社会的費用の計測方法について，土木学会第３１回年次学術講演会講演概要集第４部，pp. ５９～６０

森杉寿芳，岡本憲之（１９７７）：環境悪化の社会的費用に関する測定方法について，オペレーション・リサーチ，Vol. 22，No. 1，pp. 2　　).

森杉寿芳・佐藤信秋（１９７２）：大気汚染を考慮した土地利用計画モデルについて，土木学会第２７回年次学術講演会概要第４部，ｐｐ．１０３～１０４

森杉寿芳，若井郁次郎（１９７５）：空港周辺整備計画の数理計画的アプローチ，環境創造．１９７５年１１月号，ｐｐ．２５～３１

森杉寿芳，若井郁次郎（１９７６）：９章，空港周辺整備計画の数理計画的アプローチ，環境アセスメントとその手法（牧野 昇編），三菱総合研究所，ｐｐ．９９～１０８．

森杉寿芳・若井郁次郎・林恒一郎（１９７３ａ）：大気汚染による社会的費用に関する2,3の考察，土木学会関西支部年次学術会講演概要集 ｐｐ．Ⅳ４－１～２．

森杉寿芳，若井郁次郎，林恒一郎（１９７３ｂ）：地域における大気汚染による社会的費用に関する一考察，第７回土木計画学シンポジュウム ｐｐ．４９～５６．

森杉寿芳，若井郁次郎，本城勇介（１９７５）：環境整備計画のための数理計画手法とその適用．第３回環境シンポジウム講演集，土木学会，ｐｐ．５１～５６.

Maass, A. (1966): Benefit-Cost Analysis: Its Relevance to Public Investment Decisions, Quarterly Journal of Economics, Vol. 80, pp. 208 - 226.

Maass, A., et al. (1962): Design of Water Resource System, Havard University Press.

Maital, S. (1973): Public Goods and Income Distribution: Some Results, Econometrica, Vol. 41, pp. 561 - 568.

Malisz, B. (1969): Implication of Threshold for Urban and Regional Planning, Journal of Town Planning Institute, Vol. 55, No.2, pp. 108 - 110.

Manne, A.S. (1961): Capacity Expansion and Probabilistic Growth, Econometrica, Vol. 29, pp. 632 - 649.

Manne, A.S. (1964): Plant Location under Economy of Scale, Decentralization and Computation, Management Science, Vol. 11, pp. 213 - 235.

Marglin, S.A. (1963): Approaches to Dynamic Investment Planning, North Holland.

Mäler, K.G. (1974): Environmental Economics - A Theoretical Inquiry, Johns Hopkins University Press,

McGuire, M. and H. Garn (1969): The Integration of Equity and Efficiency Crietria in Public Selection, Economic Journal. Vol. 79, PP. 882 - 893

Mera, K. (1968): An Empirical Determination of a Dynamic Utility Function, Review of Economics and Stalistics, Vol. 50, pp. 117 - 122.

Mera, K. (1969): Experimental Determination of Relative Marginal Utilities, Quarterly Journal of Economics, Vol. 83, pp. 464 - 477.

Mishan, E.J. (1975): Cost-Benefit Analysis-An Informal Introduction, George Allen & Unwin.

Munn (ed) (1975): Environmental Impact Assessment: Principles and Procedures, ICSU-SCOPE, 島津 環境アセスメント－原則と方法－，スコープシリーズ 1，環境情報科学センター

Musgrave, R. (1969): Cost Benefit Analysis and the Theory of Public Finance, Journal of Economic Literature, Vol. 7, pp. 433 – 444.

Musgrave, R. (1970): Reply, Journal of Economic Literature, Vol. 8, pp. 440 - 442.

〔N〕

長尾義三（１９６８）：港湾工学，共立出版

長尾義三（１９７２）：土木計画序論，共立出版

長尾義三・加藤久徳（１９７０）：直立消波岩壁に関する二，三の実験的研究，第１７回海岸工学講演会論文集，pp. １４５～１５４

長尾義三・森杉寿芳・林恒一郎（１９７２）：工業基地の段階的建設計画に関する一考察
土木学会関西支部年次学術講演会講演概要　ｐｐ．Ⅳ－３０～３１．

長尾義三，森杉寿芳，本城勇介（１９７５）：環境整備のための土地利用計画法に関する一考察，土木学会第３０回年次学術講演会概要集，ｐｐ．Ⅳ－３５～３６

長尾義三，森杉寿芳，本城勇介（１９７７）：費用最小化基準における計画目標妥当性の検討方法，土木学会論文報告集（投稿中）．

長尾義三，森杉寿芳，黒田秀彦（１９７２）：外港計画のシステム：アプローチに関する一考察，土木学会論文報告集，Ｎｏ．１９８，ｐｐ．Ⅳ－８３～９６．

長尾義三，森杉寿芳，税所　朗（１９７５）：社会的厚生の最大化を目的とした地域計画へのアプローチ，土木学会第３０回年次学術講演会概要集，ｐｐ．Ⅳ５５～５６．

長尾義三・森杉寿芳・佐藤信秋（１９７２）：多地域多段階の工業開発モデルについて，土木学会第２７回年次学術講演会概要第４部

長尾義三・森杉寿芳・佐藤信秋（１９７３ａ）：工業開発地の選定とその規模の決定法に関する研究，土木学会論文報告集，第２１２号．ｐｐ．６５～７５．

長尾義三，森杉寿芳，佐藤信秋（１９７３ｂ）：工業開発地の多地域多段階計画モデルの提案，土木学会論文報告集，Ｎｏ．２１３．ｐｐ．４１～５３．

長尾義三，森杉寿芳，山田孝嗣（１９７６）：外部不経済を考慮したターミナル立地選定とその分権的達成，ＮＯ．２５４，ｐｐ．９３～１０２．

長尾義三，森杉寿芳，吉野達夫（１９６９）：工業港の投資効果に関する研究，土木学会第２４回年次学術講演概要第４部，ｐｐ．Ⅳ－１４５～１４６．

長尾義三，森杉寿芳，吉田哲生（１９７６）：非弾力性需要のもとにおける段階建設について，土木学会論文報告集，Ｎｏ．２５０，ｐｐ．７３～８３．

長尾義三・高田邦彦・箕田　幹（１９７１）：段階的港湾投資計画に関する基礎的研究，土木学会第２６回年次学術講演会講演概要．

長尾義三・若井郁次郎・林恒一郎（１９７５）：環境インパクトをもつプロジェクト周辺地域の整備計画手法，土木学会論文報告集第２４３号　ｐｐ．６１～７０．

日本工業立地センター（１９７０）：大規模工業基地のコスト比較調査

日本情報開発協会（１９７４）：産業エコロジー研究報告書－水・土壌エコロジーモデルの開発に関する研究－，

日本都市センター（1967　3月）：社会的費用の理論とその計測方法に関する研究，ｐｐ．１５７～１９４．

Nagao, Y. and H. Morisugi (1974): A Planning Model for Industrial Development by Using Integer Programming, Memoirs of Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. 36, Part 1, pp. 71 - 85.

Neuburger, H. (1971): User Benefit in the Evaluation of Transport and Land Use Plans, Journal of Transportation Economics and Policy, Vol. 5, No.1, pp. 52 - 75.

〔O〕

折下　功（１９６６）：地域経済学，中央経済社，

大阪市（公害対策部）（１９６６）：公害による経済被害調査結果報告書

大阪市（環境保全局環境部）（１９７４）：　〃

大阪市，関西情報センター（１９７２）：大阪市土地利用計画策定システム開発中間報告書，ｐｐ．１２１～１３４．

〔P〕

Pearce, I.F. (1964): A Contribution to Demand Analysis, Oxford, pp. 182 - 230.

Powell, A: (1966): A complete System of Consumer Demand Equations for the Australian Economy Fitted by a Model of Additive Preferences, Econometrica, Vol. 34, No.3. pp. 661 - 675.

Powell, A.A., T. Van Hoa and R.H. Willson (1968): A Multi-Sectoral Analysis of Consumer Demand in the Post-war Period, Southern Economic Journal, Vol. 35, pp. 109 - 120.

Prest, A.R. and R. Turvey (1965) : Cost Benefit Analysis: A Survey, Economic Journal, Vol. 75, pp. 683 - 735, Reprinted in Surveys in Economic Theory, Vol. III, ed. by American Economic Association, 1966.

〔R〕

Ridker, R.G. (1967): Economic Costs of Air Pollution, Praeger.

〔S〕

札幌市（公害対策審議会）（１９６５）：札幌市におけるばい煙の社会的経済的影響に関する調査報告書.

Sato, K. (1972): Additive Utility Functions with Double-Log Consumer Demand Functions, Journal of Political Economy, Vol. 80. No.1, pp. 102 - 124.

Skolnick, M. (1970): A Comment on Professor Musgrave's Separation of Distribution from Allocation, Journal of Economic Literature, Vol. 8, pp. 440 - 442.

Slettemark, R. (1970): Optimum Port Investment, Norwegian Shipping News, No. 18E, pp. 25 - 29.

Sorensen, K.E. and R.D. Jackson (1968): Economic Planning for Stage Development, Procedings of ASCE, Vol. 94, No. HY5, pp. 1231 - 1246.

Spielberg, K. (1969): Algorithms for the Simple Plant Location Problem with Some Side Conditions, Operations Research, Vol. 17, pp. 85 - 111.

Steinbergy, D.I. (1970): The Fixed Charge Problem, Naval Research Logistic Quarterly, Vol. 17, No.2., pp. 217-235.

Stevens, J.B. (1966): Recreational Benefits from Water Pollution Control, Water Research, Vol. 2, pp. 167 - 182.

〔T〕

東京都（公害研究所調査部）（1974）：公害による経済的損失の評価Ⅱ，

Tinbergen, J. (1957): The Appraisal of Road Construction: Two Calculation Schemes, The Review of Economics and Statistics, Vol. 39, No.2.

Tinbergen, J and H.C. Bos. (1962): Mathematical Models of Economic Growth, McGrow-Hill.

〔U〕

Unger, S.G. and D. L. Jordening (1974): Bibiliography of Water Pollution Control Benefits and Costs, U.S. EPA.

U.S. Bureau of Public Roads (1961): Cost Comparison of Four-Lane vs Stage Construction on Interstate Highways, Highway Research Board Bulltin, No. 306, pp. 64 - 80.

U.S. Environmental Protection Agency (1971): The Economic Impact of Noise.

UNCTAD Secretariat (1969): Development of Ports-Improvement of Port Operations and Connected Facilities, U.N.

〔W〕

Weingartner, H.M. (1963): Mathematical Programming and the Analysis of Capital Budgeting Problem, Englewood Cliffs.

Weisbrod, B. (1968): Income Redistribution Effects and Benefit-Cost Analysis, in Problems in Public Expenditure Analysis, ed. by S. Chase.

〔Y〕

山田浩之，岡野行秀編（１９７４）：交通経済学講義，青　林　書院．

吉田雅敏（１９７６）：費用便益分析の基本的諸問題(I)，(II)，高速道路と自動車，Vol。XIX，No・５，６，pp.２９～３５，pp.２５～３１．

吉田　　滋（１９６９）：高速道路の段階建設計画の基準(I)，(II)，高速道路と自動車，Vol。XII，No．３，４，pp.３０～３６，pp.２５～２９．

吉田哲生（１９７５）：段階建設に関する基礎的研究，京都大学大学院修士論文

吉川和広（１９６９）：土木計画とＯＲ，丸善

吉川和広，森杉寿芳（１９６７）：港湾施設整備 の 経済効果 測定法に関する研究，日本地域学年報，第５号，pp．９５～１１６．

〔Z〕

Zanguiwill, W.I. (1969): Nonlinear Programming - A Unified Approach --, Prentice-Hall.